

# **Ämnesprovet 2006 i matematik i grundskolans åk 9 och specialskolans åk 10**

*Skolverket*

## Förord

Ämnesproven i matematik för skolår 9 är obligatoriska och ingår i det nationella provsystemet. Syftet med proven är att de ska konkretisera kursplanens mål, samtidigt som de ska vara ett stöd för läraren i betygsättningen och därigenom verka för en likvärdig betygsättning över landet.

Resultaten från ämnesproven ger en nationell bild av kunskapsläget hos eleverna i slutet av grundskolan och utgör därmed ett av flera mått på måluppfyllelsen i svensk skola. I denna rapport redovisas en bild utifrån elevlösningar och lärarenkäter som skickats in till PRIM-gruppen vid lärarhögskolan i Stockholm. Parallellt på Skolverkets hemsida finns också en statistisk rapport om provresultaten i hela landet.

Syftet med denna rapport om ämnesproven år 2006 är att ge en återrapportering till de lärare som har genomfört proven samt att i någon mån fördjupa ett didaktiskt resonemang kring en eller flera uppgifter i provet.

Tommy Lagergren  
T.f. enhetschef

Karin Hector-Stahre  
Undervisningsråd

# Ämnesprovet i matematik 2006

PRIM-gruppe, Lärarhögskolan i Stockholm

Katarina Kjellström

I Skolverkets rapport om 2006 års ämnesprov i svenska, svenska som andraspråk, engelska och matematik för årskurs 9 görs en sammanfattande beskrivning av resultaten i de olika ämnena utifrån en totalinsamling för ca 110 000 elever. Där finns uppgifter om bortfall på de olika provdelarna och resultat i form av provbetyg i matematik uppdelat på flickor och pojkar men även uppdelat på elever med svensk bakgrund och elever med utländsk bakgrund. Rapporten finns på skolverkets hemsida:

<http://www.skolverket.se/> > Nationellt provsystem > Nationella prov > Resultat

I följande rapport om ämnesprovet i matematik beskrivs innehåll och utformning av provets olika delar. Framför allt beskrivs lärarnas uppfattningar om provet och resultaten på både delprovs- och uppgiftsnivå. Svar har kommit in från nästan 700 skolor. 1 570 lärare har besvarat lärarenkäten. Alla elevdata kommer från ett datumurval av knappt 1 200 elevers resultat på uppgiftsnivå. Urvalsgruppen (n = 1 191) har ungefär samma fördelning både vad gäller provbetyg som slutbetyg som gäller i hela landet. De slutbetyg som finns angivna i urvalsgruppen är preliminära slutbetyg. Siffrorna inom parentes är data från Skolverkets totalundersökning.

**Tabell 1.** Fördelning i procent av provbetyg och slutbetyg.

	Ej nått målen	Godkänd	Väl godkänd	Mycket väl godkänd
<b>Provbetyg</b>	13 % (12 %)	52 % (53 %)	23 % (24 %)	12 % (11 %)
<b>Slutbetyg</b>	7 % (7 %)	53 % (53 %)	28 % (28 %)	13 % (13 %)

Ämnesprovet i matematik 2006 för årskurs 9 bestod av tre delprov och liknade till sin utformning tidigare givna prov. Provet innehöll dock ett antal nyheter. På alla delar utom på Del B1 skulle eleverna ha tillgång till ett formelblad. Provtiden på Delprov C var förlängd från 80 minuter till 100 minuter. För att förtydliga bedömningen av MVG var betygsriterierna för MVG sammanfattade i fem kvaliteter. Elevarbeten som var bedömda med MVG beskrevs med dessa fem kvaliteter.

## Förberedelser inför provet

För att få veta mer om hur eleverna förbereds inför det nationella provet bad vi lärarna besvara några frågor kring detta. 70 procent av lärarna hade informerat sina elever om att det finns tidigare givna ämnesprov på nätet. 87 procent har låtit eleverna arbeta med uppgifter från tidigare ämnesprov och 84 procent har diskuterat de olika typer av bedömning som används för ämnesproven. Andelen lärare som svarade att de informerat sina elever om både hur provet ser ut och hur det kommer att bedömas har ökat sedan 2005. Dock är det fortfarande nästa 15 procent som inte förbereder sina elever

Vid årets ämnesprov skulle eleverna för första gången ha tillgång till ett formelblad. Information kring detta sändes ut från Skolverket till skolorna och informationen lades ut både på Skolverkets hemsida och på PRIM-gruppens hemsida under höstterminen 2005. Knappt en fjärdedel av lärarna svarade att de tog del av denna information under

höstterminen, cirka hälften i början av 2006 men drygt 10 procent tog del av informationen först tillsammans med Delprov B. På detta delprov hade eleverna mest användning av formelbladet. Den sena informationen påverkade naturligtvis både lärare och elevers inställning till formelbladet.

Lärarna fick också beskriva hur de förberett eleverna på användandet av formelbladet. Drygt hälften av lärarna hade låtit eleverna använda formelbladet på lektionerna, cirka en tredjedel hade låtit eleverna använda formelbladet även på andra prov, en tredjedel gick igenom formelbladet strax före provet men 15 procent informerade inte eleverna om formelbladet innan de fick se det på provdagen. En slutsats man kan dra av dessa svar är att minst 15 procent av lärarna inte fått tillgång till informationshäftet då det kom till skolorna i mitten av januari.

87 procent ansåg att det var bra att eleverna fick använda formelblad. De lärare som tog del av informationen tidigt och låtit eleverna använda formelbladet både på lektioner och på andra prov var mer positiva än andra. Några lärarcitat får illustrera detta: *”Bra stöd. De ska inte falla på att de inte kommer ihåg formeln.”*, *”De kan fokusera på rätt saker och för elever med inlärningsproblem är det en trygghet.”* *”Det viktiga är att kunna använda och hantera formlerna”*

Kritiken mot formelbladet bestod bl.a. i att det var för många formler och att de inte såg ut som i läroboken, men även andra former av kritik förekom. *”De svaga eleverna har ingen hjälp av formelbladet och de som är duktiga har redan formlerna i huvudet.”* Vi hoppas att eleverna har större vana vid formelbladet till kommande nationella prov och att det också används på ett konstruktivt sätt i undervisningen.

## **Anpassningar av provet**

Enligt den lärarinformation som medföljde provet kan anpassning ske för vissa elever, t ex elever med funktionsnedsättning eller språksvårigheter. För denna anpassning ansvarar skolan. Drygt en tredjedel av de lärare som besvarade lärarenkäten hade anpassat ämnesprovet för en eller fler elever. Cirka 4 procent av eleverna fick någon form av anpassning. Vanligaste formen av anpassning var att ge förlängd skrivtid (75 %) näst vanligast var att läraren läste upp texten för eleven (57 %) och därefter kom hjälp av elevassistent (13 %). Intressant är att användningen av den cd med inlästa uppgifter som kunde beställas till provet bara användes av 11 procent. Lärarna fick också ange anledningen till att de anpassade proven. Den absolut vanligaste orsaken var att eleven hade dyslexi eller läs- och skrivsvårigheter (nästan 70 %). Knappt 10 procent angav att anpassningen berodde på språksvårigheter eftersom eleven hade annat modersmål än svenska.

## **Provet olika delar**

För att kunna bedöma elevens kunskaper i matematik mot kursplanens olika mål och mot betygskriterierna behövs ett så brett bedömningsunderlag som möjligt. Ämnesprovet i matematik omfattar därför olika delar som ska ge eleven möjlighet att visa sina kunskaper på olika sätt. De olika delarna skiljer sig vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisnings- och bedömningssätt.

Det muntliga delprovet, Delprov A, kunde skolorna genomföra när som helst under provperioden vecka 4–20, medan de övriga delproven skulle göras på de båda fastställda provdagarna. Uppgifterna i ämnesprovet i matematik från 2006 släpptes från sekretess den 9 juni 2006 och de finns på PRIM-gruppens hemsida ([www.lhs.se/prim](http://www.lhs.se/prim)).

Delprov A prövade elevens förmåga att muntligt framföra matematiskt grundade idéer samt förmåga att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument. Den rekommenderade provtiden per grupp var 20–30 minuter.

Delprov B bestod av två delar Del B1 (kortsvar) och Del B2 (problemlösning). Provtiden var 80 minuter för båda provdelarna tillsammans. Först besvarade eleverna kortsvarsdelen, där miniräknare inte fick användas, och övergick sedan till att lösa en ”mer omfattande” uppgift. Eleverna fick själva avgöra när de ville lämna in kortsvarsdelen och börja använda miniräknare samt formelblad.

Delprov C prövade elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Det prövade också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt. Provtiden var 100 minuter.

### **Bedömning och provbetyg**

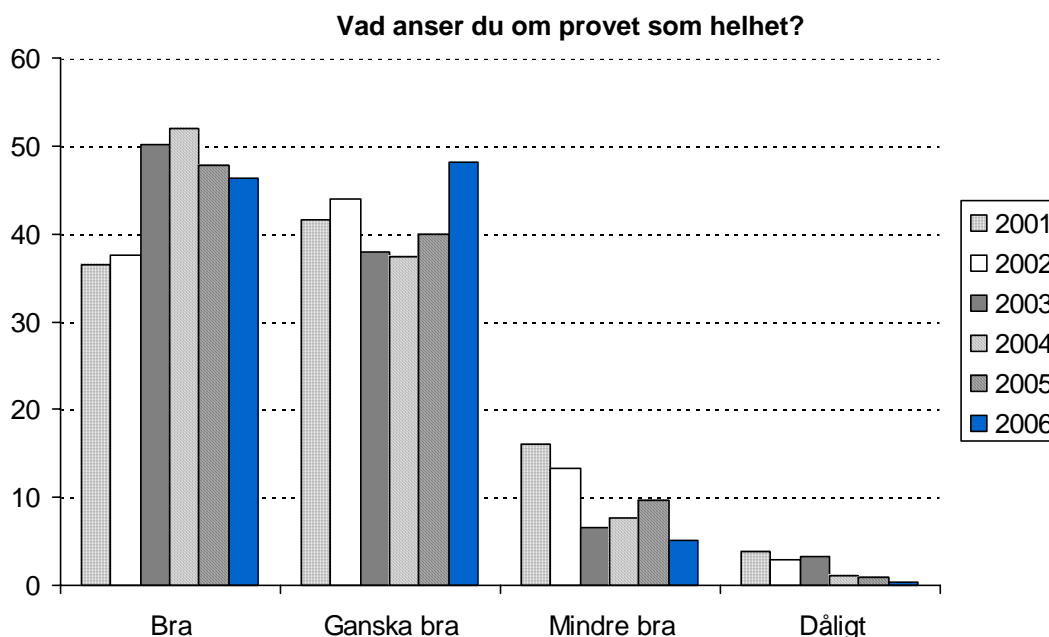
När provet konstruerades gjordes bedömningar av uppgifternas innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna kategoriserades och elevlösningar från utprövningen analyserades och bedömdes. För att tydliggöra de kvalitativa nivåerna som finns i mål att uppnå och i betygskriterierna gavs vid bedömningen g-poäng och vg-poäng. G-poängen hänvisar till kunskaper som kan kopplas till målen att uppnå för årskurs 9 och vg-poängen hänvisar till kunskaper som kan kopplas till vg- och/eller mvg-kriterier. Bedömningen av vilka poäng som kan anses vara g- och vg-poäng i respektive provdel gjordes av referensgrupper med bl.a. yrkesverksamma matematiklärare.

Några uppgifter i provet är markerade med  $\alpha$ . Detta innebär att eleverna kan visa MVG-kvaliteter vid lösningen av dessa uppgifter. Det är problem som i sig inte behöver vara särskilt komplicerade. Det är snarare så att dessa uppgifter kan lösas på flera sätt, vilket gör att eleverna kan använda en mer eller mindre generell metod och ett mer eller mindre utvecklat matematiskt uttryckssätt och språk. Elevlösningarna till de  $\alpha$ -märkta uppgifterna är kopplade till fem kvaliteter. Detta för att förtydliga vilka MVG-kvaliteter som eleverna har möjlighet att visa på respektive uppgift.

Delprov A innehöll uppgifter som skulle besvaras muntligt och Delprov B innehöll en uppgift som var av mer undersökande, omfattande och öppen karaktär. Sättet att bedöma dessa uppgifter, med stöd av uppgiftsspecifika bedömningsmatriser, avvek från resten av provet. Syftet var att för läraren och eleven dels visa på de olika kunskapsaspekter som kan bedömas, dels att beskriva de olika kvalitativa nivåerna inom varje kunskapsaspekt. Dessa aspekter och beskrivningar är hämtade från kursplan och betygskriterier. Resultatet av bedömningen på vart och ett av dessa delprov gav ett antal g- och vg-poäng och eventuellt en kommentar om MVG-kvalitet.

Beskrivningar av kraven för provbetygen Godkänd, Väl godkänd respektive Mycket väl godkänd gavs för provet som helhet. Ett enskilt delprov prövar en alltför begränsad del av målen i kursplanen för att kunna betygsättas. Elevens resultat på de olika provdelarna adderades och bildade då en poängsumma bestående av högst 40 g-poäng och 34 vg-poäng. För provbetyget Godkänd krävdes minst 23 poäng totalt. För provbetyget Väl godkänd krävdes minst 42 poäng varav minst 14 vg-poäng. För att erhålla provbetyget Mycket väl godkänd skulle eleven ha minst 23 vg-poäng samt ha visat minst 6 av 16 möjliga MVG-kvaliteter. Dessa MVG-kvaliteter skulle vara av minst tre olika slag. Förutom referensgruppens medlemmar deltog många aktiva matematiklärare i bedömningsarbetet när gränserna för respektive provbetyg fastställdes.

## Lärarnas uppfattning om provet



Figur 1 Svarsfördelning i procent för åren 2000–2006.

Många lärare motiverade även 2006 varför man tyckte att ämnesprovet i matematik var bra. De mest frekventa orsakerna var att provet var allsidigt, heltäckande, varierande och verklighetsanknutet samt att provet prövade tänkande, förståelse och problemlösning:

*"Täcker väl strävansmål och uppnåendemål", "Proven utvecklas och blir bättre och bättre, nivån har höjts vilket är bra.", "Ett i år väl sammansatt och varierat prov där elever med matematiksvårigheter inte får benen helt undansparkade"* Bland de lärare som tyckte att provet var mindre bra var de vanligaste orsakerna att provet ej passade svagpresterande eller att det var för omfattande och för tidskrävande för elever och/eller lärare: *"För stor tonvikt vid problemlösning", "Det är för jobbigt att rätta och rapportera resultaten"*.

På frågorna om kravgränserna för de olika provbetygen svarade nästan 90 procent av lärarna att de var "lagom" både vad det gäller Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd. En något större andel ansåg att gränsen för Godkänd var för låg än den andel som ansåg att den var för hög. För provbetygen VG och MVG var det en något större andel som ansåg att kraven var för höga än den andel som ansåg att de var för låga.

### Resultatet på ämnesprovet i relation till slutbetyget

En jämförelse mellan provbetyg och slutbetyg visade att drygt 75 procent av eleverna fick samma slutbetyg som provbetyg medan drygt 20 procent fick ett högre slutbetyg än provbetyg och bara 3 procent fick ett lägre slutbetyg än provbetyg. Drygt 70 procent av eleverna som ej uppnådde målen enligt provbetyget fick slutbetyget Godkänd och 15 procent av eleverna med provbetygen Godkänd och Väl godkänd fick ett högre slutbetyg. Av eleverna med provbetyget Mycket väl godkänd fick 5 procent slutbetyget Väl godkänd.

## Resultatet i relation till elevernas läsförståelse

Vid resultatinsamlingen fick lärarna också ange elevens provbetyg på den del som prövade läsförståelse i det nationella provet i svenska. Vi har analyserat denna information på olika sätt. Analyserna bygger på de uppgifter som lärarna lämnade för 777 elever vid insamlingen. Vi har bl a beräknat korrelationen mellan provbetyget i läsförståelse och delprovsresultaten.

**Tabell 2.** Korrelation mellan resultat på delprovet och olika betyg.

<i>Delprov</i>	<i>Korrelation mellan delprovsresultat och</i>		
	<i>Provbetyg läsförståelse</i>	<i>Provbetyg matematik</i>	<i>Slutbetyg matematik</i>
Delprov A	0,41	0,67	0,67
Del B1	0,49	0,79	0,74
Del B2	0,46	0,67	0,77
Delprov C	0,55	0,85	0,80

Att korrelationen mellan läsförståelse och delprovsresultat är störst för Delprov C är inte förvånande eftersom detta delprov innehåller mest text. Många uppgifter i Del B1 är nakna sifferuppgifter så att korrelationen för detta delprov är så pass stor är mer förvånande. Vi har också beräknat korrelationen mellan provbetyget i läsförståelse och resultaten på enskilda uppgifter. De uppgifter som visade högst korrelation med läsförståelsen var uppgifter med "svårt" matematiskt innehåll eller uppgifter som innehöll matematiska symboler eller någon form av diagram eller graf. Några av dessa resultat kommenteras under respektive delprov. Vi kommer även på kommande nationella prov att samla in resultaten i läsförståelse för att få en djupare kunskap om hur texten påverkar elevernas resultat.

## Resultat på delproven

Genom att undersöka hur poängen fördelar sig för elever som precis klarade kravgränsen för Godkänd respektive Väl godkänd framträder skillnader mellan de olika delproven.

Kravgränsen för provbetyget Godkänd var 23 poäng totalt. En elev som precis klarade kravgränsen för godkänd har i genomsnitt samlat in 20 g-poäng och 3 vg-poäng. Fördelningen av poäng mellan delproven visade att "gränseleverna" fått god tilldelning av poäng från det muntliga delprovet och Delprov C och att det är på Del B2 som dessa elever hade svårast att få poäng. Samma sak gällde även för elever som precis klarat gränsen för Väl godkänd.

Fördelningen av poängen mellan delproven stämmer ganska väl överens med den skattning av poäng som de lärare som var med och bestämde kravgränsen gjorde. Dock gick det något sämre på Del B2 och något bättre både på Del B1 och på Delprov C.

På alla delprov var skillnaden mellan könen mycket liten (se bilaga 1). På *Del B2* och på *Delprov C* presterade flickorna ett något bättre resultat. En förklaring till detta kan vara att dessa delar innehöll mer text och att flickornas läsförståelse är mycket bättre enligt ämnesproven i svenska.

### Delprov A

Delprov A skulle genomföras i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta var att det skulle bli ett samtal mellan eleverna och inte ett förhör av läraren. Det muntliga delprovet våren 2006 prövade elevernas kunskaper i statistik genom tolkning av diagram. Läraren kunde välja mellan tre olika versioner och varje version innehöll uppgifter med olika svårighetsgrad. Alla tre versionerna bestod av ett diagram och ett antal påståenden om vad man kunde läsa ut ur

grafen. Eleverna skulle avgöra om påståendet var sant eller falskt men framför allt motivera sitt ställningstagande. I den första delen skulle varje elev ges möjlighet att ostört redogöra för sina tankar kring de påståenden de fått. Detta var väsentligt för att även elever som är tysta och normalt ”inte tar för sig” skulle komma till sin rätt. I den avslutande gruppdiskussionen gavs eleverna tillfälle att visa att de lyssnat på sina kamrater och att de kunde argumentera och föra en diskussion med matematiskt innehåll. Den rekommenderade provtiden per grupp var 20-30 minuter.

Läraren gjorde bedömningen av elevens muntliga prestationer med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Matrisen gav läraren hjälp att bedöma elevens prestationer med hänsyn till tre aspekter: förståelse, språk och delaktighet. Resultatet av bedömningen kunde bli högst 8 poäng varav 4 vg-poäng. Det fanns också möjlighet att visa MVG-kvaliteter. Knappt 90 procent av lärarna ansåg att matrisen absolut eller i stort sett gav hjälp vid bedömningen. Denna andel har varit densamma de senaste åren. Detta beror troligen på att lärare nu är vana både vid muntliga delprov och matrisbedömning. Några citat från lärarenkäten får illustrera detta: *”Bra med muntlig del, men något man behöver jobba mer med i skolan”* *”Många kan visa kunskaper på det muntliga provet som inte kommer fram på skriftliga prov”*

I informationsmaterialet fanns anvisningar om hur provets genomförande kunde organiseras för att underlätta lärarnas arbete. Till exempel kunde lärarna hjälpa varandra och/eller samordna med engelskans muntliga delprov. Provet genomfördes dock i de flesta fall på ordinarie lektionstid (73 %) och utan samarbete med andra lärare (60 %). Svarsfördelningen på dessa frågor har varit ungefär lika de senaste åren.

**Tabell 3.** Resultat för Delprov A för olika versioner.

<i>Version</i>	<i>Andel som använde versionen i %</i>	<i>Genomsnittligt lösningsproportion</i>
A	52	0,59
B	28	0,66
C	20	0,65

En mycket större andel använde version A än de andra två versionerna. I informationen stod att versionerna var ordnade i stigande svårighetsgrad. Det var t ex svårt att visa MVG-kvalitet vid diskussionerna kring Version A. Att lösningsproportionen är lägst för denna version är då ganska naturligt.

I lärarenkäten kritiserades bl a att diagrammen inte var i färg. Skälet till att alla diagrammen var svartvita var att diagram i färg skulle missgynna de elever som är färgblinda.

2006 var det ingen skillnad på resultaten mellan pojkar och flickor (se bilaga 1). Nästan alla lärare ansåg att Delprov A var lagom svårt.

### **Delprov B, Del B1**

Del B1 prövade framför allt elevens taluppfattning och grundläggande färdigheter i räkning med naturliga tal, bråktal, tal i decimalform och procent. Några uppgifter prövade elevens förmåga att förenkla algebraiska uttryck och lösa ekvationer. Del B1 bestod av 20 kortvarsuppgifter och eleverna uppmanades att räkna i huvudet. Detta var det enda delprov där miniräknare inte fick användas. Läraren bedömde svaren med g- eller vg-poäng. Resultatet av bedömningen kunde bli högst 20 poäng varav 10 vg-poäng.



De uppgifter som gav g-poäng hade en lösningsproportion på mellan 49 och 89 procent. På de uppgifter som gav vg-poäng varierade lösningsproportionen mellan 15 och 59 procent (se bilaga 1). Drygt 10 procent av lärare ansåg att Del B1 var för svår 2006.

Flickorna hade högre lösningsproportion än pojkarna på åtta av de tjugo uppgifterna och pojkarna hade en högre lösningsproportion på sju av uppgifterna. Särskilt stor skillnad till flickornas fördel var det på uppgifter om prioriteringsregler, division med decimaltal, tiopotenser och förenkling av algebraiskt uttryck. Pojkarna var som vanligt bättre på bråk och procent men också på innehållsdivision i kontext.

2005 hade uppgifterna i Del B1 som gav vg-poäng lägre lösningsproportion än tidigare år. Denna trend håller i sig även 2006.

#### **Analys av några uppgifter i Del B1:**

Några uppgifter var speciellt intressanta ibland beroende på könsskillnader och ibland beroende på korrelationen med läsförståelsen.

<b>7.</b> Vad är hälften av $1\frac{1}{2}$ ?	Svar: _____	(1/0)
--	-------------	-------

Elever med annat modersmål än svenska och elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett betydligt sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper. Uppgiften tillhörde också de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget i läsförståelse. Samtidigt var det den uppgift där pojkarnas resultat var 10 procentenheter bättre än flickornas.

<b>5.</b> Beräkna $\frac{30}{0,6}$	Svar: _____	(1/0)
------------------------------------	-------------	-------

<b>9.</b> En hundvalp äter 0,4 kg torrfoder varje dag. Hur länge räcker en säck torrfoder som väger 20 kg?	Svar: _____ dagar	(1/0)
---	-------------------	-------

Dessa båda uppgifter prövade båda elevernas förståelse för innehållsdivision. Båda uppgiftstyperna har använts i tidigare givna ämnesprov och lösningsproportionerna var då ungefär desamma som 2006. Nästan alla kategorier av elever hade ett bättre resultat på uppgift 9 än på uppgift 5. Detta gällde t o m elever som inte nådde målen i läsförståelse. Det var bara elever med annat modersmål än svenska som hade en något högre lösningsproportion på uppgift 5 än på uppgift 9 (50 % respektive 47 %).

Intressant är att konstatera att flickorna lyckades bättre än pojkarna på uppgift 5, men på uppgift 9 var det tvärt om. För pojkarna skiljde det 20 procentenheter till uppgifts 9 fördel. För flickorna var det inte lika stor skillnad. (se bilaga 1).

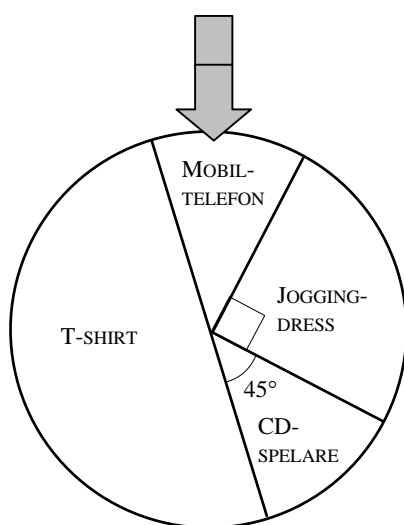
Felsvaren på de båda uppgifterna skiljde sig också åt något. De vanligaste felsvaren både på uppgift 5 och på uppgift 9 var 5. Nästan en fjärdedel av dem som svarade fel gav detta svar. På uppgift 5 var också svaren 0,5 och 500 vanliga medan på uppgift 9 multiplicerade eleverna och gav svaret 8 eller 80.

<b>12.</b> På en karta i skala 1:50 000 är det 6 cm mellan två städer. Hur många kilometer är avståndet i verkligheten?	Svar: _____ km	(0/1)
---	----------------	-------

Uppgiften tillhörde de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget. Däremot var skillnaden inte så stor mellan resultaten för elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål än svenska. Elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse hade ett betydligt sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper.

Endast en tredjedel av eleverna gav ett korrekt svar på denna uppgift. Hälften av felsvaren var 30, 300, 3 000 eller 30 000 och nästan en fjärdedel av felsvaren var 300 000. Eleverna visste att de skulle multiplicera 6 med 50 000 men klarade sedan inte enhetsbytet.

- 13.** Pelle vinner på lotteri och får snurra på ett lyckohjul. När lyckohjulet stannar pekar pilen på ett fält som visar Pelles vinst. Hur stor chans har han att vinna en mobiltelefon?



Svar: \_\_\_\_\_ (0/1)

Elever med annat modersmål än svenska och elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett betydligt sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper. Uppgiften tillhörde också de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget i läsförståelse.

Det vanligaste felsvaret var 25 % eller  $\frac{1}{4}$ . Drygt en tredjedel svarade så. Nästan en fjärdedel av felsvaren var 45 %, 45 eller  $45^\circ$ .

- 16.** Familjen Persson betalade ett år 18 000 kr i ränta på sitt lån. Räntesatsen var 3 %. Hur stort var lånet?

Svar: \_\_\_\_\_ kr (0/1)

Elever med annat modersmål än svenska och elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper. Uppgiften tillhörde också de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget i läsförståelse.

Eftersom denna uppgift handlar om procent presterade pojkarna bättre än flickorna. Nästan hälften av felsvaren var ett tal mindre än 18 000 kr vilket tyder på att eleverna inte förstått vad ränta är. Cirka en tredjedel multiplicerade 3 med 18 och svarade 540 kr, 5 400 kr eller 54 000 kr.

- 19.** Förenkla så långt som möjligt  $\frac{a + 2a + 3a}{a}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1)

Elever med annat modersmål än svenska och elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett betydligt sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper. Uppgiften tillhörde också de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget i läsförståelse.

Detta var den uppgift som hade lägst lösningsproportion på Del B1. Nästan hälften av dem som svarade fel gav svaret 6a/a d v s de förenklade inte så långt som möjligt. Andra vanliga felsvar var 6a, 5a eller 5.

### **Delprov B, Del B2**

Del B2 prövade elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat, dra slutsatser och generalisera. Den prövade också elevens förmåga att kritiskt ta ställning till matematiskt grundade beskrivningar samt elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt. 2006 prövade Del B2 elevernas kunskaper inom kunskapsområdet geometri och framför allt rymdgeometri. Resultatet av bedömningen kunde bli högst 10 poäng varav 6 vg-poäng. Det fanns många olika möjligheter att visa MVG-kvalitet vid lösningen av uppgiften.

Lärarna ansåg att Del B2 var svår, drygt en fjärdedel ansåg att den var för svår. *"B2 alldeles för svår för svaga elever."*, *"B2 var svår för elever med läsförståelseproblem."* Lärare som undervisade i grupper med duktiga elever uppskattade uppgiften: *"B2 var en mycket bra uppgift. Den gav en mycket bra beskrivning av elevens matematiska förmåga"*

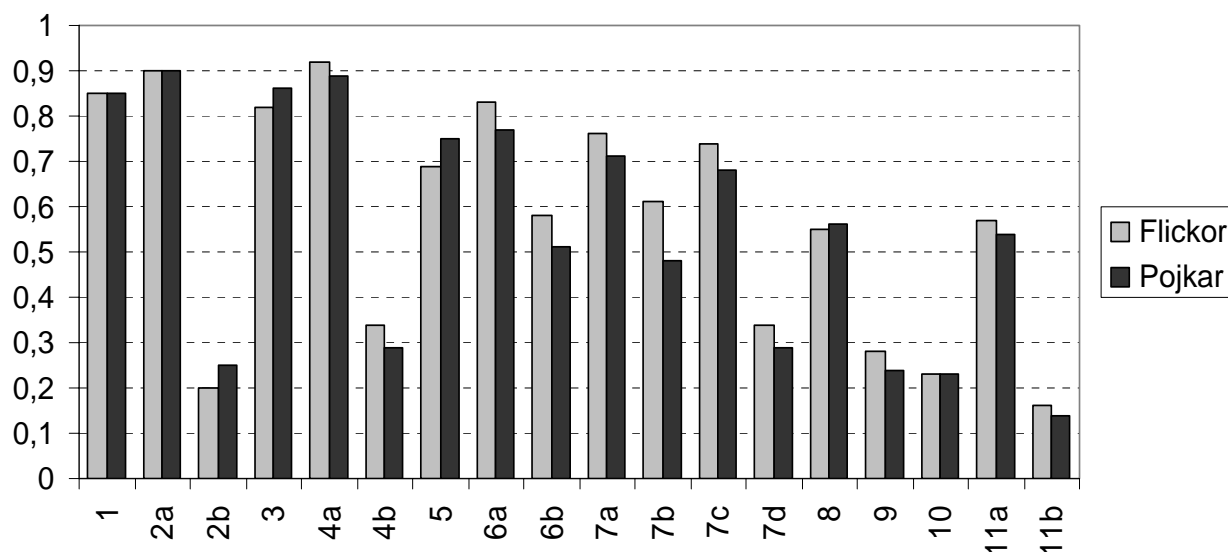
Angående bedömningsanvisningarna till Del B2 ansåg 89 procent att de gett tillräckligt underlag för bedömningen.

Drygt en tredjedel av eleverna som fick godkänd som slutbetyg i matematik hade 0 poäng på denna uppgift, trots att den första deluppgiften var att beräkna volymen av en cylinder med känd diameter och höjd och att formeln stod i formelbladet. Före denna del genomförde eleverna Del B1, den miniräknarfria delen. Efter detta gav en del elever upp eller orkade inte ens försöka på Del B2.

Flickornas resultat var något bättre än pojkarnas resultat på detta delprov. Liknande typ av utredande uppgifter har även tidigare år klarats bättre av flickorna. En ganska liten andel elever (5 %) fick den sista vg-poängen och ungefär lika stor andel visade mvg-kvalitet på denna uppgift.

### **Delprov C**

Detta delprov prövade elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Det prövade också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt. Delprov C bestod av 11 uppgifter varav några med deluppgifter. Uppgifterna var samlade runt temat "OS i Turin". Provtiden var 100 minuter. Vid bedömningen av elevlösningarna tillämpades positiv poängsättning med g- och vg-poäng med stöd av bedömningsanvisningar. Några uppgifter där elevarbetena kunde visa MVG-kvalitet var markerade med  $\alpha$ .

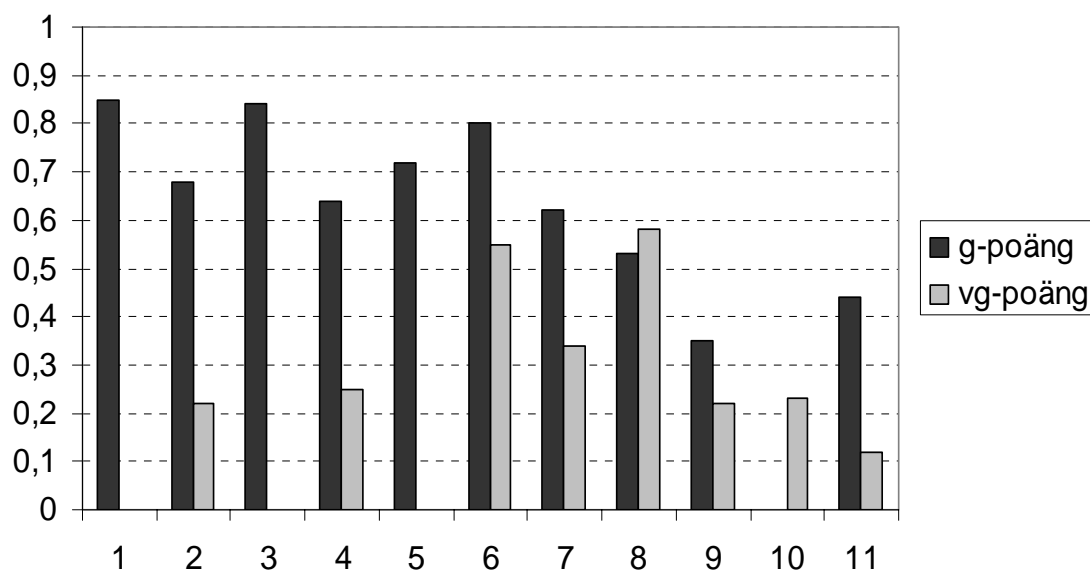


Figur 2. Lösningsproportion (p-värden) för uppgifterna från Delprov C, uppdelat på kön.

Anm: Uppgifterna är baserade på 1 191 elevlösningar.

Flickorna hade ett något bättre resultat än pojkarna på detta delprov. Motsvarande tendenser har vi sett de senaste åren. Detta visade sig framför allt i att flickorna i genomsnitt hade fler vg-poäng. Dessutom gav pojkarna upp fortare. Det var nästan en tredjedel av pojkarna som hoppade över de två sista uppgifterna.

Flickorna hade en något högre Lösningsproportion på tio deluppgifter medan pojkarna hade en något högre Lösningsproportion på tre deluppgifter. Den största skillnaden till flickornas fördel var det på uppgift 6. Denna uppgift handlade om att tolka och använda en formel. Den största skillnaden till pojkarnas fördel var det på uppgift 5. Denna uppgift handlade om en slalombacke och texten var förhållandevis lång, vilket normalt borde missgynna pojkarna. Kanske var det innehållet som fångade pojkarnas intresse?



Figur 3. Lösningsproportion för g-poäng respektive vg-poäng för uppgifterna i Delprov C.

Anm: Uppgifterna är baserade på 1 191 elevlösningar.

Som framgår av figur 3 gavs både g- och vg-poäng på nästan alla uppgifter. Även på uppgifter som låg sent i provet var det förhållandevis lätt att få g-poäng. På uppgift 6, 7, 10 och 11 kunde eleverna visa MVG-kvalitet d v s dessa uppgifter var märka med en  $\alpha$ .

Lösningssproportionen för vg-poängen var markant högre för elever med MVG som slutbetyg på samtliga uppgifter.

Nästan alla lärare ansåg att bedömningsanvisningarna gav gott stöd för bedömningen.

Över 90 procent av lärarna ansåg att detta delprov var lagom svårt. Nästan 90 procent av lärarna höll med om att provtiden var tillräcklig. De elever som fick Godkänd som slutbetyg klarade i genomsnitt 42 procent av totalpoängen på Delprov C. Detta var ett bättre resultat än på tidigare givna ämnesprov. En slutsats man kan dra av detta är att den förlängda provtiden gett ett positivt resultat.

Korrelationen mellan resultat och läsförståelse var störst på uppgift 4b, 6b, 7d, 9, 10 och 11b. Dessa uppgifter var också de som krävde en djupare matematisk förståelse. Elever med MVG som slutbetyg i matematik hade en betydligt högre lösningssproportion på dessa uppgifter än elever med provbetyget MVG i läsförståelse. Några av dessa uppgifter kommenteras nedan.

- 
2. Till OS i Turin fanns biljetter i två eller tre olika prisklasser. Alla priser var i euro (€). En euro (€1) motsvarade 9,30 kronor.

	Pris		
	Kategori A	Kategori B	Kategori C
Öppningsceremoni	€ 850	€ 500	€ 250
Konståkning	€ 300	€ 190	€ 100
Alpint, super G	€ 110	€ 30	–
Ishockey, män – grundserien	€ 480	€ 240	–
Ishockey, damer – grundserien	€ 40	€ 20	–

- a) Vad kostade en biljett i svenska kronor till öppningsceremonin i kategori A? (2/0)
- b) Hur många procent dyrare var det att köpa en biljett till konståkning i kategori A än i kategori B? (1/1)
- 

Uppgift 2a som innehåller både text och en tabell hade låg korrelation med läsförståelsebetyget och skillnaden mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål var inte så stor.

Uppgift 2b hade en anmärkningsvärd låg lösningsproportion för alla kategorier av elever utom för elever med MVG som slutbetyg. Elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett betydligt sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper. Uppgiften tillhörde också de uppgifter som hade högst korrelation med provbetyget i läsförståelse. På denna uppgift var det ingen skillnad på lösningsproportionen mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål.

---

4. Inför OS i Turin var det snöbrist. I Pragelato där längdskidåkningen skulle genomföras behövde banan förbättras. Man transporterade dit 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar.
- a) En lastbil kan lasta ungefär 15 m<sup>3</sup> snö per lass. Hur många lass behövdes? (1/0)
- b) Den bana som skulle förbättras var 5 km lång och i genomsnitt 4 m bred. Hur djupt snölager räckte snön till? (1/1)
- 

Uppgift 4a som innehåller en kontext som inte behöver vara bekant av alla hade låg korrelation med läsförståelsebetyget och skillnaden mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål var inte så stor.

Uppgift 4b tillhörde också de uppgifter som hade hög korrelation med provbetyget i läsförståelse. Elever som inte uppnått målen på provet i läsförståelse presterade ett sämre resultat på denna uppgift än övriga grupper medan skillnaden mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål var inte så stor.

- 
6. Storleken på pjäxor anges oftast i EUR-mått: ... 36, 37, 38, 39 osv. För att beräkna vilken storlek man behöver på sina pjäxor kan man använda följande formel, där  $s$  är storleken och  $x$  är fotens längd i centimeter:

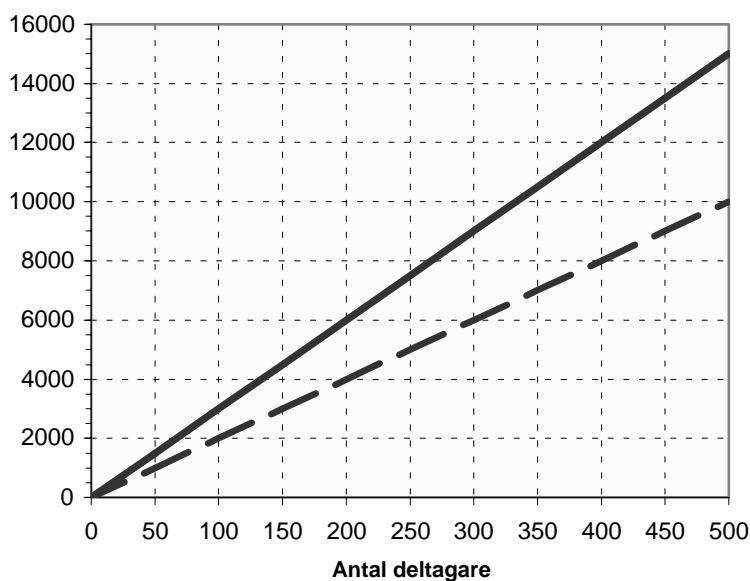
$$s = \frac{3x + 5}{2}$$

- a) Annas fot är 23 cm lång. Vilken storlek på pjäxor behöver hon? (2/0)
- b) Erik har köpt ett par pjäxor i storlek 42. Hur långa är hans fötter? (0/2) ✖
- 

Uppgift 6 som innehåller matematiska symboler hade hög korrelation med läsförståelsebetyget, och skillnaden mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål var också påtaglig.

---

11. Skidklubben Åsbacken arrangerar varje år en tävling för barn och ungdomar som kallas "Lilla OS". Startavgiften är högre om man är junior (11–17 år) än om man är minior (3–10 år). Diagrammet visar hur inkomsten från juniorgruppen och miniorgruppen beror på antalet deltagare i varje grupp.



- a) Vilken startavgift får en junior betala och vilken startavgift får en minior betala? Förklara hur du kom fram till dina svar. (2/0)
- b) Ett år deltog 500 barn och ungdomar i "Lilla OS". Inkomsten från startavgifterna blev totalt 13 110 kr. Hur många miniorer deltog i tävlingen det året? (1/2) ✖
- 

Uppgift 11a som innehåller både lång text och en graf var en av de uppgifter som hade högst korrelation med läsförståelsebetyget och skillnaden mellan elever med svenska som modersmål och elever med annat modersmål var också påtaglig.

Uppgift 11b var den uppgift på Delprov C som hade lägst lösningsproportion och den korrelerade betydligt bättre med provbetyget i matematik än med läsförståelsebetyget.

### Resultat av MVG-bedömning

I ämnesprovet var sex uppgifter märkta med  $\alpha$  för att ge eleven och läraren information om att lösningen av dessa uppgifter gavs möjlighet att visa mvg-kvalitet. Dessa uppgifter har vid utprovningarna visat dessa kvaliteter i ett flertal elevarbeten. Vid insamlingen av elevresultaten fick lärarna uppge vilka mvg-kvaliteter eleven uppnått. Av följande tabell framgår den procentuella elevandelen för varje kriterium och uppgift. Den kvalitet som var mest förekommande var säkerhet i problemlösning och beräkningar. Minst vanligt var användandet av generella strategier.

**Tabell 4.** Procentuell andel elever med provbetyget MVG fördelade på möjliga kriterier i de  $\alpha$ -markerade uppgifterna

MVG-kvalitet	Uppgift ( $\alpha$ -märkt)					
	Dp A	Del B2	Dp C			
			6b	7c, d	10	11b
Visar säkerhet i problemlösning och beräkningar	67	61	73		71	48
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella strategier vid problemlösningen		37				28
Tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar	60	55		55		
Använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt	64	40		39		
Redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk	61	54		52	47	39

### Sammanfattning och kommentarer

I god tid före provet fick alla skolor information om hur provet skulle se ut och tips om att hämta demoprov eller tidigare frisläppta prov med fullständiga bedömningsanvisningar från PRIM-gruppens hemsida. Andelen lärare som använde denna möjlighet har ökat under åren. De flesta lärare förbereder sina elever inför ämnesproven genom att låta dem arbeta med uppgifter från tidigare frisläppta ämnesprov men också genom att visa hur bedömningen kommer att gå till. Det är 2006 betydligt större andel av lärarna som också diskuterar bedömningen med sina elever än det varit tidigare år.

2006 undersökte vi för första gången hur elevernas läsförståelse på verkar deras resultat på ämnesprovet i matematik. Det tydligaste resultatet av denna undersökning är att korrelationen mellan resultat och läsförståelse var störst på uppgifter som innehöll matematiska symboler eller någon form av diagram eller graf men framför allt på uppgifter som kräver en djupare matematisk förståelse.

Flertalet lärare (cirka 90 %) ansåg att svårighetsgraden var lagom på alla provdelar utom på Del B2. Det var 44 procent av lärarna som ansåg att Del B2 var för svår. Lärarnas åsikter om bedömningsanvisningarna var olika beroende på delprov. För Delprov C ansåg 97 procent av lärarna att bedömningsanvisningarna i hög grad eller i viss grad gett tillräckligt underlag för sina egna bedömningar. För Del B2 var motsvarande andel 89 procent och för Delprov A 88 procent.



87 procent av lärarna ansåg att gränsen för Godkänd var lagom, medan 10 procent ansåg att den var för låg. Cirka 90 procent av lärarna ansåg att gränserna för Väl godkänd och Mycket väl godkänd var rimliga. En någon större andel ansåg att de var för höga än de som ansåg att de var för låga. Det nya sättet att bedöma MVG-kvalitet kommenterades av några lärare. ”Bättre med kvaliteter än poäng när det gäller MVG”, ”Blev väldigt tydligt för eleverna. Bra att använda sig av utanför proven”.

På 2006 års ämnesprov var Del B2 det delprov där eleverna hade sämst resultat. Delprovet prövade elevernas förståelse för cylindrar. Inledningsvis skulle eleverna beräkna volymen av en cylinder med känd diameter och känd höjd. Många elever stupade redan här. Detta berodde enligt lärarna antingen på att eleverna inte var bekanta med hur man beräknar volymen av en cylinder eller att formelbladet ställde till det. Sedan gav de upp.

Av de elever som hade Godkänd som provbetyg fick 25 procent av flickorna men bara 12 procent av pojkarna slutbetyget Väl godkänd. Knappt en tredjedel av eleverna med Väl Godkänd som preliminärt slutbetyg hade inte klarat kravgränsen för Väl godkänd på provet. För att få Mycket Väl Godkänd som provbetyg skulle eleverna ha minst 21 vg-poäng och dessutom ha visat olika MVG-kvaliteter. Bara knappt 70 procent av de elever som hade minst 21 vg-poäng fick MVG som provbetyg. De hade troligtvis inte visat tillräckligt med MVG-kvalitet på provet. Dessa elever fick oftast inte heller MVG som slutbetyg. Resultatet på nationella provet verkar ha störst betydelse för slutbetyget för de elever som får Mycket väl godkänd i matematik.

**Resultat på uppgiftsnivå**

För samtliga uppgifter redovisas lösningsproportionen för pojkar respektive flickor. Då skillnaden i lösningsproportion mellan pojkar och flickor är 3 procentenheter eller mer är den högsta lösningsproportionen markerad med fet stil.

<b>Delprov / Uppgift</b>	<b>Pojkar Lösning- proportion i %</b>	<b>Flickor Lösning- proportion i %</b>	<b>Maxpoäng g/vg</b>
<i>Delprov A – muntligt</i>	63	62	<b>4/4</b> $\pi$
<i>Del B1 – kortsvar</i>			
1	90	91	<b>1/0</b>
2	73	<b>0,77</b>	<b>1/0</b>
3	<b>73</b>	69	<b>1/0</b>
4	79	<b>85</b>	<b>1/0</b>
5	46	<b>54</b>	<b>1/0</b>
6	80	80	<b>1/0</b>
7	<b>75</b>	65	<b>1/0</b>
8	<b>56</b>	52	<b>1/0</b>
9	<b>66</b>	61	<b>1/0</b>
10	67	<b>71</b>	<b>1/0</b>
11	<b>62</b>	59	<b>0/1</b>
12	34	33	<b>0/1</b>
13	56	56	<b>0/1</b>
14	53	<b>59</b>	<b>0/1</b>
15	45	<b>51</b>	<b>0/1</b>
16	<b>39</b>	33	<b>0/1</b>
17	<b>25</b>	22	<b>0/1</b>
18	22	<b>28</b>	<b>0/1</b>
19	11	<b>19</b>	<b>0/1</b>
20	26	<b>30</b>	<b>0/1</b>
<i>Del B2 – problemlösning (en "mer omfattande" uppgift)</i>	32	39	<b>4/6</b> $\pi$
<i>Delprov C – Problemlösning Temadel</i>			
1	85	85	<b>2/0</b>
2	<b>58</b>	55	<b>3/1</b>
3	<b>86</b>	82	<b>2/0</b>
4	49	<b>53</b>	<b>2/1</b>
5	<b>75</b>	69	<b>2/0</b>
6	64	<b>71</b>	<b>2/2</b> $\pi$
7	46	<b>53</b>	<b>4/3</b> $\pi$
8	56	55	<b>1/1</b>
9	24	<b>28</b>	<b>1/2</b>
10	23	23	<b>0/2</b> $\pi$
11	30	32	<b>3/2</b> $\pi$