



Per har 8 öre mer än Arne, och Arne har 23 öre mer än Georg. Sven, som har 50 öre, har 5 öre mer än Georg. Hur mycket har Per?

(Standardprov för årskurs 2 år 1944)

Mer än matematik

– om språkliga dimensioner i matematikuppgifter



MYNDIGHETEN FÖR
SKOLUTVECKLING

MER ÄN MATEMATIK

Beställningsadress:

Liber Distribution

162 89 Stockholm

Tfn: 08-690 95 76

Fax: 08-690 95 50

E-post: skolutveckling@liber.se

Beställningsnr: v08-190

ISBN: 978-91-85589-46-3

Löpnummer: 2007:8

Grafisk formgivning: Typisk Form designbyrå

Omslagsbild: Superstock

Tryck: Edita Västra Aros AB, 2008

INNEHÅLL

Förord	6	Tvetydiga, missledande ord	26
Bakgrund	7	Komplicerad meningsbyggnad	27
Matematik, språk, andraspråk	8	Ovanliga ord och uttryck	29
Matematik och läsförståelseförmågan	9	Uppgifters struktur	32
Kontextens betydelse	11	Att bygga ut texten	34
Matematikuppgifter	13	Layout och illustrationer	35
Vardagligt språk och matematiskt språk	16	Referensramar	39
Signalord	20	Etnomatematik	41
Nominalisering		Avslutning	42
– när verb görs till substantiv	21	Att tänka på ...	
Verb i passiv form	22	...när du konstruerar matematikuppgifter:	43
Partikelverb	23	...i klassrummet:	43
Fullständiga verbformer	24	Referenslitteratur	45
Tydliga bindningar	25	Lästips	46

FÖRORD

Matematikämnets nära anknytning till både kulturella och språkliga kontexter har mer och mer börjat uppmärksammas. Elever med utländsk bakgrund klarar nationella proven i matematik betydligt sämre än elever med svensk bakgrund. PRIM-gruppen och Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk vid Stockholms universitet samarbetar kring provens språkliga och kontextuella innehåll. Elever med utländsk bakgrund som inte fullt ut bemästrar svenska får omotiverade svårigheter på grund av texternas utformning och de kontextuella faktorerna i uppgifterna. Samarbetet har genererat flera bra exempel som kan ligga till grund för diskussioner kring matematiklärande för flerspråkiga elever.

Med detta som bakgrund har Myndigheten för skolutveckling givit Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm ett uppdrag att utforma ett stödmaterial för matematiklärare i arbetet med såväl enspråkiga som flerspråkiga elevers matematiklärande.

De som i första hand samarbetat med innehållet i denna skrift är:

Catarina Persson och Michael Olofsson, Nationellt centrum för sfi och svenska som andra språk, och Katarina Kjellström, Lena Alm och Gunilla Olofsson, PRIM-gruppen.

Kjell Hedwall
Avdelningschef

Siv Frisell
Undervisningsråd

Ingela Nyman
Undervisningsråd

BAKGRUND

Språket i matematikuppgifter har diskuterats en hel del, inte bara i lärarrummen utan också i medierna. Där har det förts en debatt om språket i de nationella proven i matematik och i vilken grad själva texten vållar problem för eleverna. Debattörerna har ställt frågan om språket ska förenklas eller inte. I provsituationer är det ju matematikkunskaperna som ska provas men det finns ibland en osäkerhet om vad det är som egentligen provas. Är det elevens matematikkunskaper eller är det språkkunskaperna? Många matematiklärare har därför önskat få stöd i att konstruera lämpliga uppgifter för olika situationer, både i undervisningen och i prov.

En betydande del av eleverna i grundskolan idag har en flerspråkig bakgrund, dvs. de använder två eller flera språk i sin vardag. En del av dem måste som ett redskap för sitt lärande använda ett språk de inte behärskar till fullo; undervisningsspråket är deras andraspråk. Det innebär att det i matematikundervisningen deltar elever som befinner sig på olika nivåer i sin andraspråksutveckling. Andra elever kan vara födda i Sverige, ha svenska föräldrar och bara använda svenska som kommunikationsspråk. Ändå har de problem med det språk som de möter i skolans värld; i läromedel, i fackböcker och i undervisningen. Det är därför en stor utmaning för läraren att skapa matematikuppgifter i klasser där spännvidden är stor, både när det gäller kunskaperna i svenska och i matematik. En bra matematikuppgift kan vara utvecklande för både ämneskunskaperna och språket.

PRIM-gruppen¹ vid Lärarhögskolan i Stockholm har sedan ett antal år haft uppdraget att utforma de nationella proven i matematik för grundskolan och gymnasieskolans kurs A.² I framtagandet av proven har PRIM-gruppen samarbetat med Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk kring proven ur ett språkligt och innehållsligt perspektiv. Syftet har varit att elever med svenska som andraspråk inte ska få särskilda svårigheter att lösa uppgifterna i proven på grund av texternas utformning och de kontextuella faktorerna i uppgifterna.

I den här skriften exemplifieras och diskuteras, med utgångspunkt från dessa bearbetningar av de nationella proven i matematik, hur matematikuppgifter kan göras mer tillgängliga för elever som har svenska som sitt andraspråk. Men, som denna skrift kommer att visa, är det också viktigt att vara medveten om att resonemangen om språkets roll i matematikundervisningen också är giltiga för enspråkiga, svensktalande elever. För många elever i denna kategori är det lika viktigt att matematikämnets språkliga sidor uppmärksammas. Syftet med skriften är sålunda att uppmärksamma språkutveckling som en del av undervisningen i matematikämnet och att bidra till en medvetenhet om språkets betydelse vid utformningen av matematikuppgifter.

MATEMATIK, SPRÅK OCH ANDRASPRÅK

Språkutveckling i svenska bör ske i alla ämnen i skolan. Det är en angelägenhet för alla lärare – inte bara för lärarna i svenska och svenska som andraspråk. Kunskapsutveckling till högre nivåer inom ett ämne förutsätter en parallell, ämnesanknuten språkutveckling. Därför är det viktigt att som matematiklärare vara medveten om sitt medansvar för elevernas språkliga utveckling och att vara uppmärksam på att ämnet också har en språklig dimension och dessutom, för vissa elever, en andraspråklig dimension.

Att inte förstå texten till fullo i matematikuppgifterna får givetvis till följd att det blir svårt att lösa uppgifterna, men det kan få allvarigare konsekvenser än så. Det påverkar även elevens självkänsla, vilket i sin tur inverkar på elevens förmåga att klara matematik över huvud taget (Linnanmäki 2002). I Skolverkets rapport nr 221 diskuteras var lusten att

1 Forskningsgruppen för bedömning av kunskap och kompetens

2 När det gäller de nationella proven för år 5 medverkar även gruppen för nationella prov i svenska och svenska som andraspråk vid FUMS (Avdelningen för forskning och utbildning i modern svenska) vid Uppsala universitet

lära inom matematik tar vägen under elevens vandring genom skolsystemet. Till att börja med är matematik lika kul som allt annat i skolan eller t.o.m. roligare. Men vad händer med denna entusiasm? Det tycks finnas en gräns någonstans i årskurs 4–6 där skillnaderna ökar mellan de elever som förstår texterna och som tycker matematik är spännande och utmanande och de elever som inte förstår. Även Ing-Marie Parszyk har i en studie kring minoritetselevs skolsituation sett detta samband. De som tycker att matematik är tråkigt sammanfaller ofta med dem som inte förstår texterna (Parszyk 1999). En av orsakerna till att eleverna har svårt att förstå är att språket som de möter i skolan, i läromedel och i uppgifter, ändrar sig vid ungefär årskurs 4–6. Det blir mer avancerat och komplicerat och en andraspråkselev som dittills klarat sig relativt bra i skolan står plötsligt inför nya och ibland övermäktiga utmaningar. Samma resonemang om betydelsen av att förstå innehållet i matematiktexterna, tycks alltså gälla för såväl andraspråkstalare som för enspråkiga, svensktalande elever.

MATEMATIKÄMNET OCH LÄSFÖRSTÅELSEFÖRMÅGAN

Ibland medför själva textläsningen stora svårigheter i matematikuppgifterna. Skolverket har rekommendationer för hur de nationella proven i matematik bör anpassas till vissa elever, exempelvis elever med utländsk bakgrund, som har svårigheter med att läsa svenska. Det kan enligt Skolverket innebära att eleven får använda lexikon eller hjälp med att översätta vissa ord och uttryck, utan att hjälpen röjer det matematiska innehållet. Det kan också innebära att eleven får texten uppläst av läraren eller får längre tid på sig att genomföra provet. Ledstjärnan måste vara att eleven ska förstå texten i uppgiften för att en prövning ska vara relevant.

Även elever med svenska som modersmål kan ha svårt med läsningen av matematikuppgifterna. Därför bör alltid texterna i matematikupp-

gifterna ägnas särskild uppmärksamhet. Det finns dock speciella svårigheter för elever med svenska som andraspråk som lärare bör känna till. Texter som för elever med svenska som modersmål underlättar det matematiska tänkandet, kan ibland i stället skymma sikten för den som inte behärskar svenska fullt ut.

Att läsa på ett språk som man inte behärskar till fullo innebär över huvud taget att man måste lägga ner mer kraft på att koda av texten än man gör när man läser en text på sitt modersmål. Läsningen blir därför långsammare. I matematikuppgifter är det dessutom nödvändigt att man läser med största noggrannhet och inte missar viktiga ord och uttryck. Därför blir just själva läsandet av matematikuppgifter tidsödande för många andraspråkselever. Återigen är det viktigt att påpeka att även förstaspråkstalande elever har mycket varierande läsförmåga, varför man inte kan ta för givet att läsningen av matematikuppgifter går problemfritt i klasser med enbart svensktalande elever.

Vilka problem är det då som kan relateras till texten i matematikuppgifter? Det vanligaste är att eleven missar implicit information, dvs. att det ligger underförstådda betydelser i texten vilket går läsaren förbi. Ofta handlar det om att kunna tolka och dra slutsatser utifrån abstrakta relationer. En annan stötesten är missledande information, dvs. ord och uttryck i texten som leder elevens tanke åt fel håll. Även dispositionen av uppgiftens text har betydelse. Ytterligare en svårighet är ovanliga ord och uttryck som eleven inte träffat på tidigare. Allt detta tar kraft från elevens tankemässiga arbete med själva matematikproblemet.

I en rapport baserad på resultaten från PISA 2003³ (gällande norska och svenska elever) påvisas det nära sambandet mellan elevernas läsförmåga och deras prestationer i matematik (Roe & Taube 2006). Utifrån PISA-resultaten föreslår man i rapporten att matematiklärare bör ägna sig mer åt läsförståelse i matematik. Läsförståelsen ökar genom att ele-

³ PISA (Programme for International Student Assessment) är en internationell studie av kunskaperna hos femtonåriga elever.

verna talar, läser och skriver matematik. Tankar och idéer blir synliga för reflektion när de formuleras i ord och det leder till djupare förståelse. Det är viktigt att eleverna tidigt förstår att användandet av matematiska symboler är *ett* sätt att uttrycka betydelse.

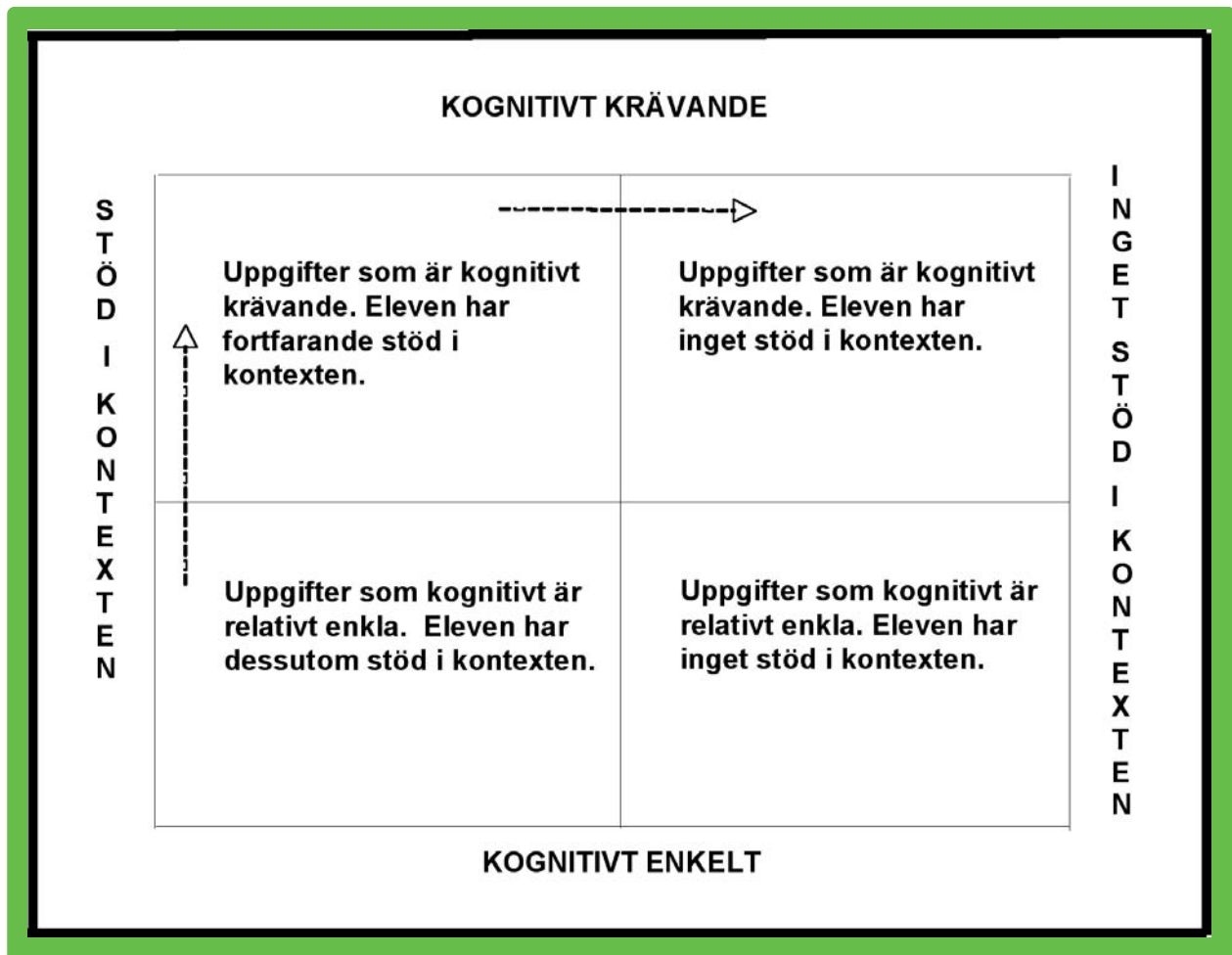
Om eleven får undervisning i och om lässtrategier även inom matematikundervisningen kan det bidra till att eleverna förbättrar och fördjupar sin läsförståelse. Lundberg och Sterner (2006) pekar på att en av de viktigaste uppgifterna för matematiklärare i grundskolan är att hjälpa eleverna att utveckla en god läsförmåga. De motsätter sig idéer om att texter i uppgifter i läromedel och arbetsblad producerade av lärarna själva ska vara konstruerade så att elever med läs- och skrivsvårigheter kan undvika att läsa. I stället menar de att dessa texter ska vara konstruerade på sådant sätt att de hjälper eleverna att bli bättre läsare genom gemensamma diskussioner och förklaringar kring det lästa. Det är särskilt viktigt att yngre elevers texter är lättlästa och att läraren uppmunt-
rar och hjälper eleverna att läsa texterna.

PRIM-gruppen har under 2006 och 2007 undersökt hur elevernas läsförståelse påverkar deras resultat på ämnesprovet i matematik för årskurs 9. Det tydligaste resultatet av undersökningarna är att korrelationen mellan resultat och läsförståelse var störst på uppgifter som innehöll matematiska symboler eller någon form av diagram eller graf. Framför allt gällde detta på uppgifter som kräver en djupare matematisk förståelse. Dessutom visar undersökningarna att uppgifter där eleven ska ge en förklaring också har en stor korrelation med läsförståelsen. Det framgår också tydligt att elever som läser svenska som andraspråk har betydligt sämre resultat på alla uppgifter i provet än elever som läser svenska.

KONTEXTENS BETYDELSE

Olika skolrelaterade aktiviteter ställer olika stora krav på elevernas språkförmåga. Den kanadensiska pedagogen Jim Cummins (1996) har

definierat detta med hjälp av två variabler: *kognitiv svårighetsgrad* och *graden av stöd i kontexten*⁴.



(FRITT EFTER CUMMINS 1996)

⁴ Med begreppet kontext menar vi här dels det språkliga sammanhang som ett ord eller yttrande ingår i, dels den omgivande situationen.

En uppgift blir – språkligt sett – mer krävande allteftersom den kognitiva, dvs. den tankemässiga svårighetsgraden, ökar och stödet i kontexten minskar (se pilarna). Det kan vara relativt lätt att klara språket när uppgiften är kognitivt enkel och när eleven samtidigt får stöd i kontexten (nedre rutan till vänster). Stödet kan vara i form av en text och/eller bild som är känd för eleven eller att eleven får möjlighet att tillsammans med kamrater och lärare diskutera och resonera sig fram till förståelse, s.k. förhandling. Sådana uppgifter passar särskilt för elever som är i början av sin språkutveckling i svenska. På så sätt kan de tidigt arbeta med textuppgifter i matematik och därmed få möjlighet att utvecklas även språkligt på matematiklektionerna. Successivt kan uppgifternas kognitiva svårighetsgrad öka men eleven behöver få fortsatt stöd i kontexten, t.ex. i form av bilder till texten och med möjlighet till förhandling (övre rutan till vänster). Kontextanknuten undervisning gynnar naturligtvis alla elever, men är särskilt viktig för andraspråkstalarare. Även då elever kommit en bra bit i sin språkutveckling är det nämligen fruktbart att hålla fast vid ett starkt stöd i kontexten eftersom det underlättar förståelsen och det tankemässiga arbetet. När eleven nått en högre nivå i språket är han/hon mogen för uppgifter som både är kognitivt utmanande och som inte ger samma stöd i kontexten (övre rutan till höger).

I nedanstående figur finns exempel på olika typer av uppgifter och en lämplig progression (pilarna). En undervisning som bygger på ett sådant här synsätt är både kunskapsmässigt och språkligt utvecklande. Rent aritmetiska uppgifter på en för eleven rätt enkel nivå är varken kognitivt eller språkligt utmanande och därmed inget som bör prioriteras i undervisningen (nedre rutan till höger).

KOGNITIVT KRÄVANDE

S
T
Ö
D
I
K
O
N
T
E
X
T
E
N

Uppgifter som är kognitivt krävande. Eleven har fortfarande stöd i kontexten.

Exempel:

Eleven ska lösa en matematiskt krävande textuppgift. Eleven kan läsa i sitt eget tempo och kan förhandla om betydelsen, dvs. ta hjälp av kamrater och lärare om det är något hon/han inte förstår.



Uppgifter som kognitivt är relativt enkla. Eleven har dessutom stöd i kontexten.

Exempel:

Eleven ska lösa en uppgift där sammanhanget (t.ex. text och bild) är bekant. Hon/han kan också ta hjälp av kamrater och lärare.

Uppgifter som är kognitivt krävande. Eleven har inget stöd i kontexten.

Exempel:

Eleven ska på egen hand lösa en avancerad textuppgift i ett matematikprov. Uppgiften har inga bilder som illustrerar texten och eleven har inte möjlighet att be kamrater eller lärare om hjälp.

I
N
G
E
T
S
T
Ö
D
I
K
O
N
T
E
X
T
E
N

KOGNITIVT ENKELT

Ett exempel på kontextens betydelse hämtar vi från PRIM-gruppens undersökning av Äp9 i matematik år 2006. Där fanns följande uppgifter med:

A. Beräkna $\frac{30}{0,6}$

B. En hundvalp äter 0,4 kg torrfoder varje dag. Hur länge räcker en säck torrfoder som väger 20 kg?

Båda uppgifterna prövar elevernas förståelse av innehållsdivision. Nästan alla elever hade ett bättre resultat på uppgift B än på uppgift A. Detta gällde t.o.m. elever som inte nådde målen i läsförståelse. En förklaring till dessa resultat kan vara att uppgift B erbjuder många möjligheter till Lösningsstrategier förutom division. Eleverna kan t.ex. beräkna hur mycket torrfoder som går åt på 10 dagar (4 kg) och då inser de att svaret på uppgiften är 50 dagar. Kontexten erbjuder också möjligheter till rimlighetskontroll av svaret. I uppgift A kan eleverna naturligtvis använda samma Lösningsstrategi men det kräver att de själva skapar kontexten. En vanlig strategi var att "flytta kommatecknet" och då kunde svaret i stället för 50 bli antingen 5, 500 eller 0,5. PRIM har också genomfört liknande analyser av elevernas resultat på Äp5 år 2007. I ett delprov fanns sex uppgifter som prövade subtraktion. Till tre uppgifter med text och tre uppgifter utan text skulle samma beräkningar göras. Eleverna klarar även här uppgifter med kontext bättre än " nakna " uppgifter.

MATEMATIKUPPGIFTER

I det följande avsnittet diskuterar vi formuleringar av matematikuppgifter, till största delen hämtade från de nationella proven i matematik

(Äp5, Äp9 och NP Matematik A). De visas för att illustrera olika typer av språkliga svårigheter och fallgropar. I framtagandet av matematikuppgifter till nationella prov ingår ett flertal bearbetningar och utprovningar. Exempelen här är hämtade från såväl före som efter de språkliga bearbetningarna, ibland i ett tidigt konstruktionsskede, för att visa hur matematikuppgifterna kan bli mer ändamålsenliga.

VARDAGLIGT SPRÅK OCH MATEMATISKT SPRÅK

Matematiskt språk skiljer sig från vardagligt språk. Medan man i vardagligt språk uttrycker ett matematiskt problem med t.ex. *Två äpplen och fem äpplen blir sju äpplen tillsammans* uttrycker man i matematiskt språk detta genom *Summan av två och fem är sju*. Inom matematiskt språk finns också det s.k. symbolspråket och med detta uttrycks samma sak med $2+5=7$.

Vissa ord i svenska språket har både en vardaglig betydelse och en matematisk betydelse. En andraspråkselev kan ha kommit så pass långt i sin språkutveckling att hon känner till den vardagliga betydelsen men ännu inte den matematiska betydelsen. När eleven stöter på ordet i sin matematiska betydelse finns det risk att hon tolkar ordet i dess vardagliga betydelse.

Exempel:

Ord i matematiskt språk

Rymmer

Skillnad

Volym

Teckna uttrycket

Axel

Udda

Värde

Minst två förslag

Vardaglig betydelse

Flyr

Olikhet

Ljudvolym, hårvolym

Rita

Kroppsdelen axel

Konstiga

Något värdefullt

Tre betydelser: motsatsen till *längst*,
högst eller *äldst*

Bestäm arean

Triangelns bas

Term

Rot

Besluta

Grund i ord som baslivsmedel, basläger

Ord

Rot på en växt

Alla elever behöver hjälp med att erövra det matematiska språket och så småningom lära sig att ett ord förutom den vardagliga betydelsen också kan ha en matematisk betydelse. Det är alltså viktigt att bearbeta den matematiska betydelsen av ett ord vid sidan av den vardagliga. Om eleverna ofta får höra den matematiska betydelsen av orden införlivas dessa så småningom i det aktiva ordförrådet. Det handlar därför inte om att undvika det matematiska språket utan att bereda tillfällen för eleverna att successivt utveckla detta språk, vilket är en förutsättning för att de under grundskolans senare del ska få ett funktionellt språk som verktyg för problemlösning. Innan man som lärare använder matematiska termer i en provsituation, bör man alltså förvissa sig om att dessa termer är väl etablerade hos eleverna.

Ett exempel ur Äp5 är ordet *rymmer* där formuleringen före bearbetning löd:

Vattnet i den stora flaskan ska hällas
i små flaskor som *rymmer* 50 cl.

Efter bearbetning löd i stället formuleringen:

Vattnet i den stora flaskan ska hällas i små flaskor.
I varje liten flaska *får det plats* 50 cl.



1,5 liter.

Anledningen till att termerna ändrades i den här uppgiften är att man inte kan förvänta sig att matematiktermen *rymmer* i lika hög grad är etablerad bland yngre elever som bland de äldre. Eventuellt skulle man kunna tänka sig formuleringen *som har volymen*. Eftersom eleverna inom en klass kan ha kommit olika långt i sin språkutveckling i svenska kan det ibland vara lämpligt att ge båda betydelserna av den här typen

av ord. Bland äldre elever kan man däremot förvänta sig att matematiktermen *rymmer* är etablerad och därför förekommer det ordet i provsituationer där, exempelvis en uppgift i NP Matematik A:

Hur mycket vatten *ryms* ungefär i ett dricksglas?

Det finns också en annan typ av matematiska ord som visserligen förekommer i vardagligt språk men utan samma grad av precision som inom matematiken. Ett exempel (ur Äp9) innehåller den matematiska betydelsen av ordet *kant*:

En kub har volymen 27 cm^3 .
Hur lång är kubens *kant*?

Uppgiften är här formulerad med korrekt matematisk terminologi. Om man istället använder det mer vardagliga ordet *sida* kan det eventuellt misstolkas som figurens sidoyta. Kravet på att texten ska vara absolut matematiskt korrekt och fullständig så att den inte kan bli kritiserad av matematikkollegerna gör att det finns en risk att texterna blir skrivna för matematiker, inte för elever (Hubbard 2006). Samtidigt måste det vara en strävan att eleverna kan klara av en text som är matematiskt korrekt.

Man kan betrakta matematikens språk som ett eget språk. Ett kännetecken för matematiskt språk är att det är mycket exakt och specifikt men oftast saknar s.k. redundans. Med detta menas att det i texterna inte finns något överskott på information. I matematiskt språk nämns informationen oftast bara vid ett tillfälle. I vardagligt språk sägs samma information ofta på flera olika sätt vilket underlättar betydelsen. Likaså innehåller vardagligt språk ofta också många outtalade förutsättningar, som förutsätts redan vara kända av dem som samtalar. I matematiken anges däremot förutsättningarna så explicit som möjligt.

Se till exempel den här uppgiften (ur NP Matematik A) där det finns flera exempel på uttryck och formuleringar (fetade) som är typiska för det matematiska språket och som knappast skulle förekomma i vardagligt språk:

Johanna häller kaffe med temperaturen 92°C i en termos. Hon ställer sedan termosen utomhus där temperaturen är 15°C . **För att beskriva hur temperaturen $y^{\circ}\text{C}$ hos kaffet förändras med tiden x timmar** undersöker hon två olika modeller.

Formel för modell A: $y = 92 - 7x$

Formel för modell B: $y = 92 \cdot 0,93^x$



- a) Beräkna kaffets temperatur efter tre timmar **enligt formel A** och enligt formel B.
- b) Beskriv med vardagligt språk vad formel A respektive formel B säger om hur temperaturen sjunker.
- c) **Undersök hur många timmar modell A respektive B kan gälla.**

Informationen i flera av frågeställningarna är skrivna på ett formellt matematiskt språk. Därför är en av uppgifterna, b), att "översätta" informationen till ett vardagligt språk.

Av detta kan man förstå att det är nödvändigt att man läser matematikuppgifter med största noggrannhet och inte missar viktiga ord och uttryck.

SIGNALORD

Det är känt bland matematiklärare att många elever hastigt läser igenom uppgiften utan att bry sig så mycket om att analysera texten för att i stället snabbt komma igång att räkna. Eleverna fokuserar på speciella ord, s.k. signalord, som signalerar vilket räknesätt som ska väljas (Pettersson m.fl. 1996). Signalord förekommer oftast i samband med jämförelser av olika slag. Ibland missar eleven då vad det egentligen frågas efter i uppgiften. När det finns ord som *mer, längre, vinner, tyngre, ökar, tjänar* etc. förknippar eleverna ofta dem direkt med addition utan att närmare granska innehållet. Ord som *tappade, yngre, mindre, billigare, kortare* etc. leder tankarna till subtraktion.

I det här exemplet leds vissa elever fel av ordet *äldre* som signalerar addition:

Peter är 8 år och 4 år äldre än Gustav. Hur gammal är Gustav?

Och i det här exemplet gäller det ordet *förlorade* som signalerar subtraktion:

Oliver förlorade 5 kulor. Han hade sedan bara 12 kulor kvar. Hur många kulor hade han från början?

Eleverna kan också i en text fokusera symbolerna och börja räkna utan att ha läst texten ordentligt (Pettersson m.fl. 1996). Även äldre elever har en tendens att fokusera så mycket på symbolerna att själva läsningen faller i skymundan (Österholm 2006). Det är viktigt för elever att bli medvetna om *hur* man använder sig av texter inom matematiken, att det inte bara handlar om att rycka ut en viss information ur texten för att lösa en uppgift, utan att man måste förstå helheten, dvs. texten i sig.

NOMINALISERING – NÄR VERB GÖRS TILL SUBSTANTIV

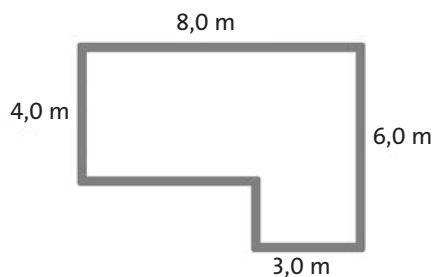
När man vill uttrycka en händelse eller en process brukar man använda ett verb, t.ex.:

*Förhållandena förbättrades.
Amerika upptäcktes 1492.
Gasen expanderar.*

Det här är det vanligaste sättet i vardagligt språk. Ett annat, mer skriftspråkligt sätt att uttrycka en händelse eller en process är att använda ett substantiv i stället för verb, t.ex.:

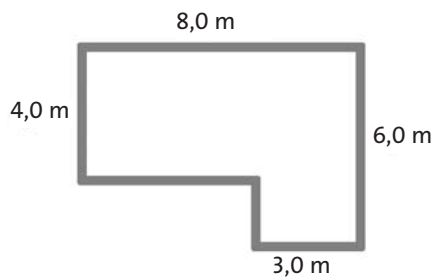
*En förbättring av förhållandena....
Amerikas upptäckt 1492...
Gasens expansion...*

I lärobokstexter och facktexter är det vanligt att man använder den här typen av struktur, en s.k. nominalisering. Med hjälp av en nominalisering kan man komprimera information och därigenom ge utrymme för ytterligare kommentarer i ämnet. Samtidigt som textens informationsflöde blir förtätat blir texten mer komplex. Men för en ovan läsare blir det mer information att reda ut och det är inte alltid helt lätt att förstå texten. För undervisningen innebär det att eleverna behöver bli bekanta med sådana här strukturer och behärska dem eftersom de ofta kommer att träffa på dem. I provsituationer bör de här strukturerna däremot undvikas om inte läraren vet att alla elever redan är förtrogna med dem. I ett exempel (ur Äp9) före bearbetningen fanns flera tunga konstruktioner med nominaliseringar:



På Nya Zeelands västkust faller *mycket stora nederbördsmängder*. I området faller i genomsnitt 7500 mm regn per år. För sin *vattenförsörjning* samlar en familj in det vatten som faller på taket till bostadshuset. Husets mått kan du se på ritningen. Hur mycket vatten kan familjen samla in på ett år?

Efter bearbetningen blev texten mindre komprimerad och därmed mer lättläst:



På Nya Zeelands västkust *regnar det mycket*. I området faller i genomsnitt 7 500 mm regn per år. En familj samlar in det vatten som faller på taket till bostadshuset *för att använda i hushållet*. Takets mått kan du se på ritningen. Hur mycket vatten kan familjen samla in på ett år?

VERB I PASSIV FORM

Språkkonstruktioner med verb i passiv form, t.ex. *avgiften betalas av medlemmarna*, är generellt svårare att förstå än språkkonstruktioner med verb i aktiv form, t.ex. *medlemmarna betalar avgiften*.

En uppgift (ur NP Matematik A) hade före bearbetningen flera verb i passiv form:

Bestäm hur stort fel som görs när arean beräknas med egyptiernas formel.

Verbformerna ändrades till aktiv form och blev efter bearbetning i stället så här:

Bestäm hur stort fel det blir när man beräknar arean med egyptiernas formel.

PARTIKELVERB

För andraspråkstalare, men däremot inte förstaspråkstalare, är partikelverben en förrädisk ordgrupp. De har till synes enkla beståndsdelar: ett verb och en kort partikel som oftast är en preposition och som alltid är betonad. Men svårigheten ligger i att dessa två ord tillsammans bildar en helt ny enhet med en specifik betydelse som inte har något att göra med verbet i sig. *Gå åt* och *gå över* har inte något med *gå* att göra, *stå ut* och *stå till* har inte något med *stå* att göra. Här följer två uppgifter som ursprungligen innehöll partikelverb som kan vara besvärliga.

Uppgift ur Äp 9 före bearbetning:

Inför OS i Turin var det snöbrist. I Pragelato där längdskidåkningen skulle genomföras behövde banan förbättras. Man transporterade dit 3 000 m³ snö med hjälp av lastbilar.

a) En lastbil kan lasta ungefär 15 m³ snö per lass. Hur många lass gick åt?

Efter bearbetningen löd frågan i stället:

a) En lastbil kan lasta ungefär 15 m³ snö per lass. Hur många lass *behövdes*?

Ur NP Matematik A före bearbetning:

Spinning



Spinning	
Engångspris	40 kr
5-kort	175 kr
Månadskort	300 kr

Anna och Maria gick tillsammans på spinning i april. Maria köpte ett månadskort. Anna köpte ett 5-kort och betalade därefter engångspris. Under månaden hann de gå på spinning 8 gånger. Vem av dem *kom* billigast *undan* och hur mycket mindre betalade hon?

Efter bearbetningen löd frågan i stället:

Vem av dem *betalade minst* och hur mycket mindre betalade hon?

FULLSTÄNDIGA VERBFORMER

Vissa verbformer i svenska består av två ord. Det gäller framför allt perfekt, t.ex. *har gjort*, *har varit*, och pluskvamperfekt, t.ex. *hade gjort*, *hade varit*. I vissa satser är det inte nödvändigt att ange orden *har* och *hade*, t.ex. *Mamma vill veta var han varit*, *Hon undrade vad han gjort*. För en andraspråkstalarare är det dock tydligare med den fullständiga verbformen: *Mamma vill veta var han **har** varit*, *Hon undrade vad han **hade** gjort*.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

Skriv och berätta hur ni har tänkt när ni *placerat* lekredskapen.

Efter bearbetning:

Skriv och berätta hur ni har tänkt när ni *har placerat* lekredskapen.

TYDLIGA BINDNINGAR

Relativpronomen, t.ex. som och vilken, kan i vissa fall uteslutas i svenska. Det går lika bra att säga Har du sett tidningen jag köpte som att säga Har du sett tidningen som jag köpte. För en andraspråkstalare är det dock tydligare att skriva ut relativpronomen även när det inte är nödvändigt.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

Räkna på det sätt du tycker är bäst.

Efter bearbetning:

Räkna på det sätt *som* du tycker är bäst.

TVETYDIGA, MISSLEDANDE ORD

Vissa svenska ord är språkliga fallgropar för andraspråkstalare, kanske också för många förstaspråkstalare, och dem ska man givetvis undvika i matematikuppgifter, speciellt i provsituationer.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

Sara simmar till den plats på kartan som är *utmärkt* med ett kryss.

Efter bearbetning:

Sara simmar till den plats på kartan som är *markerad* med ett kryss.

I den här uppgiften har ordet *utmärkt* bytts ut mot *markerad* eftersom *utmärkt* kan uppfattas som bra, fin.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

Här är en ritning över ett *kvarter* i staden.

Efter bearbetning:

Här är en ritning över ett *område* i staden.

I den här uppgiften har ordet *kvarter* bytts ut eftersom tankarna kan gå till ordet kvart.

KOMPLICERAD MENINGSBYGGNAD

Vissa språkkonstruktioner är mer ”ogenomskinliga” än andra och de är svårare att tränga in i och förstå sig på vid läsningen. Komplicerad meningsbyggnad med invecklade bisatser är besvärliga för alla elever och i synnerhet för andraspråkselever.

I en uppgift (ur Äp5) före bearbetning fanns följande mening:

Lista ut *vad de olika tecknen betyder* och skriv talet *som saknas* under den sista bilden.
inskjuten bisats 1 inskjuten bisats 2

Den här meningen innehåller två inskjutna bisatser vilket gör den onödigt komplicerad. Efter bearbetningen blev formuleringen:

Fundera ut vilka symboler som betyder ental, tiotal, hundratal och tusental. Vilket tal visar den sista bilden? Skriv på raden.



240



4 021



Ett annat exempel (hämtat ur Äp9) var före bearbetning så här:

Det fält som pilen pekar på visar vad Pelle vunnit när hjulet stannar.

Denna korta sats är komplicerat uppbyggd med tre bisatser varav den första är en inskjuten bisats, vilket är en särskilt komplicerad konstruktion:

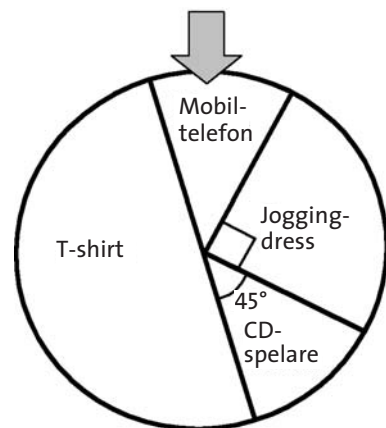
Det fält	<i>som pilen pekar på</i>	visar	<i>vad Pelle vunnit</i>	<i>när hjulet stannar</i>
	bisats 1		bisats 2	bisats 3

Efter bearbetning har bisatserna reducerats och dessutom har den kronologiska ordningen blivit tydligare:

När lyckohjulet stannar pekar pilen på ett fält som visar Pelles vinst.

Så här blev hela uppgiften:

Pelle vinner på lotteri och får snurra på ett lyckohjul. När lyckohjulet stannar pekar pilen på ett fält som visar Pelles vinst. Hur stor chans har han att vinna en mobiltelefon?



OVANLIGA ORD OCH UTTRYCK

För att förstå vad man läser måste man ha ett gott ordförråd. Men ett stort ordförråd utvecklas också under läsning. Därför bör inte läraren till varje pris undvika nya ord utan i stället ge eleverna möjlighet att utveckla sin språkbehärskning genom att möta nya ord och uttryck. Lärare som märker att eleverna har otillräckliga kunskaper i svenska, eller ett begränsat ordförråd, har ibland tyvärr en tendens att förenkla språket. Visserligen förklarar läraren många svåra ord men börjar också använda färre svåra ord. Risken är då att eleverna bara möter ett torftigt och urvattnat språk. Detta leder till att språkinlärningsmiljön begränsas vilket på sikt minskar möjligheten till språkutveckling.

Internationell forskning har visat att åtminstone 95% av orden i en text bör vara kända för att man med någorlunda behållning ska kunna läsa och ta till sig innehållet (Lindberg 2007). Vilka ord är det då som vållar problem? I OrdiL, ett projekt kring ord och begrepp som 2007 genomförs vid Göteborgs universitet, pekar man på att rent allmänt sjunker läsbarheten ju fler ovanliga ord en text innehåller. Det har dock visat sig att det inte alltid är de ovanliga orden som är mest problematiska för andraspråkselever. Dessa förklaras ofta i texten eller av läraren. I stället är det en ordgrupp som varken tillhör de lågfrekventa eller de högfrekventa orden som vållar störst problem. Anledningen till det är att många lärare uppfattar dessa ord som kända för eleverna och därför inte förklarar dem närmare. Exempel på sådana ord är *ersätta*, *redovisa*, *uttrycka* och *fastställa*. För matematikläraren gäller det alltså att vara observant på om ord och uttryck i matematikuppgifterna är obekanta för eleverna och i så fall ge förklaringar till de nya orden.

I en provsituation är det däremot inte lämpligt att introducera obekanta ord om man inte samtidigt kan ge en förklaring, och då kan det vara bättre att välja ett enklare ord. I vissa fall kan en illustration hjälpa till att ge stöd i förståelsen. Här följer exempel på uppgifter där mindre vanliga ord och uttryck har bytts ut mot vanligare ord och uttryck.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

En solig vacker dag *beger sig* eleverna i klass 5 till stranden.

Efter bearbetning:

En solig vacker dag *går* eleverna i klass 5 till stranden.

Exempel (ur Äp5) före bearbetning:

Barnen *gjorde sällskap* till grottan.

Efter bearbetning:

Barnen *gick tillsammans* till grottan.

Exempel (ur NP Matematik A) före bearbetning:

I diagrammet kan man avläsa hur långt man *färdas* på en viss tid med farten 70 km/h.

Efter bearbetning:

I diagrammet kan man avläsa hur långt man *åker* på en viss tid med farten 70 km/h.

Exempel (ur Äp9) före bearbetning:

Man *forslade* dit 3 000 m³ snö med hjälp av lastbilar.

Efter bearbetning:

Man *transporterade* dit 3 000 m³ snö med hjälp av lastbilar.

I vissa fall är det befogat att låta ett lågfrekvent ord kvarstå. Det kan vara så att ordet är svårt att ersätta eller också framgår betydelsen av sammanhanget i stort. Ett sådant exempel (ur NP Matematik A) är ordet *respektive* som trots att det är ett ovanligt ord och dessutom kan förledas att associeras med ordet *respekt* ändå har fått finnas kvar med tanke på att målgruppen är äldre elever:

Undersök hur många matcher som laget kan ha vunnit, spelat oavgjort *respektive* förlorat.

I den tidigare refererade rapporten utifrån PISA-resultaten (Roe & Taube 2006) pekar författarna på sambandet mellan läsförståelse och matematik. I PISA är de matematiska uppgifterna i olika grad textbase-
rade och man kan anta att en del av uppgifterna kräver mer läsförståelse än andra. En faktor som påverkar läsförståelsen – och därmed elevens möjlighet att visa sina matematikkunskaper – är just förekomsten av lågfrekventa ord och uttryck. I exemplet nedan har säkert ord som *genomfördes*, *opinionsundersökningar*, *tidningsutgivare*, *landsomfattande* och *slumpmässigt* vållat svårigheter för många elever.

Presidentstöd

I Zedland genomfördes opinionsundersökningar för att ta reda på hur stort stöd presidenten hade inför det kommande valet. Fyra tidningsutgivare gjorde egna landsomfattande undersökningar. Nedan visas resultatet av de fyra tidningarnas undersökningar:

Tidning 1: 36,5% (undersökning genomförd 6 januari på 500 slumpmässigt utvalda medborgare med rösträtt)

Tidning 2: 41,0% (undersökning genomförd 20 januari på 500 slumpmässigt utvalda medborgare med rösträtt)

Tidning 3: 39,0% (undersökning genomförd 20 januari på 1 000 slumpmässigt utvalda medborgare med rösträtt)

Tidning 4: 44,5% (undersökning genomförd 20 januari på 1 000 läsare som ringde in sina röster)

Vilken tidnings resultat är sannolikt det bästa för att förutsäga hur mycket stöd presidenten har om valet hålls 25 januari? Ange två skäl som stöd för ditt svar.

UPPGIFTERS STRUKTUR

Generellt gäller att det är lättare att förstå en uppgift om den är uppbyggd så att den har en tankemässig struktur. Det kan vara en logisk följd, en tidsföljd eller någon annan typ av ordning. I vanliga fall är dock en uppgift i matematik ofta uppbyggd som en helhetssituation där det är tänkt att eleven ska hitta själva uppgiften inne i situationen. Här finns alltså två sätt att utforma en uppgift, antingen där den logiska följdens klart framgår eller där det gäller för eleven att söka rätt på logiken i en komplex situation. Det är en utmaning för matematikläraren att skapa uppgifter utifrån en helhetssituation där uppgiften är tydlig utan att för den skull förenkla matematiken i uppgiften.

Här är ett exempel på en uppgift (ur Äp5) före bearbetningen som visar hur flera fakta förekommer invävd i varandra.

Clara lämnade huset och gick mot den grotta som hon såg på kartan. Det är 2 897 steg dit om Clara valde vägen genom skogen. Vägen över berget var 2 158 steg.

Efter bearbetning har informationen hållits isär:

Clara lämnade huset och gick mot den grotta som hon såg på kartan. Det fanns två vägar att välja på. Vägen genom skogen var 2 897 steg. Vägen över berget var 2 158 steg.

Att strukturera en uppgift kronologiskt är ett annat sätt att göra den tydligare utan att det blir en förenkling av själva matematikproblemet.

Ett exempel (ur Äp9) före bearbetning visar en blandning av nutid och dåtid som kan vara svår att förstå för en andraspråkselev:

Maria *är* med i ett hockeylag. Spelartruppen har en medelålder på 20 år och *består* av 20 spelare. Två av spelarna *slutar* och då *sjunker* medelåldern till 19 år. Hur gamla kan de två spelarna *som slutade ha varit*?

Efter bearbetningen är uppgiften lättare att överblicka i tidshänseende:

Maria *är* med i ett hockeylag. Först bestod spelartruppen av 20 spelare och *hade* en medelålder på 20 år. Två av spelarna *slutade* och då *sjönk* medelåldern till 19 år. Hur gamla kan de två spelarna *ha varit som slutade*?

ATT BYGGA UT TEXTEN

Det finns en tendens hos lärare och läromedelsförfattare att förkorta texten i uppgifterna genom att skala av småorden och komprimera innehållet. Men en text blir faktiskt inte mer lättläst av att man plockar bort småorden. Risken med att förkorta en text är att man också tar bort sambandsmarkörer som ger läsaren information om de logiska relationerna mellan satserna, vilket avsevärt försvårar läsningen. Ett mer mångordigt språk kan däremot ge eleven möjlighet att haka fast betydelsen av orden med hjälp av många ”krokar”. Resultaten från PISA-rapporten visar också att det inte finns något samband mellan mängden text eller antalet ord och läsförståelsen. En längre text behöver alltså inte vara svårare att ta till sig, snarare tvärtom. (Roe & Taube 2006)

Här följer ett exempel (ur Äp5) före bearbetning. Texten är komprimerad och består av en enda lång mening. Syftningen av ”som” kan förvirra läsaren.

Här är en del av muren som är gjord av två olika sorters tegelstenar och som i verkligheten är 16 cm och 8 cm höga.



Efter bearbetningen ges informationen om muren och tegelstenarna var för sig:

Här är en bild som visar hur muren var uppbyggd. Den var gjord av två olika sorters tegelstenar. I verkligheten var de största 16 cm höga och de minsta 8 cm höga.



LAYOUT OCH ILLUSTRATIONER

Layouten av en uppgift är betydelsefull. Den grafiska formen ska underlätta och därför bör text och bild samverka. En bild kan förtydliga textinnehållet men då bör man naturligtvis tänka på att välja tydliga bilder som inte motsäger texten.

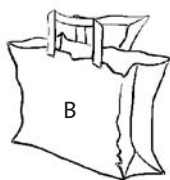
Här är ett exempel där illustrationerna förvillar mer än de hjälper förståelsen och som man därför inte har använt i de slutliga nationella proven. I denna uppgift kan eleverna förledas att bedöma tyngd utifrån väskornas utseende i stället för utifrån vikt.

Exempel (ur förarbetet till Äp5):

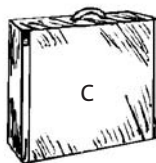
Här är familjens badväskor. Lucas väger dem och skriver hur tunga de är.



3,09 kg



3,15 kg



4,8 kg



3,2 kg









4,75 kg

Emil vill ha den lättaste. Vilken väska ska han ta?

Här är ett annat exempel på en illustration som är olämplig och som därför inte använts i de nationella proven. Bilden förvillar genom att glaset kan upplevas lika stort som termosens och därmed vilseleda eleverna till fel svar. En solstol är kanske heller inte något som alla elever provat att lyfta.

Exempel (ur förarbetet till Äp5):

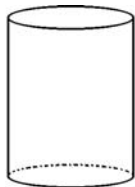
	Lämplig viktenhet		Lämplig volym
	2 _____		2 _____
	35 _____		35 _____
	3 _____		3 _____

När det gäller introduktion till en uppgift kan man antingen placera introduktionen och själva frågan var för sig eller väva ihop dem med varandra. Inom matematiken är det vanligt att gå rakt på frågan men man kan överväga att ge en introduktion till uppgiften eftersom den kan vara motivationsskapande och ge stöd i språket.

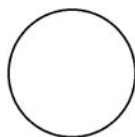
I följande exempel (ur Äp9) har såväl text som layout förändrats. Före bearbetning såg den ut så här:

Cylindrar

Här ser du en figur av en cylinder och den ritning som används när man ska tillverka den i plåt. Cylindern har botten men inget lock.



Figur av cylindern



Ritning på cylinderns delar

- Basytans radie är 5,0 cm och cylinderns höjd är 12,8 cm. Beräkna volymen av cylindern.
- Man ska tillverka denna cylinder av en rektangulär plåtbit. Vilka mått bör denna plåtbit ha? Motivera ditt svar!
- En annan rektangulär plåtbit är 6 cm bred och 24 cm lång. Av denna ska du tillverka en cylinder med botten. Den ska ha en volymen 1 dl. Undersök om det är möjligt. Redovisa dina slutsatser med beräkningar och resonemang.

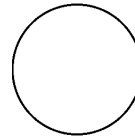
I ursprungsskicket gavs själva uppgiften omedelbart i den allra första satsen vilket gjorde uppgiften komprimerad. Den första illustrationen av cylindern var något oklar beträffande botten och lock. Det kunde råda oklarhet om hur cylindern skulle se ut när den var färdigtillverkad i form av ett decilitermått. Efter bearbetningen kom uppgiften att se ut på följande sätt:

Cylindrar

Här ser du figuren av en cylinder. Denna cylinder har botten men inget lock.



Här ser du en ritning på cylinderns båda delar. Ritningen används när man ska tillverka den här cylindern i plåt.



- I. En cylinder har höjden 12,8 cm och basytans radie är 5,0 cm. Beräkna volymen av cylindern.
- II. Man ska klippa ut denna cylinders båda delar från en rektangulär plåtbit. Vilka mått bör denna plåtbit ha? Motivera ditt svar.
- III. Du har en plåtbit som är 6 cm bred och 24 cm lång. Av den här plåtbiten ska du tillverka ett decilitermått i form av en cylinder. Måttet ska ha volymen 1 dl. Undersök om det är möjligt. Redovisa din undersökning och dina slutsatser med beräkningar och resonemang.



Efter bearbetningen placerades introduktionen till uppgiften separat från själva problemställningen. Den första illustrationen blev tydligare beträffande botten och lock. Dessutom lades en ny illustration till för att visa hur ett decilitermått ser ut.

REFERENSRAMAR

Den förförståelse som eleverna har med sig är avgörande för hur de förstår texten i en matematikuppgift. Beroende av elevernas tidigare erfarenheter uppfattas sammanhangen i matematikuppgifter olika. Vissa uppgifter innehåller företeelser som förutsätter kännedom om speciella situationer. Det innebär givetvis en extra svårighet att lösa sådana uppgifter för elever som inte har den kännedomen. Om man inte känner till exempelvis skidskyttetävling, slalombacke eller pjäxor kan det bli svårt att lösa en uppgift om ett sådant ämne. En bild eller förklaring kan förstås underlätta betydelsen och samtidigt utöka elevens ordförråd.

Om textuppgifter är knutna till ”svenska” traditioner och kulturförhållanden innebär det att en del andraspråkselever inte får samma stöd i kontexten och därmed inte samma hjälp att lösa uppgiften. Men självfallet har Sverige inte bara en utan många kulturer. Det som är bekant för ett barn kanske är obekant för ett annat barn. Att en uppgift handlar om skärgården kan kännas främmande om man bor i inlandet i Sverige och aldrig har varit i en skärgård. Referensramar ändras också över tid. Att göra en uppgift som handlar om stickning och maskor är inte lika självklart idag som tidigare. Däremot kan uppgifter om pixlar och megabyte kanske kännas mer relevant.

Att knyta matematikuppgifter till elevernas erfarenhet är ju ett sätt att göra uppgifterna mer intressanta att lösa. Men om uppgifterna handlar om en svensk natur där man plockar svamp eller kottar i skogen eller en nordisk sagokultur med tomtar och troll kan de kanske i stället kännas främmande om eleverna inte är bekanta med företeelserna och resultera i att de tappat intresset för uppgifterna. Givetvis behöver inte läraren alltid undvika nya företeelser och inte heller enbart välja företeelser från elevernas värld men det är viktigt att inte förutsätta att det är fenomen som alla elever känner till.

Eva Norén ger i en rapport (2006) ett exempel på hur en matematikuppgift om madrasserna i ”Prinsessan på ärten” vållar problem eftersom

eleverna inte är bekanta med sagan. För att lösa uppgiften behöver man kunna relatera till en föreställning om hur det ser ut när alla madrasserna ligger på sängen och prinsessan uppe på dem. För en elev med en nordeuropeisk kulturbakgrund är sagan en del av elevens erfarenhetsvärld och därmed har hon/han ett stöd i kontexten, eftersom uppgiften finns i ett bekant sammanhang. För en elev från Thailand kan sagan däremot vara okänd och därmed får eleven ingen hjälp av sammanhanget för att lösa uppgiften.

Sammanhanget bör alltså ge stöd i förståelsen av en uppgift. Men i vissa fall kan det vara så att sammanhanget i uppgiften istället skymmer förståelsen. Så kan det vara i följande uppgift, också den hämtad från Noréns undersökning (2006):

I ett litet torp bor Axel Olsson. Men de flesta känner nog honom som Mister Jago, utbrytarkungen. Nu har han dock slutat sin artistbana och återvänt till sitt barndomshem, där han föddes 1916. Vilket år fyllde han 75 år?

Norén visar att uppgiften vållar mycket problem för de andraspråkstalande eleverna trots att räkneoperationen egentligen är enkel att utföra. Den beskrivna situationen är inte känd för dem och flera av orden är obegripliga: *torp*, *utbrytarkung*, *Mister Jago*, *artistbana* och *barndomshem*. Inte ens när eleverna får uppgiften förklarad för sig på sitt modersmål blir sammanhanget lättare eftersom situationen i uppgiften är knuten till svenska, kanske numera svunna, kulturförhållanden. En sådan här uppgift är inte utvecklande för vare sig kunskaperna i matematik eller språket. Det hade varit lämpligare om uppgiften tydligare hade fokuserat på personens ålder.

ETNOMATEMATIK

På vissa håll i Sverige förekommer tvåspråkig undervisning i matematik för att underlätta begreppsbildning och för att utveckla det matematiska registret på båda språken. Tvåspråkig undervisning är emellertid inte alltid möjligt att anordna och är inte heller den optimala modellen i varje situation. Men även i en svenskspråkig undervisning kan elevernas flerspråkighet bli en resurs och elevernas olika kulturer bli en tillgång. Under senare år har den s.k. etnomatematiken fått större uppmärksamhet. Att arbeta utifrån ett etnomatematiskt perspektiv innebär bland annat att man i undervisningen uppmärksammar olika kulturers föreställningar om matematik, t.ex. olika sätt att utföra beräkningar, olika talsystem och symboler. Vidare innebär det att man utgår från elevernas informella matematikfärdigheter och bygger vidare på dessa när man skapar uppgifter. Sådana problembaserade uppgifter kan formuleras utifrån kända situationer i vardagen och i skolan. Inom etnomatematiken följer man inte en ”traditionell” lärogång där räknefärdigheter lärs ut innan man tar itu med problemlösning. I stället bygger man vidare på elevernas erfarenheter av matematik och utifrån dessa introducerar man successivt den konventionella matematiken. Därigenom blir elevernas informella matematikkunskaper grunden för att förstå hur den konventionella matematikens idéer formuleras och tillämpas (Rönnberg & Rönnberg 2006). Här kan man se en parallell till diskussionen om s.k. infärgning i gymnasieskolans yrkesprogram, vilket innebär att uppgifterna finns i en känd yrkestext.

När man skapar matematikuppgifter kan det också handla om enkla saker som att inte slentrianmässigt använda svenska förnamn på personerna i matematikuppgifterna och att inte bara välja situationer/aktiviteter som ligger nära en själv men som kan kännas främmande för elever med andra referensramar. Det bästa är om uppgifterna finns i ett naturligt sammanhang och att innehållet knyter an till olika slags erfarenheter. Betydelsefullt är då att läraren har kunskap om och respekt för

elevernas etnicitet och kulturella referensramar. Om läraren lyfter företeelser från elevernas tillvaro kan eleverna känna att matematikuppgifterna är mer adekvata och angår dem. På sikt kan detta skapa lust för matematik. För yngre elever handlar det om erfarenheter i närmiljön medan det för äldre elever successivt vidgas till att handla om hela samhället.

Utifrån ett sådant här synsätt blir elevernas skilda erfarenheter en tillgång i klassrummet; samma begrepp kan belysas utifrån fler perspektiv än i en kulturellt mer homogen grupp och därigenom ge en fördjupad förståelse av ett fenomen. Ett etnomatematiskt perspektiv kan bidra till att göra eleverna medvetna om att matematik är en del i deras liv och kultur och därmed skapa en större motivation för matematik.

AVSLUTNING

Ursprunget till denna skrift är de många bearbetningar av de nationella proven i matematik som PRIM-gruppen gjort tillsammans med Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk. Att många andraspråkstalare får svårigheter med matematikuppgifter, visar att matematiken har en språklig dimension som man som lärare måste vara uppmärksam på. Som påpekas på många ställen i denna skrift, är det dock inte bara denna elevkategori som berörs av resonemangen om språk och matematik. En strävan bör vara att utforma och använda matematikuppgifter som utmanar såväl elevernas språkliga förmåga som matematiska tänkande. Här krävs en språklig lyhördhet hos läraren för att vid rätt tidpunkt kunna introducera nya begrepp, ord och uttryck. Det gäller också att stötta eleverna, vilket inte är liktydigt med att förenkla och undvika svårigheter utan snarare att skapa en språkutvecklande miljö runt eleverna där de ges möjlighet att göra nya landvinningar inom språket. I det sammanhanget är det betydelsefullt hur uppgifterna bearbetas i klassrummet. Att bygga upp klassrumsarbetet med smågruppsarbeten, laborationer och diskussioner främjar språkutveck-

ling och ger dessutom eleverna förutsättningar att bevara intresset för matematik.

ATT TÄNKA PÅ ...

NÄR DU KONSTRUERAR MATEMATIKUPPGIFTER:

- Försäkra dig om att eleverna förstår nyligen introducerade matematiska begrepp.
- Försäkra dig om att eleverna förstår att vissa vanliga ord får en annan betydelse när de används i en matematisk kontext.
- Var försiktig med allt för komplicerade meningsbyggnader, nominaliseringar och passivkonstruktioner
- Kom ihåg att partikelverb kan vara svåra för andraspråkstalare
- Var försiktig med ovanliga ord och uttryck samt tvetydiga ord.
- Bygg hellre ut texten än att förkorta den.
- Se till att layouten underlättar förståelsen.
- Tänk efter om referensramarna i uppgiften förstås av alla elever.
- Ge gärna uppgifter som kan lösas på olika sätt – då får eleverna möjlighet att formulera och redogöra för varandra.

I KLASSRUMMET:

- Försäkra dig om att eleverna förstår all information i uppgiften innan de ger sig i kast med själva lösningen.
- Ge eleverna många tillfällen till att reflektera, såväl muntligt som skriftligt, kring olika möjliga lösningar till matematiska problem.

- Använd frågeställningar som kan skapa kommunikation kring matematiken.
- Att arbeta i par och i smågrupper skapar möjligheter till språkande.

REFERENSLITTERATUR

- Cummins, Jim (1996). *Negotiating Identities – Education for Empowerment in a Diverse Society*. Ontario: California Association for Bilingual Education.
- Hubbard, Ruth (1992). *Writing Humanistic Mathematics*. Network Journal, 7, 81–88.
- Lindberg, Inger (under tryckning). *OrdiL – en korpusbaserad kartläggning av ordförrådet i läromedel för grundskolans senare år*.
- Linnanmäki, Karin (2002). *Matematikprestationer och självuppfattning. En uppföljningsstudie i relation till skolspråk och kön*. Åbo: Åbo Akademi University Press.
- Lundberg, Ingvar & Sterner, Görel (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första åren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och Kultur.
- Norén, Eva (2006). *Det går att lära sig mer – en utvärdering av tvåspråkig matematikundervisning* (Elektronisk) Tillgänglig: <http://edu.stockholm.se/upload/Matematik/rapporter/Eva_Noren_Det_g%C3%A5r_att.pdf> (2007-06-20)
- Parszyk, Ing-Marie (1999). *En skola för andra. Minoritetslevers upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan*. Stockholm: HLS Förlag.
- Pettersson, Astrid, Santesson, Ann-Christin, Alm, Lena & Englund, Tor (1996). *Grundläggande kunskaper och färdigheter i problemlösning*. Stockholm: Lärarhögskolan i Stockholm.
- Roe, Astrid & Taube, Karin (2006). *How Can Reading Abilities Explain Differences in Maths Performances?* i Mejdning, Jan & Roe, Astrid: *Nordic Lights on PISA 2003 – a reflection from the Nordic countries*. (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://www.norden.org/pub/uddannelse/uddannelse/sk/TN2006523.pdf>> (2007-06-20).
- Rönnberg, Irene & Rönnberg Lennart (2006). *Etnomatematik – Perspektiv för ökad förståelse i matematiklärandet*. Stockholm: Kompetensfonden. (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://www.stockholm.se/Extern/Templates/Page.aspx?id=125518>> (2007-06-20).
- Skolverkets rapport nr 221 (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik*. (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://www.skolverket.se/sb/d/150>> (2007-06-20).
- Österholm, Magnus (2006). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik*. Linköping: Matematiska institutionen, Linköpings universitet.

LÄSTIPS

Eriksson, Solveig (2004). *Att sätta ord på sin matematik*. (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://www.skolutveckling.se/sfi/open.action?manifest=sfi&uri=urn%3Ax-scam%3Asfi%3A26>> (2007-06-20)

Lee, Clare (2006). *Language for Learning, Mathematics Assessment for Learning in Practice*. Maidenhead: Open University Press.

Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg : Acta Universitatis Gothoburgensis.

Parszyk Ing-Marie (1999). *En skola för andra. Minoritetslevers upplevelser av arbets- och livsvilkor i grundskolan*. HLS Förlag. Sammanfattning (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://ncm.gu.se/artikelregister/detail.php?id=1212>> (2007-06-20)

Pettersson, Astrid och Tambour, Torbjörn (red.) (2007). *Matematikdidaktiska texter, beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund*. Avdelningen för matematikens didaktik och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm

Rönnberg, Irene och Rönnberg Lennart (2006). *Etnomatematik – Perspektiv för ökad förståelse i matematiklärandet*. Kompetensfonden (Elektronisk) Tillgänglig: <[http://www.stockholm.se/Extern/Templates/ Page.aspx?id=125518](http://www.stockholm.se/Extern/Templates/Page.aspx?id=125518)> (2007-06-20)

Rönnberg, Irene och Rönnberg Lennart (2001). *Minoritetslever och matematik-utbildning – en litteraturöversikt*. Stockholm: Skolverket.

Thomas, Jan (1997). *Teaching mathematics in a multicultural classroom. Lessons from Australia*. I: *Multicultural and gender equity in the mathematics classroom: the gift of diversity*. 1997 yearbook. National Council of Teachers of Mathematics.

UC2, Videncenter for tosproglighed og interkulturalitet: Natur/teknik og toæsprogede elever (2004) (Elektronisk) Tillgänglig: <<http://www.uc2.dk/horisontal%20menu/Publikationer/natur&teknik.pdf>> (2007-06-20)

Mer än matematik

Materialet *Mer än matematik* riktar sig till lärare och pedagoger som undervisar i matematik, modersmål eller svenska. Elever med utländsk bakgrund klarar de nationella proven i matematik sämre än elever med svensk bakgrund. Språkets betydelse för förmågan att lösa matematiska problem uppmärksammas allt mer. Det är också uppenbart att även enspråkiga svenska elever kan ha svårigheter med matematiken som beror på brister i läsförståelse.

I det här materialet diskuteras hur matematikuppgifter kan utformas för att bidra till att elevernas arbete med matematiska problem blir framgångsrikt. Av skriften framgår att det inte först och främst handlar om förenkling av språket utan snarare om större medvetenhet om språkets betydelse, både det svenska och det matematiska.

Materialet är ett resultat av ett samarbete mellan Nationellt centrum för svenska som andraspråk och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm/Stockholms universitet.



MYNDIGHETEN FÖR
SKOLUTVECKLING