



Matematik

En samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning



MYNDIGHETEN FÖR
SKOLUTVECKLING

Matematik

En samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning



MYNDIGHETEN FÖR
SKOLUTVECKLING

INNEHÅLL

FÖRORD	5
INLEDNING	6
Fokus på skolans kunskapsuppdrag	6
Mål att sträva mot anger inriktningen	7
Bedömning för lärande	7
Kön och prestation	8
LÄSARGUIDE	9
NU 03 – den nationella utvärderingen av grundskolan 2003	11
1. VAD LÄR SIG ELEVERNA I MATEMATIK?	12
Måluppfyllelsen för mål att uppnå	12
Sjunkande kunskaper	14
Svenska elevers kunskaper i internationell jämförelse	16
UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL	18
Matematiken i skolan	19
Viktigt och nyttigt, men kanske inte så inspirerande	20
Läraren viktigast för lärandet	21
Förväntningar och lärande	22
ATT SAMTALA OM	24
2. HUR SER UNDERVISNINGEN UT?	26
Enskilt arbete i läroboken dominerar undervisningen	26
Grupparbete i matematik	28
Jämfört med andra ämnen	30
Små möjligheter att påverka	30
Medinflytande, höga förväntningar och variation	31

UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL	32
Likartade bilder	32
Individualisering och varierad undervisning	33
Allas deltagande viktigt i processen	36
Nivågruppering – risk och möjlighet	36
Diagnoser som stöd för undervisningen och individualisering	37
Språket och det gemensamma samtalet	38
Matematik och läs- och skrivsvårigheter	39
ATT SAMTALA OM	42
3. HUR BEDÖMS OCH BETYGSSÄTTS ELEVERNA?	44
Majoriteten får G	44
Skriftliga prov dominerar	47
Elever med utländsk bakgrund mer motiverade	47
UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL	49
Allsidighet i undervisning och bedömning	49
Olika kunskapskvaliteter i prov	50
Bedömning en del av lärandet	51
ATT SAMTALA OM	55
4. MATEMATIKEN OCH FRAMTIDEN	58
Har matematiken en plats i dagens ungdomskultur?	58
Elevernas lust att lära och matematiken	59
Pojkar och flickor och matematik	60
Ämne med potential	61
REFERENSER OCH TIPS TILL VIDARE LÄSNING	62
Kapitel 1	62
Kapitel 2	63
Kapitel 3	64
Kapitel 4	66
Tabeller, diagram och övriga källor	67
Webbresurser	68

FÖRORD

Denna samtalsguide har tillkommit framför allt utifrån ett behov av att fördjupa samtalet om skolans kunskapsuppdrag. Ett samtal som ständigt behöver hållas vid liv mellan kollegor, elever och skolledare. Guiden förser dig och dina kollegor med ett antal resultat från den senaste utvärderingen av grundskolan och med några vägledande resonemang för att inspirera samtalet. Vår förhoppning är att guiden leder till gemensam reflektion om den pedagogiska grundsynen hos enskilda lärare, arbetslag och ämneslag. Guiden kan också ge tillfälle att reflektera över hur man utformar målen i undervisningen och hur man ser på elevernas utveckling. Meningen är att materialet även ska fungera som ett redskap för att utforska och reflektera över de egna ansträngningarnas resultat.

Guiden utgår från den omfattande utvärderingen som Skolverket genomförde av grundskolans utveckling, *Den nationella utvärderingen*, 2003 (NU 03).

En nationell utvärdering är som ett flygfoto. Nyanser suddas ut. Vi ser berg och dalar, sjöar och älvar, stora samhällen och skogar. En och en annan motorväg kan framträda. De små kullarna, åarna och bäckarna, småstigarna och människorna syns inte.¹

Vi tror att när man kontrasterar de stora bilderna med skolans eller kommunens unika lokala landskap kan nya mer eller mindre kända bilder av den egna verkligheten upptäckas. Ser man samma mönster i den enskilda skolan som i de nationella utvärderingarna? Vad är annorlunda? Skiljer sig landskapet mellan olika klasser? Kan skolan skapa en ny vision för att få fler elever att utvecklas? Dessa är några av de frågor som guiden vill väcka.

Projektgruppen har bestått av Sandra Mardones Larsson, Ulrika Bjare, Kirsti Hemmi och Johan Börjesson. För bearbetning av texterna ansvarar projektgruppen och fristående skribent Carina Näslundh. Utöver ansvarig projektgrupp har många andra personer lämnat värdefulla bidrag och synpunkter. Ett särskilt tack riktas till Katarina Kjellström och Astrid Pettersson på Lärarhögskolan i Stockholm.

Kjell Hedwall
Avdelningschef

Sandra Mardones Larsson
Projektledare

1) Holmberg, L., (2005): Elever i årskurs 5 läser. I Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. Årskurs 5, s. 53, Skolverket.

"Skolans uppdrag att främja lärande förutsätter en aktiv diskussion i den enskilda skolan om kunskapsbegrepp, om vad som är viktig kunskap i dag och i framtiden och om hur kunskapsutveckling sker." ²

INLEDNING

Det finns ett antal frågor som ständigt måste vara aktuella i samtalen om skolan, inom arbetslag och ämnesgrupper samt mellan skolor och kommuner. Det är frågor som handlar om vad eleverna lär sig i skolan, vad de förväntas lära sig utifrån läroplanen och kursplanernas mål. De professionellas samtal om elevernas lärande är grunden för ett fortsatt utvecklingsarbete. I det sammanhanget hör detta material hemma, som ett stöd för samtalet.

Fokus på skolans kunskapsuppdrag

I läroplanen för grundskolan, Lpo 94, är värdegrunden central. Arbetet med värdegrunden är en ständigt pågående process. Lärare, elever och skolläda-
rar runt om i landet har under de senaste åren lagt ner mycket arbete på värde-
grundsfrågorna. NU 03 visar att det finns en hög medvetenhet om värdegrun-
den bland både elever och personal, även om utvärderingen också visar att det
finns brister i tillämpningen av den i den dagliga skolverksamheten.

Myndigheten för skolutveckling vill bygga vidare på NU 03 genom att
sätta fokus på skolornas kunskapsuppdrag. Vad är det för kunskapsinnehåll
som undervisningen i skolan gestaltar? Vilken kunskap och vilket lärande
utvecklar varje elev? Flera utvärderingar, såväl nationella som internationella,
liksom erfarenheter från utvecklingsarbete på Myndigheten för skolutveck-
ling, lyfter fram behovet av att fördjupa samtalet om elevernas kunskapsut-

2) Lpo 94 s. 8

veckling. NU 03, vars resultat denna samtalsguide i stor utsträckning bygger på, visar på brister i kunskapsmålen i flera ämnen – i synnerhet gäller det förmågan att läsa längre texter i svenska, innehållsliga kunskaper i de samhällsorienterande ämnena, begreppsförståelse i kemi samt försämrade kunskaper i matematik. Samtidigt visar NU 03 att eleverna har goda kunskaper i engelska, god förmåga att tala och skriva både svenska och engelska och är bra på att samarbeta och lösa problem.

Mål att sträva mot anger inriktningen

I debatten om skolan hörs ofta att vi har fått en skola där kursplanernas mål att uppnå styr undervisningen. Men det som enligt kursplanerna ska styra inriktningen på undervisningen är mål att sträva mot. Dit ska undervisningen sikta när det gäller att utveckla elevernas kunskaper. Mål att sträva mot sätter inte heller några gränser för elevernas kunskapsutveckling. I en undervisning som ska stimulera och utmana varje elev att bilda sig och växa med sina uppgifter blir mål att sträva mot en naturlig utgångspunkt.

Utforskande, nyfikenhet och lust att lära ska utgöra grunden för undervisningen, enligt läroplanen. Här står skolan inför en utmaning! Att de flesta elever trivs med skolan, sina kamrater och sina lärare är en god grund, likaså att eleverna visar intresse och motivation för många av ämnena. Resultaten från NU 03 och den reflekterande ansatsen i denna samtalsguide ger några utgångspunkter för samtal kring arbetsformer och arbetssätt utifrån ett nationellt perspektiv.

Bedömning för lärande

Den mål- och resultatstyrda skolan och det nuvarande betygssystemet har inneburit en stor omställning för lärarna när det gäller att bedöma elevernas kunskaper. Målstyrningen sätter fokus på den pedagogiska bedömningen som en del av lärandeprocessen. Bedömningen blir ett verktyg för elevernas utveckling, inte enbart för kontroll.

Lärare, elever och föräldrar behöver ha en gemensam kommunikation om och förståelse av mål, kriterier och bedömningsgrunder. Samtalet mellan dessa parter, kring var varje enskild elev står och kan utveckla, är centralt i

det sammanhanget. Exempelvis handlar det om hur den individuella utvecklingsplanen, IUP, kan användas i samband med en bedömning för utveckling. Samtalet kring mål- och bedömningsfrågor är också betydelsefullt för en rättvis och likvärdig utbildning och betygssättning. Varje elev har rätt till lika möjligheter till lärande och utveckling och till likvärdig bedömning av prestationer – oavsett i vilken skola eleven går eller var i landet man bor.

Kön och prestation

Skillnaderna i resultat mellan flickor och pojkar ökar, pojkarna tappar allt mer i förhållande till flickorna. Detta är inte unikt för Sverige utan är en utveckling som syns i hela västvärlden – men den är extra tydlig i Sverige och Norden. I alla grundskolans ämnen, med undantag av idrott och hälsa, når flickorna de högsta betygen i högre utsträckning än vad pojkarna gör. Skillnaderna har i flera ämnen ökat de senaste åren. Matematik är dock det ämne där inga större könsskillnader förekommer. De könsskillnader som identifieras till pojkarnas fördel finns i år fem, medan de upphör i år nio.

Resultatskillnaderna mellan flickor och pojkar när det gäller läsförmåga är tydliga. Oavsett klass, etnicitet och bostadsort läser pojkar som grupp sämre än flickor. Eftersom läsförmåga är grundläggande för allt lärande finns det anledning att särskilt uppmärksamma pojkarnas sämre läsförmåga.

Resultaten från NU 03 pekar på att skillnaderna mellan pojkar och flickor i studieresultat till viss del överensstämmer med deras motivation och inställning till studierna. Det saknas till stor del forskning om varför pojkar underpresterar, men en förklaring kan nog sökas i könsbundna värderingsmönster i samhället som helhet. Skolan som ska värna om likvärdighet och jämställdhet behöver ta detta på allvar. Det är alla elevers rättighet att komma till sin rätt i skolan.

”Att ta tjuren vid hornen och ta en diskussion om vilken syn på kunskap som är den förhärskande – här och nu, i arbetslaget och organisationen i stort, och hur man vill att det ska vara – kan vara ett viktigt steg mot en reflekterad praktik.”³

LÄSARGUIDE

Samtalsguiden för matematik består av tre kapitel som tar upp frågor kring måluppfyllelse, arbetssätt och arbetsformer samt betyg och bedömning. De tre kapitlen inleds med bilder från dessa områden med utgångspunkt i resultaten från NU 03. Därefter följer två underavsnitt kallade *Utgångspunkter inför samtal* och *Att samtala om* i respektive kapitel. Ett fjärde kapitel ger några reflekterande utblickar mot framtiden.

I samtalsguidens avsnitt *Utgångspunkter inför samtal*, förs resonemang kring matematikämnet i relation till några av de bärande idéerna i läro- och kursplanen med avseende på måluppfyllelse, arbetssätt och bedömning. Resonemangen relateras även till relevant forskningslitteratur. Syftet är att ge perspektiv på några av de frågor som NU 03 väcker. *Utgångspunkter inför samtal* är tänkt att fungera som inspirationskälla för diskussioner kring de frågor som varje kapitel avslutas med. Det finns naturligtvis fler resonemang att följa och fler frågor att ställa än de som guiden tar upp. En utgångspunkt för ytterligare samtal kan också vara de förslag till vidare läsning som ges i slutet av denna samtalsguide.

Avsikten med samtalsguiden är att den ska kunna användas som underlag för diskussioner pedagoger emellan, i arbetslag och ämnesgrupper. Sådana diskussioner utgör en viktig och nödvändig grund för att kunna omsätta det som föreskrivs i statliga och lokala styrdokument till en fungerande praktik.

3) Jenner, H. (2004): Motivation och motivationsarbete i skola och behandling. Forskning i fokus, nr 19. Myndigheten för skolutveckling, s. 95

Det är också en förutsättning för en likvärdig bedömning och betygssättning. Förhoppningen är att frågorna som finns i anslutning till varje kapitel kommer att fungera som stöd i arbetet med att bygga upp en gemensam syn kring vad som avses med relevant kunskapsinnehåll, kunskapskvaliteter och bedömning, för att därigenom bidra till utvecklingen av skolans kunskapsuppdrag.

Mer information kring kunskapssatsning och kompletterande stödmaterial från Myndigheten för skolutveckling finns på webben: www.skolutveckling.se.

NU 03 – DEN NATIONELLA UTVÄRDERINGEN AV GRUNDSKOLAN 2003

Sedan 1990-talet har skillnaderna ökat i barns och ungas livsvillkor ekonomiskt, socialt och kulturellt. Skolan har fått ett förändrat huvudmannaskap, ny läroplan och det grupprelaterade betygssystemet har ersatts av ett mål- och resultatrelaterat. Arbetssätten i skolan har förändrats bland annat genom att arbetslagen införts. Skolan har också tvingats prioritera sociala insatser alltmer. Andelen elever med utländsk bakgrund har ökat och låg 2005 på cirka 15 procent.⁴

Det var mot bakgrund av dessa förändringar som NU 03 genomfördes. Skolverket ville kartlägga hur grundskolan utvecklats under 1990-talet, vilka behov av insatser som finns och hur väl läro- och kursplanernas mål uppfylls. Ett viktigt syfte var att göra jämförelser med resultaten av den nationella utvärderingen 1992, NU 92.

NU 03 genomfördes under vårterminen 2003 och omfattade år fem och nio. 6 788 elever, 1 688 lärare och 120 skolor ingick i utvärderingen av år nio. I utvärderingen av år fem ingick 3 455 elever och 205 lärare. Hela NU 03 omfattade cirka 10 000 elever, 1 900 lärare och 197 skolor.

Eleverna i år nio fick göra kunskapsprov i tio olika ämnen samt ett prov i problemlösning. Elever och lärare besvarade också allmänna och ämnesspecifika enkäter. I år nio fick även föräldrar och rektorer besvara enkäter. Genom att en del av proven var upprepningar av prov som ingick i NU 92, var en del av resultaten jämförbara över tid.

I utvärderingen i matematik användes enkäter till elever och lärare, nationella ämnesproven 2001, 2002 och 2003 samt ett extraprov beroende på att det nationella ämnesprovet 2003 fanns tillgängligt på Internet före provdatum. Antalet elever som besvarat de olika enkäterna och deltagit i kunskapsproven i matematik varierar mellan drygt 4000 till 6000 elever. Enkäten till elever med svenska som andraspråk besvarades av 107 elever. I undersökningen ingick också drygt 400 lärare som undervisar i matematik. Dessutom genomfördes en processtudie med ett mindre antal elever.

4) Enligt Skolverkets officiella statistik. Elever med utländsk bakgrund definieras här som elever födda utomlands och elever med båda föräldrarna födda utomlands. 2005 var andelen elever med utländsk bakgrund i grundskolan cirka 15 procent.

”Eftersom tidigare kursplaner beskrivit vad vi ska undervisa om – stoffet – är det naturligt att söka efter stoffbeskrivningar i de nu gällande kursplanerna. Tyvärr svarar inte kursplanetexterna i någon högre grad på de frågor vi ställer om stoffet... Det texterna däremot försöker förmedla – hur den begreppsliga kunskapen ska användas i intellektuella processer – är vi inte tränade eller förberedda på att fråga efter.”⁵

1. VAD LÄR SIG ELEVERNA I MATEMATIK?

Hur står det till med de svenska elevernas kunskaper i matematik? Att de inte har blivit bättre har framgått tydligt i debatten de senaste åren, men hur stora är förändringarna? När eleverna kursplanens mål i matematik och hur ser de på ämnet? Det är några av de frågor kring mål och måluppfyllelse som tas upp i detta avsnitt.

Måluppfyllelsen för mål att uppnå

Forskarna från PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm (Kjellström, 2005) som genomförde och analyserade NU 03 i matematik för Skolverkets räkning sammanfattade provresultaten utifrån sex övergripande målområden: taluppfattningsmålet, beräkningsmålet, geometrimålet, statistikmålet, algebra-målet och sannolikhetsläramålet. Målområdena motsvarar kursplanens mål att uppnå för år 9. Som framgår av tabell 1, var det mellan 80 och 90 procent av eleverna i NU 03 som bedömdes klara uppnåendemålen inom de olika områdena. Totalt i ämnesproven var det mellan tio och femton procent som inte nådde betyget Godkänd på ämnesproven och något färre, runt 6,5 procent, fick inte slutbetyg i matematik.

5) Moreau, H. & Wretman, S. (2005): Om sambandet bedömning – lärande, s. 10.

Tabell 1 Sammanställning av innehållsområden och kursplanens mål att uppnå i år 9.

Övergripande målområden	Kursplanens mål att uppnå i år 9	Andel elever som klarade målen på de nationella proven 2001, 2002 och 2003.
Taluppfattningsmålet	– ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform,	Cirka 90 procent
Beräkningsmålet	– ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel,	Cirka 80 procent
Geometrimålet	– kunna använda metoder, måttssystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma längder, areor, volymer, vinklar, massor, tidpunkter och tidsskillnader, – kunna avbilda och beskriva viktiga egenskaper hos vanliga geometriska objekt samt kunna tolka och använda ritningar och kartor,	Cirka 80 procent
Algebramålet	– kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser,	Cirka 90 procent
Statistikmålet	– kunna tolka, sammanställa, analysera och värdera data i tabeller och diagram,	Cirka 80 procent
Sannolikhetsläramålet	– kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slumpsituationer,	Detta mål prövades inte tillräckligt för att en bedömning skulle vara möjlig.

En anledning till att andelen elever som klarade mål att uppnå skiljer sig mellan de olika målområdena kan bero på att kraven mellan de olika målen skiljer sig något åt. Forskarna gjorde tillsammans med en grupp lärare en analys av kursplanens mål att uppnå och kom fram till att mål att uppnå i geometri och statistik ställer högre krav än mål att uppnå i algebra. I mål att uppnå för skolår nio står det till exempel att eleverna ska ”kunna *tolka* och *använda* enkla formler, lösa enkla ekvationer...”⁶. När det gäller statistik ska

6) Kursplaner och betygskriterier 2000. Grundskolan. Skolverket, s. 29.

Diagram 1 Elevresultat 1992 och 2003 på samma prov. Procentuell fördelning.



eleverna förutom att kunna tolka och sammanställa data även, ”*analysera* och *värdera* data”.

Det delprov som eleverna klarade bäst i NU 03 var det som prövade muntlig kommunikation. Det delprov som eleverna hade svårast att klara i NU 03 var det som innehåll mest text. Detta delprov prövar elevens problemlösningsförmåga och innehåller uppgifter med olika kontext och olika matematiskt innehåll. Det var även på detta delprov som elever med utländsk bakgrund lyckades sämst. Detta kan hänga samman med elevernas försämrade läsförmåga som visar sig i NU 03-resultaten i svenskämnet.

Sjunkande kunskaper

Utöver det nationella provet 2003 fick eleverna besvara ett kortsvarsprov med uppgifter som även gavs i den nationella utvärderingen 1992. Det gör det möjligt att jämföra elevernas kunskapsutveckling över tid. Provet bestod av 21 uppgifter som eleverna fick lösa utan hjälp av miniräknare och handlade framför allt om beräknings- och taluppfattningsmålen. Eleverna 2003

hade sämre resultat på provet än eleverna hade 1992. Totalt hade medelvärdet sjunkit med drygt en poäng.

Resultatförsämringen märktes i två avseenden. Den svagpresterande gruppen hade ökat samtidigt som den högpresterande gruppen hade minskat, se diagram 1.

Det var framför allt på tre uppgifter som eleverna 2003 skiljde sig markant från eleverna 1992, se rutan här nedan. Samtliga prövade det som forskarna kallar taluppfattningsmålet, men även delar av beräkningsmålet.

Bild 1

5.	$\frac{8}{0,4}$
6.	$0,02 \cdot 8\,200$
14.	Pelle hade 48 kr i timlön. Han fick sin lön höjd med 5 %. Vilken är hans nya timlön?

På uppgiften $8/0,4$ var 2,0 eller 0,2 ett vanligt felsvar 1992. En femtedel av eleverna svarade 0,05 eller 5, det vill säga utförde divisionen $0,4/8$ i stället. Antagligen beroende på att många elever tror att resultatet alltid måste bli mindre vid division. År 2003 innehöll hälften av de felaktiga svaren en tvåa, men med fel storleksordning. En femtedel av eleverna använde multiplikation i stället för division. En mindre andel elever hade även 2003 beräknat $0,4/8$. Den stora skillnaden var att en femtedel gav svar där missuppfattningen var svår att genomskåda, till exempel 3, 10, 17 eller 18.

Ytterligare felsvarsanalyser av andra uppgifter visar att generellt var missuppfattningarna svårare att genomskåda 2003 än 1992. Eleverna 2003 gjorde också flera olika typer av fel. De hoppade oftare över uppgifter, eller bara gissade. Även om trenden när det gäller kunskaper tycks vara nedåtgående, visar NU 03 att det finns flera positiva trender inom matematikämnet i grundskolan. Matematik utmärker sig som ett av de få ämnena utan större könsskill-

nader och det är ett av de ämnen som eleverna anser vara viktigast. Elevernas lust att lära sig matematik verkar ha ökat sedan den nationella utvärderingen 1992. En större andel, 48 jämfört med 30 procent, anger att de vill lära sig mer matematik.

Svenska elevers kunskaper i internationell jämförelse

De svenska elevernas kunskaper i matematik har prövats vid flera olika tillfällen internationellt. På 1980-talet talades det om en kris för matematiken i den svenska skolan. Anledningen var bland annat de svaga resultat som de svenska 13-åringarna hade fått vid de internationella IEA-undersökningarna⁷ 1964 och 1980. Det ledde bland annat till satsningar för att höja lärarnas kompetens.

De senaste internationella undersökningarna är TIMSS⁸ och PISA⁹. De svenska elevernas resultat är något olika i de båda utvärderingarna, men de mäter också till viss del olika former av kunskap. TIMSS som drivs av IEA mäter traditionella kunskaper i läsförståelse, matematik och naturvetenskap. Uppgifterna ska utgå från de deltagande ländernas kurs- och läroplaner. I realiteten innebär det att de representerar ”minsta gemensamma nämnare”, påpekar Skolverket i en analys av de svenska erfarenheterna av internationella studier.¹⁰

I TIMSS 1995, efter den svenska satsningen på matematik, visade de svenska sjundeklassarna en klar förbättring av resultaten jämfört med 1980¹¹. De låg över genomsnittet när det gällde kunskaper i statistik och sannolikhetslära, mått och mätningar samt bråk och taluppfattning. I algebra, ekvationer och geometri däremot låg de under genomsnittet. Vid TIMSS 2003 deltog svenska åttondeklassare. Undersökningen visade på en försämring, jämfört

7) IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

8) Trends in International Mathematics and Science Study.

9) PISA 2000 – The OECD Programme for International Student Assessment.

Studien omfattade 32 länder år 2000 och 41 länder 2003. Däribland samtliga 30 OECD-länder.

10) Skolverket (2004): Internationella studier under 40 år – Svenska resultat och erfarenheter.

11) De svenska elevernas resultat i TIMSS jämförs med gruppen av 20 deltagande länder som är medlemmar i OECD och/eller EU.

med sjundeklassarnas resultat 1995. Det var framför allt resultaten i geometri och algebra som drog ned de svenska resultaten. Lärarna fick besvara frågor kring om eleverna fått undervisning inom de olika delområdena innan provet, vilket 60 procent av de svenska eleverna hade fått. De svenska lärarna angav att de hade ägnat relativt stor del av undervisningstiden åt aritmetik och mindre tid åt framför allt algebra, men också geometri.

Den andra stora internationella undersökningen som Sverige deltar i är PISA. Syftet med PISA är att pröva i vilken utsträckning femtonåriga elever är rustade när det gäller att möta framtiden. Proven försöker mäta kunskaper och färdigheter som anses vara av betydelse i vuxenlivet.

De svenska eleverna var något bättre än OECD-genomsnittet i matematik i PISA både år 2000 och 2003. Det var framför allt på uppgifter där grundläggande kunskaper skulle tillämpas, och där matematiken skulle tolkas och användas i kända situationer som de svenska eleverna var bättre än genomsnittet. Däremot var de sämre på uppgifter som kräver analys, reflektion, kommunikation och argumentation.

Både TIMSS och PISA visar att skillnaden mellan flickor och pojkars resultat är små i Sverige och att svenska elevers intresse för och självuppfattning i matematik är god.

UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL

Vad är matematik? Frågan kanske verkar underlig. Men matematik kan betyda väldigt olika saker för olika individer. För en matematiker kan det vara skönhet och konst, för en elev i skolan kanske att räkna uppgifter i läroboken. Mogens Niss¹², dansk professor i matematik, talar om matematikens fem ”ansikten” vilka inte lever i separata världar utan har starka kopplingar mellan sig.

Det första ansiktet är matematik som en grundvetenskap, en vetenskaplig disciplin där matematiska teorier och modeller formas. Det andra ansiktet är matematik som en tillämpad vetenskap, många andra ämnen är i stor utsträckning beroende av matematiska modeller.

Matematikens tredje ansikte är, enligt Niss, ett system av redskap för praxis, till exempel för att hantera ekonomiska och samhällsliga förhållanden och underlätta beslutsfattande, men matematiken finns också inbäddad i många av de saker vi använder dagligdags som mobiltelefoner, broar och hissar. I *Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne* frågar sig Lars Gustafsson och Lars Mouvitz:

*Att både våra tekniska och sociokulturella artefakter på detta sätt genomsyras av matematiskt modellbygge väcker frågan om matematik också som ett orienterande och bildande ämne. I vilken grad behöver vi kunskaper om matematik och inte bara i matematik i perspektivet det livslånga lärandet? Vilken matematik behöver vi för att kunna verka som kritiska och aktiva medborgare i ett demokratiskt samhälle?*¹³

Matematik som skolämne är det fjärde ansiktet och det femte, matematik som estetisk upplevelse. Matematik handlar om mönster, former och samband och beskrivs ibland som den ”sköna vetenskapen”, och då handlar det inte om världen utanför utan om matematikens inneboende skönhet.

12) Niss, M. (Red.) (2001): Matematikken og Verden. Köpenhamn. Fremad.

I: Vuxna och Matematik. NCM rapport 2002:3

13) NCM (2002:3): Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne, s. 54.

Det finns många fler sätt att beskriva det mångfacetterade ämnet matematik på, som problemlösning, bildningsämnet, demokratiämnet, redskap för förståelse av världen...

Matematiken i skolan

Matematik är en våra äldsta vetenskaper, men som skollämne har det huvudsakligen betraktats som ett rent nyttoämne. I den gemensamma grundskolans första läro- och kursplan, Lgr 62, betonades att undervisningen först och främst skulle ge kunskaper och färdigheter i elementär aritmetik, men också i algebra och geometri. I Lgr 80 infogades delar av det som präglar dagens läroplan. Fokus flyttades från den numeriska räkningen till vikten av att eleverna får förankra begrepp och förstå dem i praktiska situationer. Lgr 80 var mer detaljstyrande både när det gällde vad eleverna skulle lära sig och hur undervisningen skulle gå till.

I och med Lpo 94 och kursplan 2000 har skolmatematiken fått ett vidgat innehåll och en delvis ändrad karaktär, man kan hävda att matematikens många ansikten nu också syns i skolans matematikämne som det beskrivs i läroplanen.

Det finns i kursplanen en betoning på hur eleverna kommer fram till och resonerar kring sina lösningar. Rätt svar är inte det enda som är viktigt utan även processen fram till svaret. Begreppsförståelse och kommunikativa färdigheter betonas. Eleven ska utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Matematikens kulturhistoria lyfts fram, men också matematiken som estetiskt ämne och som verktyg för problemlösning. Matematikämnet ska dessutom bidra till att ge eleverna tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda den i olika situationer.

Läroplan och kursplan framhåller vikten av att kommunicera inom matematiken. Det kan handla om att diskutera och argumentera, att tolka och använda matematikens språkliga uttryck, symboler, problemlösning i samverkan med andra elever och läraren och att föra matematiska resonemang i både tal och skrift.

Jämfört med övriga ämnen är kursplanen i matematik fortfarande relativt innehållsrik. De mål att sträva mot som anger inriktningen på undervisningen innehåller till exempel en särskild del som speglar de matematiska områden inom vilka eleverna ska utveckla sina förmågor och kunskapskvaliteter.

Viktigt och nyttigt, men kanske inte så inspirerande

*Det som är viktigt att lära sig i matematik är sån kunskap som alla behöver så man kan lösa problem på egen hand ute i sambället.*¹⁴

Matematik är nyttigt och viktigt för framtiden. Det tycker både föräldrar och elever och elevcitaten ovan är ett uttryck för detta. När föräldrarna i NU 03, fick ange vilka fem skolämnen de ansåg vara viktigast hamnade matematik i topp tillsammans med svenska. Eleverna själva rankade engelska som det viktigaste ämnet, följt av svenska och matematik. Att de tre ämnena är behörighetsgivande för gymnasiestudier spelar säkert in i elevernas uppfattning. Men, även när eleverna anger vilka ämnen de tror att de kommer att ha nytta av för att klara framtida studier och arbete är det samma tre ämnen de prioriterar högst.

Viktigt är emellertid inte detsamma som intressant och motiverande. Matematik ligger tillsammans med fysik och kemi i botten när det gäller intresse. Det är också de ämnen som eleverna tycker är svårast och nästan var femte elev menar att de inte anstränger sig för att göra sitt bästa i matematik. "Lusten och glädjen uppstår i känslan av att lyckas med någonting vilket i sig är starkt motiverande och omvänt, elever som möter ständiga misslyckanden i skolarbetet, inte minst i matematik, förlorar raskt motivation och lust att lära", skriver Skolverket efter sin kvalitetsgranskning av matematikundervisningen¹⁵. En vanlig åsikt bland de elever som intervjuades i samband med granskningen var att uppgifterna i matematik bjöd på för få positiva utmaningar. Ständigt återkommande repetitioner av sådant elever hade gjort under tidigare skolår bidrog också till minskad motivation.

14) Elevcitat från NU 03, Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till rapport 251. Skolverket 2005, s. 50

15) Skolverket (2003): Lusten att lära – med fokus på matematik. Rapport 221, s. 26.

Mer än hälften av eleverna i NU 03 anser att de lär sig mycket onödigt i ämnet, vilket är en ökning från 1992. En större andel elever menar att de får arbeta med för många svåra uppgifter. Men även gruppen elever som tycker att matematikundervisningen erbjuder för få utmaningar har blivit större. Forskarna som analyserade resultaten av NU 03 menar att resultaten tyder på att de duktiga högpresterande eleverna är understimulerade och inte får stöd att utvecklas efter sin förmåga.

Läraren viktigast för lärandet

Läraren är den enskilt viktigaste faktorn i skolan för elevernas lärande, det har sagts i många sammanhang. Så gott som alla matematiklärare som deltog i NU 03 upplever sitt arbete som meningsfullt. De trivs med skolan, kollegorna, eleverna och tycker att det är roligt att undervisa.

Skolverket visar i en analys av resultaten från NU 03, *Lusten och möjligheten*¹⁶, att lärarnas lust att vara lärare bidrar till elevernas resultat. Det finns ett positivt samband mellan lärarens inställning att det är mycket roligt att undervisa i matematik och elevernas slutbetyg, sambandet syns också i elevernas resultat i ett av delproven i matematik.

Matematiklärarna 2003 är något yngre än de var 1992 och åldersfördelningen har förändrats. Det är fler yngre lärare under 35 år och fler äldre över 55 år. Samtidigt har lärarnas kompetens förändrats. Det är en mindre andel lärare 2003 som har både lärarutbildning och en ämneskompetens om minst 20 poäng i matematik.

Nästan alla matematiklärare som deltog i NU 03 ansåg sig ha tillräcklig kunskap och kompetens i ämnet. Men en tredjedel tycker inte att de har tillräcklig kompetens för att upptäcka och stödja elever i behov av särskilt stöd eller att arbeta med elever från olika social och kulturell bakgrund.

Hälften av matematiklärarna ansåg sig behöva fortbildning, drygt 60 procent ville ha fördjupade kunskaper i matematikdidaktik. Cirka en tredjedel önskade sig specialpedagogisk kompetens. Tio procent ville ha mer ämneskunskaper i matematik.

16) Skolverket (2006): *Lusten och möjligheten – om lärarens betydelse, arbetssituation och förutsättningar*. Rapport 282.

Förväntningar och lärande

Beror elevernas resultatskillnader på faktiska kunskapsskillnader eller på något annat? Frågan har diskuterats i decennier och fått olika svar. Som tidigare har konstaterats framträder i olika studier markanta skillnader mellan olika elevgruppers prestationer. Elever erfar olika livsbetingelser utanför och inom skolan. Erfarenheter utanför skolan har betydelse för hur eleverna förhåller sig till kunskap, skolans språk och attityder till utbildning. Elevernas sociala och kulturella tillhörigheter kan spela roll för hur de förstår skolans förväntningar och krav. Men förståelse av skolans egen betydelse på elevernas framgångar och misslyckanden bör också lyftas fram.

Förväntningarnas betydelse på elevernas prestationer är väl beskrivna i Håkan Jenners forskningsöversikt¹⁷. Författaren refererar till flertal studier om elevers motivation och hur den påverkas av vilka tolkningar (attributitioner) man gör på elevers beteenden, vilka förväntningar man förmedlar, vilka slags bemötande som upplevs och vilken professionell förståelse som finns för hur lärandet sker och utvecklas. Jenner menar att forskningsstudierna visar att det finns olika förväntningar på elever med olika bakgrunder och att det finns pedagogiska praktiker som kan verka förstärkande på upplevda skillnader.

En uppmärksam studie i USA "*The Pygmalion in the Classroom*" har haft stor betydelse i diskussionen om varför vissa elever klarar skolan och inte andra. Det beror, menar författarna av den amerikanska undersökningen, på lärarens förväntningar. Den så kallade Pygmalioneffekten har utforskats i senare studier för att pröva sin giltighet, enligt Jenner. Han konstaterar att det finns total enighet i dag om förväntningarnas effekter på elevernas beteenden, motivation och prestationer. I ett pedagogiskt sammanhang är konsekvenserna av lärarnas förväntningar särskilt viktigt att beakta. Jenner refererar till en studie¹⁸ som beskriver vissa principer man bör reflektera

17) Jenner, Håkan (2004): Motivation och motivationsarbete i skola och behandling. Forskning i fokus, nr 19. Myndigheten för skolutveckling.

18) Baker och Crist (1971): I: Jenner, H. (2004), Motivation och motivationsarbete i skola och behandling. Forskning i fokus, nr 19, Myndigheten för skolutveckling.

över i relationen mellan lärare och elever. Lärare betraktar sina elever med utgångspunkt i egna värderingar och behov. I ett första möte med eleven baserar läraren ofta sina intryck på basis av en begränsad information. Dessa första intryck kan påverka samspelet under lång tid framöver. Det finns också en omedveten tendens att etikettera elever som ”bra”, ”dåliga”, ”framåt” eller ”omotiverade”. Förstahandsintrycken om en elev kan vara svåra att ändra även om det kan finnas motsägande information om elevens personlighet, beteende och kognitiva förmågor. Därför är det viktigt att föreställningar om elever ständigt omprövas eftersom dessa ligger till grund för vilka förväntningar läraren har på vad eleven kan uppnå i skolan. Att lärarens förväntningar har betydelse för elevernas skolarbete är viktigt, menar Jenner. Han understryker dock:

*[...] med pedagogens positiva förväntningar blir det inte alltid goda resultat (det är mycket annat som spelar in), men utan pedagogens positiva förväntningar blir det nästan aldrig goda resultat.*¹⁹

19) Jenner, H. (2004): Motivation och motivationsarbete i skola och behandling. Forskning i fokus, nr 19. Myndigheten för skolutveckling, s. 85.

ATT SAMTALA OM

1. Ser du/ni några skillnader eller likheter mellan beskrivningen i NU 03 jämfört med resultat från din/er skola avseende måluppfyllelse i matematik? Hur förklarar du/ni dessa skillnader och likheter?
2. NU 03 visar att den högpresterande gruppen av elever har minskat samtidigt som den svagpresterande gruppen har ökat. Vilka orsaker kan finnas till detta? Vilka åtgärder kan och bör vidtas lokalt på skolan och i organisationen av undervisningen för att få till stånd en förändring?
3. Hur har du och dina kollegor upplevt det vidgade innehåll och den förändrade karaktär som styrdokumentet gett matematikämnet? Hur syns matematikens fem ansikten i kursplanen och hur kommer de fram i din/er undervisning?
4. Reflektera, tolka, upptäcka, följa, förstå, utveckla, uttrycka, kritiskt ta ställning... Verben i kursplanen är handlingsinriktade. Vad innebär det för din/er undervisning?
5. Vilka orsaker ser du/ni till elevernas bristande motivation? På vilka sätt kan undervisningen utvecklas för att ge eleverna utmaningar och inspiration som bidrar till ökad motivation.
6. Hur kan man skapa en lärande miljö som främjar elevernas tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig att använda matematik i olika situationer? Vad kan du och dina kollegor påverka i skolan för att skapa en sådan lärande miljö?

7. Vilka möjligheter/problem/risker ser du/ni med att i matematiken samverka med andra ämnen i olika teman? På vilket sätt kan det matematiska innehållet bli synligt i andra ämnen och hur kan andra ämnen bli synliga och bidra till en utveckling av matematikundervisningen?
8. NU 2003 visade bland annat att elevernas felsvar var svårare att genomskåda än de var i NU 1992, är det något du/ni känner igen? Hur kan du/ni ta tillvara på den typen av felsvar för att få relevant kunskap om vilka problem eleverna har i sin matematiska förståelse? På vilket sätt kan djupare analyser av elevernas förkunskaper göras och utnyttjas systematiskt för att utveckla elevernas kunskaper?
9. På vilka sätt ger ni uttryck för era förväntningar på eleverna på din/er skola?

Fler
frågor?

”Vad man undervisar om, kunskapsinnehållet i det man lär sig kan givetvis och bör påverka arbetsformer och arbetssätt. Vilket innehåll man väljer har att göra med vilka kunskaper och färdigheter som eftersträvas, didaktikens varför - fråga.”²⁰

2. HUR SER UNDERVISNINGEN UT?

D *et som är bra med undervisningen i matematik är att man lär sig ganska mycket om läraren står framme vid tavlan och förklarar.*

Det som är dåligt med matematik är att det är inga genomgångar.²¹

Vad händer egentligen i klassrummet när det står matematik på schemat? Nu 03 ger en bild av engagerade matematiklärare. Så gott som alla anser att arbetet är meningsfullt och att det är roligt eller ganska roligt att undervisa i matematik. Eleverna är i stort sett positiva till sina lärare och den hjälp de får. Samtidigt framträder en bild av en matematikundervisning där lektionerna domineras av att eleverna arbetar enskilt, isolerat, i sin egen takt med uppgifterna i läromedlet.

Enskilt arbete i läroboken dominerar undervisningen

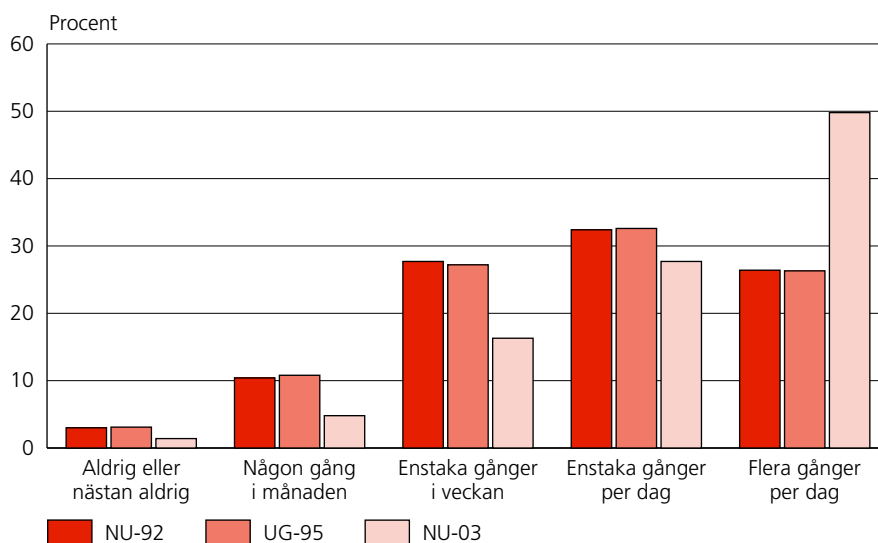
Det som är dåligt med undervisningen i matematik är att man jobbar för sig själv alldeles för mycket.²²

20) Granström, K. (2006): Forskning om lärares arbete i klassrummet. Forskning i fokus nr 33. Myndigheten för skolutveckling, s. 87.

21) De två citaten är hämtade från NU 03, Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till rapport 251. Skolverket 2005, s. 69.

22) ibid.

Diagram 2 Andel elever som uppger att eleverna arbetar var för sig 1992, 1995, 2003



Citatet från eleven ovan speglar väl beskrivningen av matematikundervisningen som den tonar fram i NU 03. I tre nationella utvärderingar av grundskolan – 1992, 1995 och 2003 – har eleverna i år nio svarat på frågor kring olika arbetssätt i skolan. Enskilt arbete verkar ha blivit betydligt vanligare, som framgår av diagram 2, men skillnaderna mellan ämnena är stora. Vanligast är enskilt arbete i slöjd, matematik och bild. Matematik har en särställning bland de teoretiska ämnena när det gäller enskilt arbete, 79 procent av eleverna i NU 03 anger att de arbetar enskilt vid varje eller nästan varje lektion. I övriga ämnen varierar andelen mellan 13 procent (hem- och konsumentkunskap) och 48 procent (engelska).

Eleverna har också svarat på frågor kring hur ofta det förekommer gemensamma diskussioner mellan lärare och elever i de olika ämnena samt hur ofta det förekommer att läraren pratar och ställer frågor medan eleverna lyssnar och svarar. Matematik skiljer sig, enligt eleverna, från övriga teoretiska ämnen. Det förekommer färre gemensamma genomgångar och färre gemensamma diskussioner mellan elever och lärare än i andra teoretiska ämnen. Elever och

lärare är relativt eniga om hur arbetsformerna under matematiklektionerna ser ut, se tabell 2, även om lärarnas bild är att det förekommer fler gemensamma aktiviteter och mindre enskilt arbete än vad eleverna anser.

Bilden bekräftas av de svar som lärarna har gett kring arbetsformerna i matematik och där svaren 2003 går att jämföra med hur samma frågor besvarades 1992, se tabell 3. Kursplanens fokus på kommunikation verkar inte ha slagit igenom i matematikundervisningen, snarare tvärtom. Arbetssätt och bedömningssätt överensstämmer sällan med de mål i kursplanen som handlar om att kunna kommunicera och resonera om matematik tillsammans, pröva olika lösningar och argumentera med andra.

Grupparbete i matematik

Säkert värdefullt, men man är ju alltid stressad, inte minst med att få så många som möjligt att nå målen. Men när jag ser deras engagemang ångrar jag mig faktiskt att jag inte givit dem fler möjligheter av detta slag.²³

Kommentaren ovan är från en av de lärare vars elever deltog i den processtudie som ingick i NU 03. I processtudien ingick, förutom ett mindre prov med kortsvarsuppgifter, två gruppuppgifter och frågor till elever och lärare kring hur de upplevde grupparbetet. Samma gruppuppgifter fanns med i NU 92. Eleverna fick välja mellan två uppgifter. Den ena gick ut på att göra en ritning till ett tält, den andra handlade om att ordna en klassfest. Den tid eleverna hade till sitt förfogande var 120 minuter.

När grupparbetet genomfördes 1992 var eleverna mycket ovana vid grupparbete i matematik, samtidigt som både elever och lärare tyckte att det var viktigt och roligt. Grupparbeten i matematik tycks inte ha blivit vanligare även om en majoritet bland både lärare och elever var positiva till arbetssättet. Men åsikterna gick delvis isär. En del lärare menade att svagpresterande elever inte behärskar arbetsmetoden, andra hävdade motsatsen.

23) Lärarcitat från NU 03, Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till rapport 251. Skolverket 2005, s. 70.

Tabell 2 Procentuell andel lärare resp. elever som svarat på identiska frågor om arbetsformer 2003.

		Varje/ de flesta lektioner	Ibland	Sällan	Aldrig/ mycket sällan
Eleverna sitter och lyssnar, läraren pratar	Lärare Elever	29 22	47 51	18 23	5 6
Läraren pratar och ställer frågor, enskilda elever svarar	Lärare Elever	30 21	53 47	15 24	3 9
Läraren och eleverna diskuterar tillsammans	Lärare Elever	34 15	56 43	9 29	1 14
Eleverna arbetar i grupper	Lärare Elever	16 7	44 24	33 37	8 32
Eleverna arbetar var för sig	Lärare Elever	68 79	26 17	5 4	1 1
Eleverna genomför större arbeten eller projekt	Lärare Elever	1 4	15 13	49 25	36 58

Tabell 3 Lärarsvar 1992 och 2003 på samma frågor rörande arbetsformer.
Procentuell fördelning.

		I stort sett varje gång	Någon gång varje vecka	Någon gång varje månad	Mycket sällan eller aldrig
Gemensam genomgång med klassen under din ledning	92 03	53 34	42 44	4 20	1 2
Eleverna redovisar lösningar och tankesätt för klassen	92 03	6 6	34 28	36 38	23 28
Klassen diskuterar olika problem och lösningar tillsammans	92 03	11 9	43 37	33 41	13 14

Jämfört med andra ämnen

Kunskapsmässigt är det i ämnena svenska, kemi och matematik som eleverna blivit sämre sedan 1992, enligt NU 03. När det gäller svenskan handlar det om försämrad läsförmåga. Läroplan och kursplan betonar muntliga och kommunikativa färdigheter och i många ämnen har det lett till ett mer processinriktat arbetssätt. Utvärderingen visar att niornas processkunskaper, som att kunna samarbeta och söka information, är goda och de har utvecklats positivt sedan 1992. Det gäller inte i matematik. Där fokuserar undervisningen i mindre utsträckning på det som i mål att sträva mot i kursplanen handlar om att eleven:

[...] utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande.²⁴

Diskussioner, samtal och andra arbetsformer där eleverna kan få chansen att visa att de lever upp till betygsriterier på nivåerna Väl godkänd och Mycket väl godkänd, förekommer sällan i matematik, enligt Skolverket, som menar att styrdokumentens ökade tonvikt på muntlig kompetens i alla ämnen, slagit igenom i svenska och engelska men inte i matematik, där undervisningen snarast gått åt motsatt håll. Skolverket drar slutsatsen att om matematiksamtal, diskussioner om problemlösning är sällsynta, begränsas elevernas språk- och begreppsutveckling.

Små möjligheter att påverka

I läroplanen står det att eleverna ska ha ett reellt inflytande över arbetssätt, arbetsformer och undervisningens innehåll samt vara med och planera och utvärdera undervisningen. Eleverna själva anser att deras möjligheter att påverka varierar mycket mellan olika ämnen.

24) Skolverket (2002): Kursplaner och betygsriterier. Grundskolan, s. 26.

Mest inflytande anser eleverna att de har i slöjd. Matematik är det ämne där eleverna anser sig ha minst. Pojkar anser i högre grad än flickor att de kan vara med och påverka undervisningen. Ju högre betyg eleverna har, desto mindre inflytande över undervisningen och desto mindre kommunikation med läraren anser de sig ha.

Medinflytande, höga förväntningar och variation

Mot bakgrund av den bild som den nationella utvärderingen ger av matematikundervisningen kan det vara intressant att se elevernas definition av en bra lärare, vilket också speglar deras synpunkter på undervisningen.

Enligt eleverna är det som utmärker en bra lärare att eleverna får vara med och påverka innehåll och arbetssätt. Det är också en lärare som har höga förväntningar på eleverna och tror på deras förmåga, varierar undervisningen med olika slags uppgifter och där arbetsformerna varvas mellan enskilt arbete, laborativt arbete, gemensamma genomgångar och diskussioner.

När den nationella utvärderingen 1992 genomfördes fanns det två olika kurser i matematik, eleverna kunde välja mellan allmän och särskild kurs. År 2003 följer alla elever samma kurs, men nivågruppering av eleverna i undervisningen var ganska vanligt, två tredjedelar av lärarna uppgav att det förekom i grupper de undervisade i. De lärare som eleverna uppskattade mest tillhörde dock dem som mer sällan använde sig av nivågruppering. Det var lärare som lade större vikt vid betygskriterier, nationella prov och undervisningens planering. De flesta tillhörde en ämnesgrupp där samarbete i den pedagogiska planeringen och i undervisningen var vanligare än bland flertalet av de matematiklärare som deltog i NU 03.

UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL

Likartade bilder

Den bild av matematikundervisningen som NU 03 ger är i stort sett densamma som noterades i samband med en kvalitetsgranskning som Skolverket genomförde 2003. I år 7–9 arbetade eleverna enskilt med uppgifterna i boken och kunskaperna kontrollerades med diagnoser eller prov. Lärarna cirkulerade i klassrummet och gav individuell hjälp. Gemensamma genomgångar, planerat elevsamarbete, laborationer eller samtal kring matematiska problem och Lösningsstrategier förekom mer sällan eller aldrig. En omräkning av lektionstiden till tid per elev visade att läraren hann ägna högst två minuter per lektion åt varje elev med detta arbetssätt. En majoritet av de lärare som intervjuades i samband med kvalitetsgranskningen såg ofta som sin huvuduppgift att strukturera matematikstoffet och gå igenom lärobokens innehåll. Skolverket konstaterade:

Läraren binner oftast inte diskutera grundläggande principer och hjälpa eleven att själv reflektera över dem under så kort tid och då återstår det för eleven att kopiera lärobokens eller lärarens sätt att lösa uppgiften. Diskussionen blir därmed inte matematiskt meningsfull för eleven.²⁵

Frågan är vad som har hänt på vägen? Hur kommer det sig att de gemensamma genomgångarna har landat i en tyst läroboksundervisning? Monica Johansson har i sin avhandling²⁶ granskat lärobokens roll i klassrummet och dess överensstämmelse med läroplan och kursplan. Läroboken är ett verktyg som vilket annat verktyg som helst, menar hon och som lärare gäller det att vara medveten om lärobokens tillgångar och begränsningar. Hennes analys av läromedel i matematik visar att lärobokens innehåll inte är någon garant

25) Skolverket (2003): Lusten att lära – med fokus på matematik, s. 21.

26) Johansson, M. (2006): Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective. LTU – Luleå Tekniska universitet. Institutionen för matematik.

för att målen i läroplan och kursplan följs. Som lärare är det viktigt att skapa situationer och välja eller utveckla intressanta problem som genererar relevanta elevaktiviteter där eleverna ges tillfälle att tala matematik, argumentera och formulera lösningar. Tillgång till olika former av meningsskapande gör att eleverna känner att det är deras egna tankar och resonemang som skapar deras kunnande i matematik. Enligt Malmer (2002)²⁷ är den didaktiska utmaningen att skapa lärandesituationer där *tänka och tala; göra och pröva; synliggöra; förstå och formulera; tillämpa; kommunicera, återkoppla och uppmuntra* blir grundstenarna i undervisningen.

Individualisering och varierad undervisning

I läroplanen finns ett starkt stöd för en individualiserad undervisning som tar hänsyn till elevernas individuella behov och förutsättningar. Skrivningar om individanpassad undervisning har funnits i skolans läroplaner under en lång period, men individualiseringen kan ta sig olika uttryck. Ett vanligt sätt att uppfatta den på är att det är en organisationsform som innebär att eleverna arbetar med till exempel läroboken i matematik enskilt, efter sin egen planering och i sin egen takt. Arbetsformen i sig är dock ingen garanti för att undervisningen är individualiserad.

Det var en av de saker som lärarutbildaren Madeleine Löwing uppmärksammade när hon i sin forskning undersökte vad som pågick i samspelet mellan elever och lärare under ett antal matematiklektioner i skolåren 4–9.²⁸ Några genomgångar, i form av gemensamma instruktioner för samtliga elever gjordes sällan. Motiveringen var att eleverna konstruerar sin egen kunskap och att det tar olika lång tid för olika elever. Genom att varje enskild elev fick just den tid hon eller han behövde för att lösa de olika uppgifterna menade de deltagande lärarna att de hade individualiserat undervisningen. Ett uttryck som ofta används för den beskrivna arbetsformen är hastighetsindividualisering. Alla gör i princip samma sak, men olika fort.

27) Malmer, G. (2002): Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter. Studentlitteratur.

28) Löwing, M. (2006): Matematikundervisningens dilemma – hur lärare kan hantera lärandets komplexitet. Studentlitteratur.

En följd av denna utveckling är att uppgifterna som eleverna enskilt arbetar med tappar sitt sammanhang. Det är i den gemensamma genomgången som detta sammanhang skapas. Klassundervisningen möjliggör dessutom för eleverna att lära sig något nytt som ger mening åt det enskilda arbetet. I den gemensamma diskussionen i klassrummet kan miljöer för kollektivt lärande skapas som gör det möjligt för eleverna att urskilja nya dimensioner och mönster i ett visst matematiskt område.

Tanken från skolan och lärarnas sida är troligtvis välmenad. Eleverna ska få tillfälle till den individualisering och möjlighet att lära sig att ta ansvar och få inflytande som läroplanen talar om. Men det har visat sig att det kan vara svårt att i denna typ av undervisning koppla den konkreta arbetsuppgiften till kursplanens mål. Den handledning som eleverna får har en tendens att bli ganska slumpartad.

I en forskningsöversikt²⁹ om individualisering beskriver Monika Vinterek dess olika former. Hon framhåller att syftet med undervisningen spelar en överordnad roll när det gäller synen på individualisering. Men dessa syften är oklara i skolan. Bristen på koppling till tydliga mål är något flera studier har visat. Myndigheten för skolutveckling har på liknande sätt uppmärksammat detta:

*Målen tenderar till att förlora sin karaktär av mål när de i den individuella planeringen och dokumentationen övergår i arbetsmoment eller rutiner för arbetet. Det blir tydligt vad eleverna ska göra, men risken ökar att det blir otydligt för elever och föräldrar om vilka kunskaper och kvaliteter som ska utvecklas. Ett annat problem är att individuell planering och dokumentation kan leda till alltför stark betoning på individualiserat lärande på bekostnad av gruppens betydelse för lärandet.*³⁰

29) Vinterek, M. (2006): Individualisering i ett skolsammanhang. Forskning i Fokus nr 31. Myndigheten för skolutveckling.

30) Myndigheten för skolutveckling (2004): Individuell planering och dokumentation i grundskolan. Dnr 2003:251 s. 48

Skolverkets bedömning är att den ökning av enskilt arbete som man ser i NU 03, särskilt i svenska och matematik, kan vara en förklaring till att eleverna presterade sämre i dessa ämnen jämfört med den nationella utvärderingen 1992. Det är en slutsats som får stöd i de studier som Vinterek refererar till. Hon berättar om studier som visar att enskilt arbete kan sänka elevernas engagemang för skolarbetet. Eleverna får inte tillräckligt många utmaningar och risken är att de sysslar med sådant de redan kan. Vidare halkar elever som har svårt att ta ansvar för sin egen planering efter.³¹ Vinterek har i sitt eget forskningsarbete om individualisering i åldersintegrerade klasser visat att gruppen svagpresterande elever ökar i klasser där enskilt arbete dominerar som arbetsform.

En möjlig förklaring till varför enskilt arbete ofta förekommer som arbets sätt i undervisningen kan vara skolans egen tolkning av läroplanens skrivningar om elevansvar, och elevinflytande, hävdar Skolverket.³² Det kan även vara så att skolans organisation inte alltid ger lärarna tillräckligt utrymme till en noggrann planering och uppföljning av det individualiserade lärandet. Följden blir ett arbetssätt som motsäger vissa av styrdokumentens mål som förutsätter variation, interaktion och kommunikation med andra.

Vinterek hävdar att, trots en retorik som gör gällande att elever lär på olika sätt och är betjänta av olika undervisningsstrategier, har skolans repertoar av varierade metoder minskat under det senaste decenniet. Hennes uppfattning är att den individualisering som krävs för att anpassa undervisningen till elevernas förutsättningar och behov inte förutsätter ett bestämt sätt att förklara och handleda eleverna. Däremot är kunskap om några olika arbets sätt kopplade till mål och innehåll det allra viktigaste. Lärares förmåga att skapa en reflekterande miljö och att synliggöra målen för eleverna är också av stor betydelse för att skapa goda förutsättningar för lärande. Kontinuerlig återkoppling från lärare visar sig dessutom ha högt samband med goda elevprestationer.

Att variera undervisningen innebär dessutom att olika aspekter av innehållet lyfts fram. Lärares ämneskunskaper och framförallt ämnesdidaktiska kunskaper i matematik gör det möjligt att identifiera vilka aspekter och moment som

31) Edlund, A-Ch., Sundell, K., (ref) i Vinterek, M. (2006).

32) Skolverket (2004): Nationella utvärderingen av grundskolan, Rapport 250:2004. s. 136.

behöver övas och åstadkomma situationer som undanröjer de svårigheter som kan uppkomma. Vilka aspekter som fokuseras på i undervisning har ofta sin grund i lärarens sätt att förstå ämnet och skolämnet som helhet.

Allas deltagande viktigt i processen

Enligt empirin tyckte både elever och lärare redan 1994 att grupparbete i matematik var viktigt och roligt. Som tidigare beskrivits har dock inte grupparbeten blivit vanligare i matematikundervisningen.³³ Enligt Granström (2006) beror detta på bristande kunskaper om själva arbetsformen. Granström refererar till Steiner (1972) som skiljer mellan fyra typer av grupparbetsuppgifter. *Komplementära* uppgifter där enskilda bidrag kan häftas ihop till en gemensam produkt. *Disjunktiva* uppgifter där det räcker att bara en person löser uppgiften för gruppen. *Kompensatoriska* uppgifter där man röstar fram rätt svar på gruppuppgiften. *Konjunktiva* är sådana där allas deltagande behövs för att lösa dem. Det är just denna senare form som är av det mer sällsynta slaget i skolan, hävdar Granström. En förklaring till det kan vara att grupparbetet kan ge upphov till svårkontrollerade grupprocesser.

Nivågruppering – risk och möjlighet

NU 03 visade att en majoritet av lärarna arbetade med någon form av nivågruppering av eleverna i matematik. Skolverkets kvalitetsgranskning av matematikundervisningen visade på samma sak. Det är ofta de olika nivåer eller ”spår” som finns i vissa läromedel som styr indelningen av elever i olika nivågrupperingar. ”Generellt sett tycks åtgärder för att förbättra matematikundervisningen vara begränsade till organisatoriska åtgärder som nivågruppering, mindre klasser och mer tid.” Att utveckla mer elevaktiva och mer problemorienterade arbetssätt ses ofta inte som realistiskt, menar Skolverket³⁴.

33) Granström, K. (Red) (2006): Forskning om lärares arbete i klassrummet.

Forskning i Fokus nr 33. Myndigheten för skolutveckling.

34) Skolverket (2003): Lusten att lära – med fokus på matematik. Rapport 221, s. 42.

Elever, föräldrar och lärare som intervjuades var positiva till nivågrupperingen. Det finns dock anledning att vara uppmärksam eftersom syftet med nivågrupperingen många gånger kan vara oklart. ”Varför då gå vägen över kategorisering och gruppindelning av elever om det enbart innebär enskilt arbete i en bok i eget tempo i stället för att arbeta på ett annorlunda sätt med lärandet?”.³⁵ En risk med nivågrupperingen är att förväntningarna på eleverna varierar beroende på vilken grupp de hamnar i. Elever riskerar även att bli fast i ”fel” grupp. Elever kan bli uppgivna när de inser att de inte kan nå de mål och det betyg som de hade hoppats på därför att de gått i ”fel” grupp och det har varit ”för sent” att byta. Dessutom upplever en del elever att det ställs olika krav för olika betygsnivåer beroende på nivån i den grupp de befinner sig i.

Många pekar på att eleverna kan ha problem med vissa moment inom matematiken, medan andra moment inte ställer till några problem. Alternativa sätt att gruppera kan vara efter vilka som har svårigheter med ett visst innehåll, eller ett visst moment. En del elever kan också behöva särskilda stödåtgärder. Alla former av indelningar förutsätter dock att läraren genom till exempel diagnoser har skaffat sig en god bild av elevernas förkunskaper.

Diagnoser som stöd för undervisningen och individualisering

Skolverket konstaterar att diagnostiskt material är vanligt förekommande i matematikundervisning i grundskolans senare år. Diagnostisering är ett användbart redskap för att individualisera och optimera varje elevs lärande i kombination med en allsidig bedömning av deras förkunskaper. Diagnoser i undervisningen kan användas med flera olika syften, dels som avstämning under eller efter ett avslutat moment, dels inför ett nytt område som stöd för att planera undervisningen. Forskarna Wiggo Kilborn och Madeleine Löwing³⁶ pekar på vikten av att lärare följer upp diagnoserna med olika former av intervjuer med eleverna för att få en större förståelse för elevernas tänkande.

35) ibid

36) Kilborn, W & Löwing, M. (2002): Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle. Studentlitteratur.

För att ge matematiklärarna stöd för bedömning av elevernas kunskapsutveckling i förhållande till kursplanens olika mål har Skolverket tagit fram diagnosmaterial och analyscheman.³⁷ Läraren analyserar elevernas arbete och utifrån dessa identifierar det som eleverna kan eller saknar inom ett visst matematikområde. Detta kan vara en utgångspunkt för det gemensamma samtalet i klassrummet.

Språket och det gemensamma samtalet

Den norska forskaren Olga Dysthe använder begreppet flerstämmighet för att beskriva en kreativ klassrumsdialog. I det flerstämmiga klassrummet hörs allas röst. Kärnan är att elever ska lyssna till varandra, exempelvis genom att använda sig av det klasskamrater säger och skriver, för att på så sätt komma vidare i sitt eget tänkande. Eleverna kan referera, komma med andra åsikter eller utveckla dessa. Dysthe poängterar att språket är av betydelse för eleverna i alla ämnen. Det gäller språkets olika delar – läsa, skriva, tala och lyssna. Ytterst handlar det om att lägga upp undervisningen så att det uppstår en dialog mellan elev och det stoff som ska läras. Språket i dess olika former är grunden till allt lärande och läroplanen betonar att eleverna i alla ämnen ska få rika möjligheter att samtala, läsa, skriva och utveckla sina möjligheter att kommunicera. Det sägs ibland att alla lärare är svensklärare och det ligger en hel del sanning i det.

Kjell Granström skriver i *Kobran, nallen och majjen* om arbetsformer och dynamik i klassrummet: "Det kollektiva samtalet borde vara en del av skolans arbete, ty där sker en träning i att lyssna till andra och övning i att själv formulera olika tankar och föreställningar."³⁸ Han konstaterar att sedan den gemensamma grundskolan infördes för drygt fyrtio år sedan har lärarens roll i helklassituationen förändrats. Då var helklassundervisning i princip detsamma som traditionellt föreläsande katederundervisning. I dag går en stor del av tiden i helklass åt till administrativa och organisatoriska uppgifter. Men när det gäller lärarens samtalsledande roll har det inte skett någon

37) www.skolverket.se/sb/d/260

38) Granström, K. (2003): Arbetsformer och dynamik i klassrummet. I: *Kobran, nallen och majjen*. Myndigheten för skolutveckling. Forskning i fokus, nr 12, s. 228.

utveckling, menar Granström.

En annan aspekt av kommunikationen i klassrummet ger Madeleine Löwing, som studerat ett antal lektioner i matematik. Det hon fann var att även om undervisningen på ytan verkade fungera fanns det brister i kommunikationen och förståelsen mellan elever och lärare. Hon upptäckte att elev och lärare många gånger talade förbi varandra under det korta ögonblick eleven hade lärarens uppmärksamhet. Dels hade många av eleverna bristande kunskaper i matematikens språkvärld av begrepp och termer, dels undvek lärarna ofta att använda ett matematiskt språk när de talade med eleverna. Resultatet blev missförstånd, inte bara vid kommunikationen mellan lärare och elev utan också när eleverna skulle tolka texten i sina läromedel.

Matematik och läs- och skrivsvårigheter

Undersökningar visar att många elever med läs- och skrivsvårigheter även upplever svårigheter i matematik. Tyvärr finns emellertid relativt lite forskning kring sambandet mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Nationellt Centrum för Matematikutbildning har sammanställt en forskningsöversikt med utgångspunkt i kombinationen av matematik-, läs- och skrivsvårigheter³⁹. Området är komplext och studier visar att barn med svårigheter inom det ena området inte nödvändigtvis behöver ha svårigheter inom det andra. För matematikläraren innebär det att man behöver ha en förtrogenhet om vilka faktorer som kan bidra till läs- och skrivsvårigheter och om vilka samband det finns mellan dessa svårigheter och svårigheter i matematik.

Det har bland annat visat sig att läsa matematiska textuppgifter ställer stora krav på elevernas läsförståelse. Det kan vara meningsbyggnader och begrepp som upplevs komplicerade och svårtolkade. Ett enskilt ord i texten kan ju vara avgörande för att förstå innebörden i en matematisk uppgift. Internationella och nationella undersökningar visar på samband mellan läsförståelse och problemlösning i matematik. PISA-studier redogör för elevers funktionella kun-

³⁹) Sterner, G. & Lundberg, I. (2002): Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik. NCM, Göteborgs universitet.

skaper och färdigheter i matematik, deras förmåga att översätta problem till matematikens värld samt att kunna strukturera, formulera och lösa problem. Resultaten från PISA visar att variansen mellan elevprestationer på matematikprov till drygt 70 procent kan förklaras av prestationer på ett ordigenkänningsprov och läsförståelseprov. Sambandet mellan läsförståelse och problemlösning i matematik styrker att utvecklingen av skriftspråklig kompetens är av stor betydelse för matematisk kompetens, kompetenser som ryms i begreppet ”demokratisk kompetens”, dvs. att ha kunskaper om och förmåga att leva i, verka i och bidra till att utveckla ett demokratiskt samhälle.⁴⁰

Ytterligare en språklig fråga är hur elever med annat modersmål än svenska kan kommunicera kring matematik och utveckla sitt kunnande i en svensktalande miljö. Det talas ibland om matematik som ett universellt språk. Men begrepp, erfarenheter, förkunskaper och räknevanor är sällan universella. Det kan till exempel handla om till synes enkla begrepp som cirka, ungefär, mittenmellan och knappa. Elever som kommit till Sverige under sin skoltid kan ha andra erfarenheter och referensramar som de grundat sin matematiska förståelse i. Elever med andra modersmål än svenska är heller ingen homogen grupp och har ofta olika erfarenheter av undervisning och skola.

Flerspråkiga elever som lär sig matematik parallellt med svenska kan få svårigheter om läraren inte är medveten om de specifika problem och ansträngningar som detta innebär. Det är således viktigt att matematikläraren känner till att elevens begreppsuppfattning kan kopplas till en begrepps-förståelse som är knuten till elevens förstaspråk och andra erfarenheter än dem som undervisningen och läromedel i Sverige grundar sig i.⁴¹

Det är därför också viktigt att matematiklärare, svensklärare, lärare i svenska som andraspråk och modersmåls lärare har en väl fungerande kommunikation och gemensam förståelse för vilka olika språkliga problem elever kan möta i matematikundervisningen. Ett samarbete kan exempelvis utformas kring matematikens faktatexter där begrepp, problemlösningssuppgifter,

40) ibid

41) Norén, Eva (2006): Matematik, flerspråkiga elever och modersmål. I: Språket och kunskapen – att lära på sitt andraspråk i skola och högskola. Institutet för svenska som andraspråk Göteborgs universitet, sid. 233.

eller anvisningar behandlas samordnat i undervisningen. Hantering av fakta-
texter är något som nästan alla elever behöver öva kontinuerligt. För många
elever, men speciellt för elever som inte behärskar det svenska språket än, är
det också viktigt att använda laborativt material. Därutöver är användning av
matematiska begrepp som inkluderar elevernas vardagsförståelse och erfä-
renheter viktiga komponenter i elevernas lärande.

Att öva läsförståelse i samband med matematik, att föra matematiska sam-
tal, att eleverna får erfarenhet och hjälp att utveckla skrivandet som tanke-
redskap samt att eleverna ur ett metakognitivt perspektiv skriver om mate-
matik framförs av forskare som metoder för utvecklandet av en god förmåga
att tala och skriva matematik.⁴²

42) För mer didaktiska frågor se Sterner, G. och Lundberg, I. (2004): Läs- och skrivsvårigheter
och lärande i matematik, s. 109. NCM, Göteborgs universitet.

ATT SAMTALA OM

1. På vilket sätt stämmer eller stämmer inte den bild av arbetsformer, arbetssätt och undervisning som NU 03 ger på din/er skola?
2. Hur lägger du/ni upp undervisningen när det gäller relationen mellan kursplanens mål, innehåll, arbetssätt och bedömning? Vad styr undervisningsupplägget och varför? Hur kan man exempelvis utveckla sambandet mellan mål att sträva mot och undervisningens arbetssätt och arbetsformer?
3. Vad innebär begreppet individualisering i matematikundervisningen för dig/er och vad är viktigt att analysera och överväga när man väljer ett visst arbetssätt?
4. Hur ser du/ni på läromedlets betydelse för undervisningen i matematik? Vilka fördelar och nackdelar har det? Hur avgörs vilka delar av läroplanen och kursplanens mål som täcks respektive inte täcks av det läromedel ni använder på skolan? På vilka sätt främjar läromedel och lärarhandledning varierade arbetsformer och arbetssätt?
5. NU 03 och andra undersökningar visar på brister när det gäller att kommunicera, samtala, diskutera och ha muntliga presentationer i matematikämnet. Vilka nya tillvägagångssätt eller metoder kan du/ni pröva i undervisningen för att utveckla dessa former?
6. Uppföljning av lärandet är en naturlig del av lärarens och elevens vardag. För att kunna fånga missuppfattningar och identifiera elevers svårigheter i tidigt skede behövs metoder för att lära känna elevernas förkunskaper, lärstrategier, motivation och attityder. Det är inte bara elever med svårigheter som ska identifieras utan även elever som har behov av extra stimulans på grund av fallenhet eller begåvning i ämnet. Vilka metoder använder du/ni på skolan för detta i dag?

7. Vad som påverkar elevernas lärande diskuteras antingen som frågor som beror på undervisningens kvalitet eller som brister i elevernas sociala eller kognitiva förmågor. Utifrån vilka perspektiv diskuterar du/ni samt vilken betydelse har de olika synsätten för ditt/ert arbete och för elevernas framsteg i sin utveckling?
8. Vilka svårigheter upplever du/ni när det gäller att tolka läroplanens skrivningar med avseende på elevansvar, elevinflytande och individualisering?
9. Hur kan du/ni utnyttja de tidsramar som finns för matematikämnet optimalt? Vilka förändringar skulle behövas på din/er skola? Vad kan man lägga mer respektive mindre tid på i undervisningen?

Dina
frågor

"I och med att skolan fått ett utvidgat kunskapsuppdrag innebär det att de gamla bedömningsmetoderna inte räcker till. Lärare och elever behöver nya verktyg för att kunna bedöma elevernas arbeten i förhållande till läroplanens kvalitativa kunskapsmål." 43

3. HUR BEDÖMS OCH BETYGSSÄTTS ELEVERNA?

Hur bedöms elevernas matematikkunskaper? Hur väl kan eleverna själva uppskatta sin förmåga och tycker de att betygen är rättvisa? Det är några av frågorna som tas upp i detta kapitel. Med avstamp i resultaten från NU 03 följer sedan ett avsnitt med resonemang att reflektera över när det gäller bedömningsformer och betygssättning i matematik.

Majoriteten får G

Det ojämförligt vanligaste slutbetyget i matematik är Godkänd. Inte i något annat ämne är det en så stor andel av eleverna, år 2005 närmare 54 procent, som får betyget Godkänd. Följaktligen är det en mindre andel elever som får Väl godkänd och Mycket väl godkänd jämfört med övriga ämnen, med undantag för svenska som andraspråk. Strax under sju procent saknar slutbetyg, där placerar sig matematik ungefär i mitten av skolans ämnen. I tabell 4 syns skillnaderna mellan matematik, engelska och svenska när det gäller betygen G, VG och MVG för de elever som gick ut grundskolan 2005.

När lärarna fick ta ställning till styrdokumentens betydelse för undervisningen var det också mål att uppnå som en majoritet av matematiklärarna tillmätte störst betydelse. 39 procent ansåg att de har mycket stor betydelse

43) Moreau & Wretman (2005): Om sambandet bedömning – lärande, s. 21.

Tabell 4 Elever med betyg enligt det mål- och kunskapsrelaterade betygssystemet samt elever som ej uppnått målen, per ämne i årskurs 9, läsåret 2004/05

	Andel (%) elever som erhållit visst betyg eller ej nått målen i ämnet											
	Totalt				Flickor				Pojkar			
	G	VG	MVG	Ej nått målen	G	VG	MVG	Ej nått målen	G	VG	MVG	Ej nått målen
Engelska	39,8	37,0	17,0	6,1	36,1	39,2	19,5	5,2	43,3	34,9	14,7	7,0
Matematik	53,8	27,6	11,8	6,8	51,7	29,3	12,8	6,2	55,7	26,1	10,9	7,3
Svenska	43,1	37,8	15,2	3,9	30,6	44,4	22,6	2,4	55,2	31,4	8,1	5,3

för undervisningen och 54 procent att de har ganska stor betydelse. Motsvarande andel för mål att sträva mot var 26 respektive 58 procent. Matematik var det ämne med störst andel lärare, 16 procent, som inte tillmätte mål att sträva mot så stor betydelse för undervisningen.

NU 03 visar att det finns ett samband mellan hur väl eleverna känner till målen och deras upplevelse av en rättvis lärarbedömning. Elever som anser att de får rättvisa betyg anger i högre grad att de fått veta vad som är bestämt i kursplanen att de ska lära sig och likaså att de känner till betygskriterierna i ämnet. Generellt gäller också att ju högre betyg eleverna har, desto rättvisare anser de betyget vara. I matematik anser 80 procent av eleverna att betygen är rättvisa. Det är något större andel flickor än pojkar som tycker så. Elever som saknar slutbetyg anser i högre utsträckning än andra att de är värda ett högre betyg, men det är inte unikt för matematik samma sak gäller i andra ämnen som svenska och engelska.

NU 03 visar också att eleverna med de högsta betygen i matematik har föräldrar som tycker att ämnet är viktigt. Elever med låga betyg har i högre utsträckning föräldrar som inte tycker att ämnet är så viktigt. De socioekonomiska förutsättningarna i hem och fritidsmiljö har fortfarande stor betydelse för hur eleverna lyckas i skolan.

Många elever tycker inte att de har fått reda på vad som krävs av dem i matematik. 82 procent av lärarna menar att det stämmer ganska eller mycket bra att de talar om för eleverna vad som är bestämt i kursplanen i matematik. Motsvarande andel för eleverna är 65 procent.

Tabell 5 Procentuell andel elever 2003 som valt svarsalternativen "Säker" eller "Ganska säker" uppdelat på slutbetyg.

	Ej betyg	Godkänd	Väl godkänd	Mycket väl godkänd
Kassaapparaten är trasig i affären. Du har köpt 12 varor och ska kontrollera att du betalat rätt	80	88	94	96
Du ska med hjälp av en tåg-tidtabell ta reda på hur lång tid det tar att åka från Kiruna till Sundsvall	77	89	97	98
Du ska med hjälp av en fjällkarta i skala 1:100 000 ta reda på hur långt det är mellan två platser	46	63	80	90
Du ska räkna ut hur mycket vatten det är i en tunna som är cylinderformad	51	59	75	88
Du ska lösa en ekvation, exempelvis $3x + 5 = 17$	56	74	93	99
Du ska lösa en svårare ekvation, exempelvis $(x + 3)^2 - (x + 3)(x - 3) = 0$	37	45	70	89

Nästan en tredjedel av eleverna tycker inte att de får reda på vad som krävs för att nå de olika betygsnivåerna i matematik, medan nio procent av matematiklärarna i NU 03 anger att eleverna inte får reda på detta.

Eleverna som deltog i NU 03 fick uppskatta hur pass säkra de kände sig i några situationer som krävde matematisk kunskap. Svaren jämfördes sedan med deras slutbetyg. Tabell 5 visar att det finns ett klart samband mellan elevernas uppskattning av vad de klarar och deras slutbetyg. Värt att notera är att relativt många av eleverna utan slutbetyg eller med betyget Godkänd ansåg att de klarade den svårare ekvationen som har ett matematiskt innehåll som inte ryms inom mål att uppnå.

Skriftliga prov dominerar

Uppdraget till lärarna enligt läroplanen är att utifrån kursplanernas krav allsidigt utvärdera varje elevs kunskap. Vid betygssättningen ska all tillgänglig information om elevernas kunskaper i förhållande till kursplanens krav utnyttjas för en allsidig bedömning. Det som sedan har betydelse för elevens betyg är skillnader i kvaliteten på kunskaperna.

I matematik är skriftliga prov fortfarande det allra vanligaste sättet att bedöma elevernas kunskaper. Matematiklärarna konstruerar egna prov i samma omfattning som för tio år sedan, däremot har användningen av förlagsproducerade prov ökat samtidigt som andelen prov som lärare konstruerar tillsammans har minskat.

Att det finns en stark provkultur inom matematikämnet tar också Skolverket upp efter sin kvalitetsgranskning av matematikundervisningen. De beskriver den på följande sätt:

Att den uttalade provkulturen inom matematikundervisningen, både till form och innehåll, påverkar elevernas syn på kunskap och lärande i mycket hög grad är uppenbart. Det som kommer på provet är också det som är värt att lära sig och ägna uppmärksamhet åt. Detta var uppenbart vid granskningen, är väl belagt i forskning och är närmast ett trivialt påstående. Det är därför angeläget att utforma fler och vidare former för utvärdering som lyfter fram olika kvalitéer i elevers lärande.⁴⁴

Eleverna själva anger också att prov är det vanligaste sättet att få reda på hur det går för dem i matematik, därefter följer utvecklingssamtalen och samtal med läraren i andra situationer.

Elever med utländsk bakgrund mer motiverade

I NU 03 ingick att studera skolsituationen i stort för elever med utländsk bakgrund.⁴⁵ 730 elever ingick i utvärderingen. De elever som enligt NU 03

44) Skolverket (2004): Lusten att lära – Med fokus på matematik, s. 34.

45) Skolverket (2005): Svenska och svenska som andraspråk årskurs 9. Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. Ämnesrapport till rapport 251.

lyckas bäst är i första hand de som vistats längst tid i Sverige. Vistelsetiden visar sig ha större betydelse än faktorer som föräldrarnas utbildning.

När attityder till svenska, engelska och matematik kartlades, visar NU 03 att eleverna med utländsk bakgrund är mer motiverade än elever med svensk bakgrund. I matematik är pojkar med utländsk bakgrund de absolut mest motiverade eleverna. Flickor med svensk bakgrund är minst motiverade. Mitt emellan hamnar flickor med utländsk bakgrund och pojkar med svensk bakgrund, där flickorna är de mest motiverade. Skillnaden mellan grupperna är små, men statistiskt säkerställda.

Trots att elever med utländsk bakgrund är mer motiverade lyckas de i genomsnitt sämre än elever med svensk bakgrund i matematik. De lämnar grundskolan med i genomsnitt sämre betyg inom alla ämnen. På NU 03-proven i matematik lyckades de sämst på de prov som ställde högst krav på språklig färdighet. Betygsstatistiken från 2005 visar att andelen elever med utländsk bakgrund som inte når målen i matematik är 14 procent, jämfört med 5,7 procent av eleverna med svensk bakgrund. Det är en mindre andel av eleverna med utländsk bakgrund som når betygen VG och MVG.

De elever med utländsk bakgrund som har betyg i modersmål har genomgående bättre resultat än övriga elever med utländsk bakgrund.

UTGÅNGSPUNKTER INFÖR SAMTAL

Allsidighet i undervisning och bedömning

Dagens mål- och kunskapsrelaterade betygssystem och den kvalitativa kunskapssyn som det bygger på har inneburit en stor omställning för skolan, lärare, elever och föräldrar. I det tidigare relativa betygssystemet, så betyget väldigt lite om vilka kunskaper eleverna hade eftersom betygen gavs efter en normalfördelningsprincip. I dagens system är det i stället varje enskild elevs kunskap och kvaliteter som bedöms och skillnaderna i betygsnivåerna handlar om olika kvaliteter i kunskaperna. Detta får både konsekvenser för hur läraren lägger upp undervisningen, bedömer och betygsätter eleverna.

En förutsättning för att systemet ska fungera är att lärare och elever, men även föräldrar, har en fungerande kommunikation kring vilka krav som ställs. Elever behöver veta vilka kriterier som gäller för olika betygsnivåer och vilka kunskapskvaliteter de måste visa upp för att nå de olika betygsstegen. En annan förutsättning är att eleverna får möjlighet att visa upp olika kvaliteter i sin kunskap. Den miniminivå av kunskaper som alla elever ska uppnå finns beskrivna i kursplanens mål att uppnå, men, som sagts tidigare, är det kursplanens mål att sträva mot som ska vara inriktningen på undervisningen och inom mål att sträva mot ryms också de olika former av kvalitet på kunskaper som eleverna ska kunna visa upp för att nå de högre betygen. Att formulera sig med ett gemensamt kvalitativt bedömningsspråk är avgörande för att åstadkomma likvärdighet i bedömningen och betygssättningen inom skolan och mellan skolor.

I *Att visa vad man kan* skriver Lisa Björklund:

Vill vi att alla elever ska kunna undersöka, analysera, resonera och tolka måste vår bedömning spegla detta. Även hur resultatet av en bedömning presenteras har stor betydelse. Om ett resultat presenteras i form av en ensam siffra eller bokstav så kan det vara långt ifrån en strävan att beskriva elevers prestationer i termer av vad de kan och det är också långt ifrån komplexiteten hos det som är avsett att bedömas. Andra sätt att presentera resultat från en bedömning är alltså eftersträvänsvärt.⁴⁶

46) Björklund, L. (2004): Pedagogisk bedömning – stöds den i ämnesprovet?

I: Skolverket (2004): *Att visa vad man kan*, sid 116.

Frågan är vilka möjligheter man som lärare har för att göra den allsidiga bedömningen av elevernas kunskaper som kursplanen föreskriver, om undervisningen präglas av tyst, enskilt arbete i läroboken och traditionella prov? För läraren som ska bedöma olika aspekter och kvaliteter av elevernas matematikkunskaper är variation i sätten att bedöma en förutsättning för att klara uppdraget.

Olika kunskapskvaliteter i prov

De nationella ämnesproven i matematik är utformade för att ge eleverna möjlighet att visa upp den mångfald av färdigheter och förmågor som läroplan och kursplan anger. Delproven är också olika inte bara när det gäller kunskapsinnehåll utan också vad gäller arbetssätt, redovisningssätt och bedömningsmetoder. Ambitionen är att läraren ska få ett så brett underlag som möjligt för bedömning av elevernas kunskaper.

Syftet med de nationella ämnesproven i matematik i år nio är att de ska:

- förtydliga målen och visa på elevers starka och svaga sidor;
- konkretisera kursmål och betygskriterier;
- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning;
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapsmålen nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå;

Ämnesproven prövar inte alla kursplanens mål. De är inte heller styrande för betygssättningen, men de ska vara ett stöd och kunna användas som riktmärke.

Inte bara olika bedömningsformer utan även utformningen av dem ger signaler till eleverna om vad som bedöms som viktig kunskap. Prov som innehåller allt för få uppgifter som kräver matematiskt välgrundade resonemang bidrar sannolikt till att elever får svårt att utveckla förmågan att föra matematiskt välgrundade resonemang, menar Jesper Boesen i sin avhandling.⁴⁷ Med en bakgrund som gymnasielärare, har han i sin forskning stu-

47) Boesen, J. (2006): Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact. Institutionen för matematik och matematisk statistik, Umeå Universitet.

derat matematikprov och även i vilken utsträckning lärare påverkas av de nationella proven när de konstruerar egna prov.

En majoritet av de lärarkonstruerade prov han undersökte kunde lösas genom att eleverna kopierade tidigare lösningar och använde resonemang som kunde memoreras och genomföras till stor del utan krav på matematisk förståelse. En av huvudförklaringarna till att de lärarkonstruerade proven till så stor del fokuserar på rutinfärdigheter var lärarnas önskan om att få så många elever som möjligt godkända, samtidigt som de inte ansåg det realistiskt att ställa krav på kreativa resonemang för alla elever.

Bedömning en del av lärandet

*Inriktningen för vårt arbete med bedömning är att göra det väsentliga bedömbart och inte det enkelt mätbara till det väsentliga.*⁴⁸

Så beskriver PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm sin verksamhet kring bedömning av kunskap och kompetens. Det är en mening som också fångar den förändring i synen på bedömning som sker inte bara i Sverige utan även i övriga västvärlden. Det förekommer många olika begrepp som försöker beskriva detta, några exempel är pedagogisk bedömning, process-bedömning, lärande bedömning och kvalitativ bedömning. Men ett begrepp som börjat användas allt mer är *formativ bedömning*.

Ämnesbetyg är ett exempel på *summativ* bedömning. Den *formativa* bedömningen däremot handlar om att följa elevernas läroprocess och stimulera lärandet. Astrid Pettersson, professor vid PRIM-gruppen på Lärarhögskolan i Stockholm beskriver formativ bedömning som en "bedömning *för* lärande" och summativ bedömning som en "bedömning *av* lärande"⁴⁹. Den formativa och den summativa bedömningen står inte i motsatsförhållande till varandra. Den formativa bedömningens slutresultat, betygssättning, är till

48) PRIM-gruppen, www1.lhs.se/prim/forskning/forskning.html (061120).

49) Lärarnas Tidning (2006): Eleven ska bli motorn i sitt kunskapsprojekt.
Lärarnas Tidning, 16/2006, s. 16.

exempel alltid summativ. Ett formativt bedömningssätt utesluter inte heller prov, test och diagnoser, men i stället för ett domslut över elevernas lärande används den som ett verktyg för fortsatt lärande.

Om eleven säger ”jag kan inte” – beror det på att eleven faktiskt inte kan, eller beror det på att bedömningen inte har gett eleven en chans att visa vad den kan, därför att det inte är rätt kunskaper som mäts? Det handlar om att ständigt fråga sig vad de olika formerna av bedömning säger om elevens kunskaper och vad man går miste om att få veta vid bedömningen.

I den kunskapssyn som uttrycks i både läroplan och kursplan ingår att eleverna ska skapa medvetenhet om sitt eget lärande, det gäller i matematik såväl som i övriga ämnen. Eleverna ska, enligt styrdokumentet, kunna reflektera över sitt eget arbete, värdera sin egen utveckling och sätta mål och planera för sitt fortsatta arbete. De ska få utveckla sin förmåga att själva bedöma sina resultat och kunna sätta sin egen och andras bedömning i relation till de egna arbetsprestationerna och förutsättningarna. När man arbetar med formativ bedömning blir bedömningen en del av och ett stöd för elevernas lärande och en väg för läraren att få en allsidig bild av elevens kompetenser. Det kan även ses som en medveten strategi att öka måluppfyllelsen i skolan.

Det är viktigt att framhålla att den formativa bedömningen bör vara av analytisk och nyanserad karaktär och förutsätter ett nära samspel mellan elev och lärare, med en kontinuerlig återkoppling till eleverna. Eleverna får systematisk och strukturerad respons och bekräftelse. De ges därmed bättre förutsättningar att reflektera över sitt lärande individuellt och tillsammans med andra i olika sammanhang. Ett syfte är att eleverna genom att analysera sina egna och andras prestationer ska få en känsla för kvaliteten av olika typer av arbeten. Genom att bedömningen stimulerar och synliggör lärandet kan eleven få tilltro till sin egen förmåga. Motivationen och självinsikten om den egna utvecklingen stärks.

Formativ bedömning är också en utgångspunkt för arbetet med de individuella utvecklingsplanerna, IUP, om de ska kunna fungera som ett pedagogiskt verktyg och stimulera elevernas lärande och förmåga att ta eget ansvar för lärandet, på det sätt som styrdokumentet uttrycker att skolan ska göra. Sambandet kan beskrivas som att grunden för IUP är vad den formativa bedömningen kommer fram till eftersom en sådan bedömning och utvärde-

ring ger vägledning om elevens starka och svaga sidor och konkretiserar det eleven behöver utveckla i nästa steg.

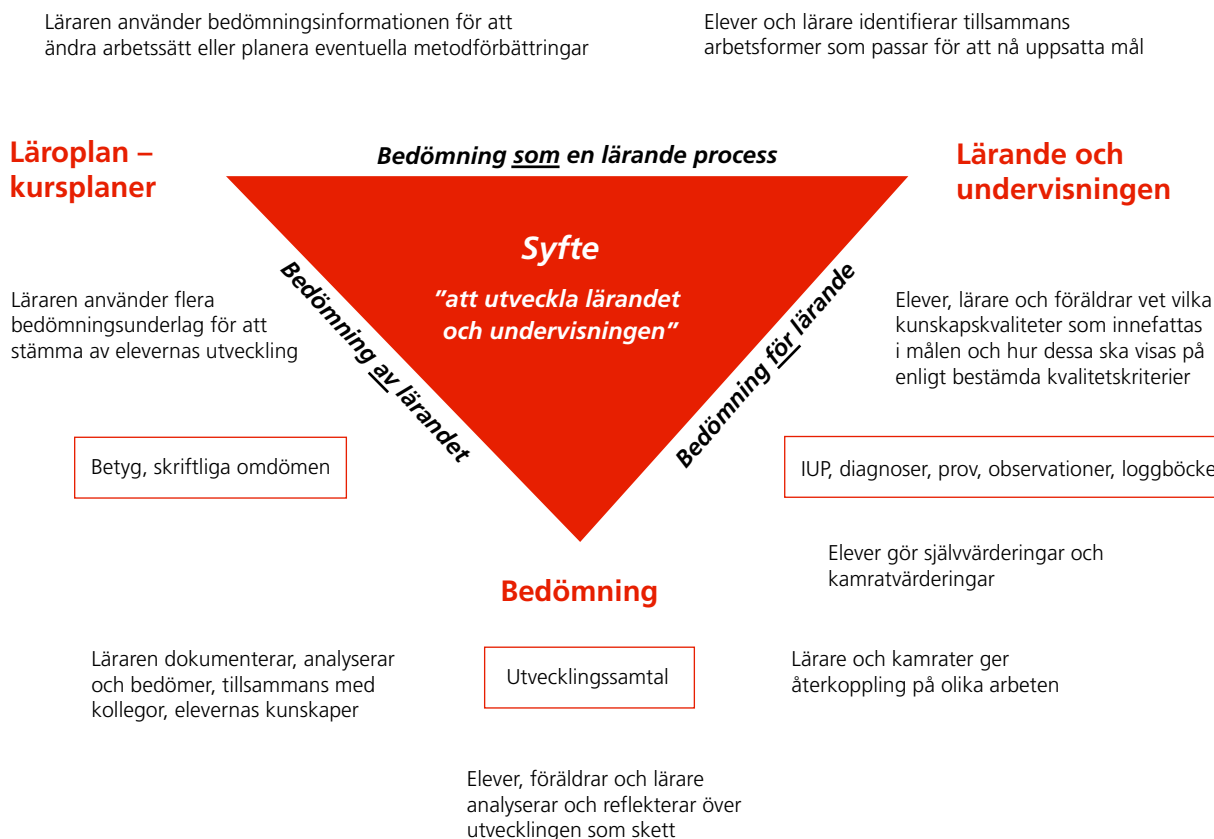
Det finns många olika verktyg att arbeta med i samband med formativ bedömning, till exempel klassrumssamtal, loggböcker, projektarbeten, skriftliga och muntliga test, bedömningsmatriser och utvecklingssamtal med portfolio. Grunden är att lärare och elever får tillgång till varierade bedömningsunderlag och metoder för att främja och bedöma lärande inom olika områden.

Forskning visar att de elever som lyckas bra i sina studier är de som i hög grad reflekterar över sin lärandeprocess. De blir själva motorn i sitt eget kunskapsprojekt och får också redskap för ett livslångt lärande. Professorerna Paul Black och Dylan Wiliams, har analyserat ett antal studier från olika länder kring formativ bedömning.⁵⁰ En slutsats de drar är att när man gjort systematiska försök att stärka och utveckla den formativa utvärderingen, har man också fått ett signifikant bättre lärande. Studieresultaten förbättrades påtagligt och framför allt för de svagpresterande eleverna. Det visade sig också att när eleverna involverades i bedömningsprocessen hade det goda effekter på lärandet och motivationen ökade, medan elevernas lärande inte gynnades av prov där eleverna enbart fick poäng eller betyg.

Figur 1 på nästa sida illustrerar en helhetsbild av bedömningen och dess olika delar.

50) Black, P., & Wiliams, D. (1998): Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan*, 80(2), s. 139–48.

Figur 1 Bedömning. Bilden ger en beskrivning av *formativ* och *summativ* bedömning. Den illustrerar också kopplingen mellan betyg och *summativ* bedömning å ena sidan och IUP och *formativ* bedömning å andra sidan. Källa: Myndigheten för Skolutveckling



ATT SAMTALA OM

1. Majoriteten av eleverna får G i matematik. Hur ser du/ni på det faktum att det i förhållande till svenska och engelska är så få elever som når de högre betygen VG och MVG? Vilka orsaker kan det finnas?
2. Vilka skäl kan det finnas till att ämnet matematik har störst andel lärare som inte tillmäter mål att sträva mot så stor betydelse i undervisningen och på vilket sätt kan detta påverka elevernas lärande?
3. Hur skulle du/ni kunna synliggöra *mål att sträva mot* i utvecklingssamtalen så att både elev och du/ni som lärare planerar lärandeprocessen utifrån dessa?
4. Hur vet eleverna vad de ska kunna i matematik på din/er skola? På vilket sätt kan du/ni utveckla arbetet med kursplanernas beskrivning av bedömningens inriktning i kombination med kursplanens beskrivning av olika betygskriterier? Hur stämmer du/ni av vad kollegorna i andra ämnen gör?
5. Hur skulle du/ni kunna beskriva kunskapskriterierna i matematik för en kollega i ett annat ämne? Hur skulle du/ni beskriva kriterierna för föräldrarna så att de får en bättre förståelse för kunskapsmålen och den bedömningsgrund som används?

forts nästa sida

Fler
frågor?

6. Vilka olika bedömningsformer dominerar din/er undervisning i dag? Finns det några skillnader i matematik jämfört med i andra ämnen, i såfall vilka? Vilka nya samarbetsformer mellan kollegor skulle ni kunna pröva för att utveckla ett varierat arbetssätt för bedömning?
7. På vilket sätt kan prov och diagnoser bli en aktiv del i den *formativa* bedömningen på skolan och i din/er egen praktik?
8. Vilka kompetenser känner du/ni behövs på skolan för att dina/era analyser och bedömningar av elevernas lärande utvecklar arbetet med elevernas *individuella utvecklingsplaner*, IUP?
9. Ett sätt att hantera bedömningsfrågor är att arbeta med bedömningsmatriser, se exempel i matris 1. Gör gärna en egen bedömningsmatris av en uppgift eller ett moment. Låt eleverna göra egna matriser och diskutera tillsammans. En bedömningsmatris är en analytisk bedömning där man beskriver olika kunskapsaspekter på olika kvalitativa nivåer. (Läs mer i K, Kjellström Bedömningsmatriser – en metod för analytisk bedömning, i Pedagogisk bedömning Red. Lindström och Lindberg.)

Dina
frågor

Matris 1 Det nationella provsystemets generella bedömningsmatris för grundskolan

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre		Högre
Förståelse och metod I vilken grad eleven visar förståelse för problemet. <i>Kvaliteten på den metod som eleven väljer.</i>	Visar någon förståelse för problemet, väljer metod som bara delvis fungerar	Förstår problemet nästan helt, väljer metod som fungerar.	Förstår problemet och väljer lämplig metod som ibland kan vara generell.
Genomförande och analys Hur fullständigt och hur väl eleven löser problemet och i vilken mån eleven använder samband och generaliseringar. <i>Kvaliteten på elevens slutsatser, analyser och reflektioner.</i>	Löser endast delar av problemet eller visar brister i procedurer och metoder.	Löser de väsentliga delarna av problemet med användande av logiska resonemang.	Genomför den valda metoden korrekt och analyserar resultatet.
Redovisning och matematiskt språk Hur fullständig och hur klar och tydlig elevens redovisning är. Hur väl eleven använder matematiskt språk och representation (figurer, grafer, diagram).	Redovisningen går delvis att följa även om det matematiska språket är torftigt och ibland felaktigt.	Redovisningen är mestadels klar och tydlig men kan vara knapphändig. Det matematiska språket är acceptabelt men med vissa brister.	Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det mate- matiska språket är korrekt och lämpligt.

4. MATEMATIKEN OCH FRAMTIDEN

I detta avslutande avsnitt tillkommer ytterligare några frågeställningar inför framtiden. Ta gärna ett avstamp i de resultat och nutidstankar som presenteras här eller i egna tankar. Om det genomförs en nationell utvärdering om tio år, vilket matematikämne möter utvärderarna, vilken undervisning, vilka matematikkunskaper? Vilken förståelse har eleverna för ämnet och hur kan de tillämpa det i och utanför skolan? Hur involverade är de i sin egen läroprocess och på vilket sätt är bedömningen också en del av lärandet? Vad krävs lokalt på skolan, i kommunen och nationellt för att era framtidsvisioner ska bli verklighet? Vad är värt att ta tillvara på och på vilket sätt?

Har matematiken en plats i dagens ungdomskultur?

Dagens elever har växt upp i ett samhälle som på många sätt är radikalt annorlunda än det var för bara tio år sedan. Med Internet, mobiltelefoner, annan teknik och nya medieformer har inte bara ungdomarnas sociala umgängesformer förändrats, utan också snabbheten och mängden av information. Data-spelsindustrin är nu större än musikindustrin. Många använder dagligen olika former av simuleringsverktyg, till exempel dataspel, på sin fritid.

Förmågor som är viktiga att besitta i dag behövdes inte alls för 20 år sedan. Samhället i dag är mer matematikberoende än någonsin tidigare. Google, kameramobiler, chattrum på nätet, 3D-världar, väljarundersökningar, intagning till gymnasier och högskolor, erbjudanden om förmånliga villalån och möjligheten att välja det ekonomiskt mest fördelaktiga mobilabonnemanget, listan kan göras lång. Ingenting skulle vara möjligt utan matematiska teorier som utvecklats under århundraden.

Det är lätt att konstatera att samtalen om skolans roll och funktion i samhället världen över har ändrats mycket under de senaste åren. Detta är bland annat en konsekvens av den teknologiska utvecklingen i olika länder som innebär ökade krav på kunskaper i matematik. Den teknologiska utvecklingen är i sin tur en konsekvens av användningen av datorer. Den ökande datoriseringen kan betyda att vissa traditionella delar av matematikundervisningen kan tonas ner (till exempel rita grafer för hand), men dato-

riseringen innebär också ökande krav på matematikkunskaper (till exempel tolka grafer som ritas med hjälp av datorer). Det behövs större matematisk förståelse inom traditionella matematikområden, som till exempel algebra och funktionslära, för att kunna programmera datorerna och tolka olika grafer eller diagram.

Finns det plats för matematiken i ungdomskulturen? Är matematiken förenlig med ungdomskulturen? Det frågar sig NU 03-forskarna Astrid Petersson och Katarina Kjellström i antologin *Grundskolans ämnen i ljuset av den nationella utvärderingen*⁵¹.

Frågan handlar också om hur skolor på ett framgångsrikt sätt ska kunna ta tillvara ny teknik och nya kommunikationsmönster för att utforma en stimulerande och dynamisk undervisning. Vilka möjligheter ger informationstekniken skolan att ta tillvara på varje elevs utvecklingsmöjligheter fullt ut? I dag är matematik ett av de ämnen där till exempel datorn används minst.

Elevernas lust att lära och matematiken

Styrdokumentet betonar att elevernas lust till lärande är en viktig faktor i skolan. Internationella undersökningar visar att de svenska elevernas självförtroende när det gäller förmågan att lära sig matematik har ökat.

Skolverkets övergripande intryck under sin kvalitetsgranskning av matematikämnet var också att eleverna hade en god tillit till sin förmåga att lära sig i olika sammanhang och att de kände en lust att lära sig. De yngre elevernas nyfikenhet och upptäckarlust dör dock ut på vägen genom skolan och i grundskolans år 7–9 har åsikterna om matematiken polariserats. Få ser någon koppling mellan matematik och de egna intressena och framtiden. Vidare har andelen som inte ser någon relevans alls med matematik ökat.

Matematiken har genom århundraden präglats av nyfikenhet, problemlösning, kreativitet, laborerande, utmaningar, teori- och verklighetsanknytning. Skolmatematiken har ofta kännetecknats av räkning. I de nuvarande styrdokumentet framhålls ett bredare spektrum av matematiken. Möjligheterna

51) Skolverket (2005): Grundskolans ämnen i ljuset av den nationella utvärderingen 2003. Nuläge och framåtblickar.

till variation och utmaningar är stora. Astrid Pettersson gör liknelsen med en upptäcktsfärd i ett landskap:

Många ser den [matematiken] som en trappstege, man tar ett steg i taget. [...] Nu förtiden ser vi inte på matematiken på det sättet. Det är ett landskap med öar och broar, ett landskap som vi skall erövra, där det ena inte automatiskt behöver följa på det andra.⁵²

Skolverket pekar i sin kvalitetsgranskning av matematikundervisningen på några faktorer som har betydelse för lusten att lära. Viktigast av allt är kanske självtilliten, tilltron till den egna förmågan att lära. Andra faktorer som lyfts fram är behovet av begriplighet, av en varierad undervisning, kommunikation mot bakgrund av elevernas tankar, elevernas möjlighet till delaktighet och påverkan och behovet av en varierad återkoppling.

Svenska elever hävdar sig väl internationellt när det gäller problemlösande uppgifter på ett ämnesövergripande plan. Samma positiva trend visar sig i det grupprov i problemlösning med utgångspunkt i de naturvetenskapliga ämnena som ingick i NU 03. Eleverna har helt enkelt blivit bättre på problemlösning, både enskilt och i grupp. På vilket sätt kan det gynna matematikundervisningen? Matematik finns överallt, i alla ämnen, vilket behöver synliggöras.

Pojkar och flickor och matematik

I inledningen tog vi upp frågan kring kön och prestation i skolan. Matematik är ett ämne där könsskillnaderna i resultat är små. Det återspeglar sig i denna samtalsguide som inte har fokuserat på frågan kring kön, vilket är fallet i till exempel svenska där skillnaderna är markanta. Det i sin tur innebär inte att frågan är ointressant inom matematiken.

En aspekt på frågan är hur flickor och pojkar kommer till sin rätt när det gäller undervisning och bedömning. Om man jämför pojkar och flickors resul-

52) Skolverket (2005): Grundskolans ämnen i ljuset av den nationella utvärderingen 2003. Nuläge och framåtblickar, s. 222.

tat på de nationella ämnesproven i år 9 med deras slutbetyg, och det gäller i både matematik, svenska och engelska, är det fler pojkar som får ett slutbetyg som ligger lägre än deras resultat från ämnesproven, och det är fler flickor som får ett slutbetyg som ligger högre än deras resultat på ämnesproven.⁵³

En annan aspekt på frågan om pojkar och flickor och matematik är deras utbildningsval efter grundskola och gymnasium. Även om det i dag är fler flickor än tidigare som söker sig till högre matematiska och tekniska utbildningar är skillnaderna mellan könen fortfarande stora. I ämnet matematik på universitetsnivå är andelen kvinnor på grundnivå omkring en tredjedel, inom forskarutbildningen en fjärdedel och bland dem som avlägger doktorsexamen drygt en tiondel.⁵⁴

Ämne med potential

Resultaten från NU 03 och andra studier pekar på att även om skolmatematik kan ses som ett ämne med problem är det också ett skolämne med potential. Det finns en engagerad lärarkår och elever som tycker att ämnet är viktigt, har lust att lära sig mer och uppskattar lärare som har höga förväntningar och tilltro till deras förmåga. Det är samtidigt uppenbart att matematikundervisningen generellt behöver utvecklas. Arbetsformerna och arbetsätten behöver varieras, likaså formerna för bedömning och återkoppling till eleverna. En uppmaning till landets matematiklärare skulle kunna vara: Ta makten över innehållet och låt *alla* elever utvecklas vidare, uppmuntra deras nyfikenhet och lust!

53) Skolverket (2006): Könsskillnader i måloppfyllelse och utbildningsval. Rapport nr 286.

Se även Nycander, M: (2006): Pojkars och flickors betyg. Uppsala Universitet.

Institutionen för lärarutbildning. Rapport LH060906.

54) Brandell, G. (2005): Matematik – en manlig domän? eller ”Tänker man på en matematiker tänker i alla fall jag på en man.”. Lunds Universitet. Bidrag till Vetenskapsrådets konferens 2005-09-22. www.maths.lth.se/GeMa/konferenser/VR.pdf

REFERENSER OCH TIPS TILL VIDARE LÄSNING

Kapitel 1

- Jenner, H. (2004): *Motivation och motivationsarbete i skola och behandling*. Forskning i fokus, nr 19, Myndigheten för skolutveckling.
- Kjellström, K. (2005): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003*. Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till Rapport 251. Skolverket.
- Liedman, S-E. (2001): *Ett oändligt äventyr*. Albert Bonnier Förlag.
- Mouvitz, L. (2004): *Bildning och matematik*. Höskoleverkets rapportserie. Finns även tillgänglig som pdf: www.hsv.se/
- Myndigheten för skolutveckling (2003): *Baskunnande i matematik*. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolutveckling.se
- NCM (2002): *Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne*. NCM-rapport 2002:3. Finns även tillgänglig som pdf: <http://ncm.gu.se/>
- Niss, M. (Red.) (2001): *Matematikken og Verden*. Köpenhamn. Fremad.
- Skolverket (2004): *Internationella studier under 40 år – Svenska resultat och erfarenheter*. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se
- Skolverket (2006): *Lusten och möjligheten – om lärarens betydelse, arbetssituation och förutsättningar*. Rapport 282. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se
- Skolverket (2004): *PISA 2003 – svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv*. Rapport 254. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se
- Skolverket (2004): *TIMSS 2003. Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv*. Rapport 255. Rapporten finns tillsammans med ytterligare material kring TIMSS tillgängligt på: www.umu.se/edmeas/timss2003/

Kapitel 2

Dysthe, O. (1996): *Det flerstämmiga klassrummet – att skriva och samtala för att lära*. Studentlitteratur.

Dysthe, O. (Red), (2003): *Dialog, samtal, lärande*. Studentlitteratur.

Granström, K. (Red) (2006): *Forskning om lärares arbete i klassrummet*. Forskning i Fokus nr 33. Myndigheten för skolutveckling.

Hensvold, I. (2006): *Elevaktiva arbetsmodeller och lärande i grundskolan*. Forskning i Fokus nr 30, Myndigheten för skolutveckling. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolutveckling.se

Kilborn, W. & Löwing, M. (2002): *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur.

Kjellström, K. (2005): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till Rapport 251*. Skolverket.

Löwing, M.(2006): *Matematikundervisningens dilemman – hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Studentlitteratur.

Malmer, G. (2002): *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Studentlitteratur.

Myndigheten för skolutveckling (2003): *Kobran, nallen och majjen. Tradition och förnyelse i svensk skola och skolforskning*. Staffan Selander (red). Finns även tillgänglig som pdf: www.skolutveckling.se

NCM (2006): *Matematik – ett kommunikationsämne*. Göteborgs universitet.

NCM (2000): *Matematiken ett kommunikationsämne*. Göteborgs universitet.

Norén, E. (2006): Matematik, flerspråkliga elever och modersmål. I: *Språket och kunskapen – att lära på sitt andraspråk i skola och högskola*. Institutet för svenska som andraspråk Göteborgs universitet, s. 233.

Olteanu, C. (2003): Algebra – viktigt men svårt. *Nämnamnaren*, nr 3, s. 35–39.

Olteanu, C. (2005): Andragradsekvation som lärandeobjekt. I: Erixon, P-O Red. (2005): *Forskningsarbete pågår*. Nationella Forskarskolan i

Pedagogiskt Arbete, s. 21–33. Umeå Universitet.

Finns tillgänglig som pdf: www.educ.umu.se

Rönnberg, I. & Rönnberg, L. (2001): Undervisningsmiljö och andraspråk-elevs begreppsbildning i matematik. I: *Hög tid för matematik*.

NCM, Göteborgs universitet (2001).

Rönnberg, I. & Rönnberg, L. (2001): *Minoritets elever och matematik-undervisning: en litteraturöversikt*. Skolverket.

Skolverket (2003): *Lusten att lära – med fokus på matematik*.

Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se

Skolverket (2003): *Läsförståelse hos elever med utländsk bakgrund, en fördjupad analys av resultaten av PISA 2000 i 10 länder*.

Finns som pdf-fil på www.skolverket.se.

Sterner, G. & Lundberg, I. (2004): *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. NCM, Göteborgs universitet.

SOU (2004:97): *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens*.

Vinterek, M. (2006): *Individualisering i ett skolsammanhang*. Forskning i Fokus nr 31. Myndigheten för skolutveckling. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolutveckling.se

Kapitel 3

Black, P., & Williams, D. (1998): *Inside the black box: Raising standards through classroom assessment*. Finns tillgänglig på: www.pdkintl.org/kappan/kbla9810.htm (061031)

Boesen, J. (2006): *Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact*.

Institutionen för matematik och matematisk statistik, Umeå Universitet.

Finns tillgänglig som pdf-fil: www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_umu_diva-833-2__fulltext.pdf

- Dysthe, O. (1996): *Det flerstämmiga klassrummet: att skriva och samtala för att lära*. Studentlitteratur.
- Dysthe, O. (2002): Om förhållandet mellan individ och grupp i portföljprocessen. I: Skolverket (2002): *Att bedöma eller döma*. Tio artiklar om bedömning och betygssättning.
- Erickson, G. & Börjesson, L. (2001): Bedömning av språkfärdigheter i nationella prov och bedömningsmaterial. I: P Malmberg & R. Ferm (Red): *Språkboken – en antologi om språkundervisning och språkinläring*. Skolverket. Stockholm.
- Freccero, U., Hortlund, T., Pousette, A. (2005): *Bedömning av kvalitativ kunskap* – Konkreta exempel från gymnasieskolan. Fortbildningsförlaget.
- Kjellström, K. (2005): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003*. Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till Rapport 251. Skolverket.
- Korp, H. (2003): *Kunskapsbedömning – hur, vad och varför*. Forskning i Fokus, nr 13. Myndigheten för skolutveckling.
- Lindström, L. (Red) (2005): *Pedagogisk bedömning* – om att dokumentera, bedöma och utveckla kunskap. HLS förlag.
- Moreau, H., Wretman, S. (2006): Om sambandet bedömning – lärande. Fortbildningsförlaget.
- Skolverket (2002): *Att bedöma eller döma*. Tio artiklar om bedömning och betygssättning. Finns även som pdf: www.skolverket.se
- Skolverket (2004): *Att visa vad man kan*. Finns även som pdf: www.skolverket.se
- Skolverket (2004): *Likvärdig bedömning i matematik med stöd av nationella prov*. Finns tillgänglig som pdf: www.skolverket.se/content/1/c4/21/75/matematik_skolar9_kursA.pdf. Eller sökväg: Startside/Betyg/Bedömningsexempel/Grundskola/Matematik skolar 9
- Skolverket (2003): *Analysschema i matematik - för skolar 6-9*. Stockholm: PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm. ISBN: 91-85009-33-4.

Skolverket (2000): *Analyschema i matematik för åren före skolår 6*.
Lärarhögskolan i Stockholm. PRIM-gruppen.

Skolverket (2003): *Diagnostiska uppgifter i matematik för användning
i skolår 6–9*. Lärarhögskolan i Stockholm. PRIM-gruppen.

Skolverket (2000): *Diagnostiska uppgifter i matematik för användning
i de tidiga skolåren*. Lärarhögskolan i Stockholm. PRIM-gruppen.

Wennbo, K (2005): *Individuell planering – ett led i en önskvärd pedagogisk
utveckling?* Göteborgs stad, Skolutvecklingsenheten. Finns tillgänglig som
pdf-fil på www.goteborg.se/skolutvecklingsenheten.

Kapitel 4

Björnsson, M. (2005): *Kön och skolframgång: tolkningar och perspektiv*.
Myndigheten för skolutveckling. Finns även tillgänglig som pdf:
www.skolutveckling.se

Nycander, M. (2006): *Pojkars och flickors betyg*. Uppsala Universitet,
Institutionen för lärarutbildning. Finns även tillgänglig som pdf:
<http://home.student.uu.se/imny6090/> (061110)

Skolverket (2005): *Grundskolans ämnen i ljuset av den nationella utvärderingen
– Nuläge och framåtblickar*. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se

Skolverket (2006): *Könsskillnader i måltuppfyllelse och utbildningsval*.
Rapport nr 286. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se

Skolverket (2005): *Problemlösning*. Ämnesrapport till Rapport 252.
Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se

Tallberg, I., Broman, L., Rubenstein, R., Hägerström, J. (2002):
Likvärdighet i en skola för alla: historisk bakgrund och kritisk granskning.
Skolverket. Finns även tillgänglig som pdf: www.skolverket.se

Tabeller, diagram och övriga källor

Följande källor har använts i alla kapitel som empiriskt underlag och finns samtliga tillgängliga i pdf-format på www.skolverket.se:

Kjellström, K. (2005): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003.*

Matematik årskurs 9 – ämnesrapport till Rapport 251. Skolverket.

Ur denna rapport har följande hämtats:

Diagram 1: Diagram 5, sid. 33.

Bild 1: Bild, sid. 35.

Tabell 5: Tabell 11, sid. 45.

Skolverket (2004): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003 –*

Sammanfattande huvudrapport. Rapport 250

Ur denna rapport har följande diagram hämtats:

Diagram 2: Diagram 2.12, sid. 83

Skolverket (2004): *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003 –*

Huvudrapport svenska/svenska som andraspråk, engelska, matematik och undersökningen i årskurs 5. Rapport 251.

Ur denna rapport har följande tabeller hämtats:

Tabell 2: Tabell 3.5, sid. 69.

Tabell 3: Tabell 3.4, sid. 68.

Skolverket (2006): *Utbildningsresultat 2006 – Riksnivå. Rapport 274.*

Ur denna rapport har följande tabeller hämtats:

Tabell 4: Tabell 1.5 A: Elever med betyg enligt det mål- och kunskapsrelaterade betygssystemet samt elever som ej uppnått målen, per ämne i årskurs 9, läsåret 2004/2005.

Skolverket (2004): *Likvärdig bedömning i matematik med stöd av nationella prov.* Dnr 2003:2800.

Ur detta material har följande matris hämtats:

Matris 1: Bilaga 7 Det nationella provsystemets generella bedömningsmatris för grundskolan, sid. 54. Finns tillgänglig på: http://www.skolverket.se/content/1/c4/19/77/matematik_skolar9_kursA.pdf

Skolverket (2000): *Kursplaner och betygskriterier*. Grundskolan 2000.

Utbildningsdepartementet (2005): *Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet*, Lpo 94. Regeringskansliet.

Webbresurser

Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM. NCM:s uppgift är att stödja utvecklingen av matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. <http://ncm.gu.se>

PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm, en forskningsgrupp kring bedömning av kunskap och kompetens. www1.lhs.se/prim

Notnavet, en söktjänst med lärresurser för dig som arbetar med matematik, naturvetenskap och teknik i skola och förskola. www.skolutveckling.se/kunskap_bedomning/matematik_naturvetenskap_och_teknik/notnavet

Matematik – en samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning

Vad kan vi lära av bilderna från nationella utvärderingen av grundskolan, NU 03? Denna *samtalsguide i matematik* erbjuder lärare i arbetslag och ämneslag ett konkret verktyg för att reflektera över och samtala om undervisningens innehåll, arbetssätt och bedömning. Den innehåller viktiga slutsatser från NU 03 med efterföljande utgångspunkter och diskussionsfrågor att lyfta i skolans olika samtalsarenor eller för egen kompetensutveckling.

Vad behöver vi vidareutveckla i de olika ämnen och vad kan vi i arbetslag och ämneslag lära av varandra för ytterligare framsteg i elevernas lärande? NU 03 har gett ett rikt material som kan ligga till grund för grundskolors och kommuners utvecklingsarbete.

Förhoppningen är att detta stödmaterial kan bidra till skolornas arbete med att fördjupa det professionella samtalet om skolans kunskapsuppdrag. Det handlar om att återerövra en gemensam syn om hur läro- och kursplanens mål borde gestaltas i undervisningen och därmed bygga upp en gemensam aktionsplattform samt skapa likvärdiga villkor för lärandet inom skolan och mellan skolor.



MYNDIGHETEN FÖR
SKOLUTVECKLING