

Matematikundervisning i grundsärskolan

En utvärdering av Matematiksatsningen



Beställningsadress:
Fritzes kundservice
106 47 Stockholm
Telefon: 08-690 95 76
Telefax: 08-690 95 50
E-post: skolverket@fritzes.se
www.skolverket.se

Beställningsnr: 11:1262
ISSN: 1103-2421
ISRN: SKOLV-R-368-SE

Form: Ordförrådet AB
Omslagsbild: Christoph Papsch/INA Agency
Tryck: Elanders
Upplaga: 1 000 ex
Stockholm 2011

Matematikundervisning i grundsärskolan

En utvärdering av
Matematiksatsningen

Förord

Mot bakgrund av TIMSS-resultaten 2007 och Skolverkets nationella utvärdering av grundskolan (NU-03) tog regeringen initiativ till ett treårigt skol-utvecklingsprojekt, Matematiksatsningen, där kommuner och fristående skolor gavs möjlighet att ansöka om utvecklingsbidrag för att förstärka sitt utvecklingsarbete kring en förbättrad matematikundervisning i grundskolan.

Under perioden 2009–2011 har kommuner, fristående skolor, lärare och rektorer gjort stora ansträngningar för att utveckla och förbättra matematikundervisningen i grundskolan. Med ekonomiskt stöd från Skolverket har nästan 900 lokala utvecklingsprojekt runt om i landet genomförts vars syfte har varit att hitta former för en förändrad och förbättrad matematikundervisning i Sverige. Sammanlagt har nästan 12 000 lärare och över 200 000 elever varit engagerade i olika typer av insatser.

Skolverket har haft i uppdrag att utvärdera genomförda insatser med avseende på kvaliteten i undervisningen. Skolverket har därför riktat fyra utvärderingsuppdrag till externa aktörer för att belysa olika aspekter av de genomförda insatserna inom Matematiksatsningen. Denna rapport har tagits fram inom ramen för detta arbete. I rapporten presenteras resultaten av en fördjupad utvärdering av insatser gjorda inom grundskolan för att utveckla och förbättra matematikundervisningen i den skolformen.

Det är Kerstin Göransson, universitetslektor och docent, Tina Hellblom-Thibblin, universitetslektor och filosofie doktor samt Eva Axdorph, universitetsadjunkt, samtliga vid Mälardalens högskola, som har både genomfört den vetenskapliga analysen och skrivit rapporten inom ramen för uppdraget att utvärdera genomförda insatser inom Matematiksatsningen. Författarna ansvarar för rapportens innehåll och de uppfattningar som uttrycks.

Stockholm, december 2011

Anna Ekström
Generaldirektör

Anders Palm
Undervisningsråd

Innehåll

1 Sammanfattning	8
2 Inledning	12
Matematiksatsningens syfte	12
Denna rapports syfte	12
3 Några utgångspunkter.....	14
Grundsärskolan och elevgruppen.....	14
Inkludering	16
Forskning om matematikundervisning för elever med diagnosen utvecklingsstörning.....	17
Teoretiska utgångspunkter och precisering av frågeställning två	20
Sammanfattning.....	23
4 Utvärderingens uppläggning och genomförande.....	26
Datainsamling	26
Analys och bearbetning av data.....	27
5 Resultat	30
Skillnader mellan undervisningen i grundskolan, grundsärskolan och träningsskolan	30
Framgångsrika undervisningsstrategier i grundsärskolan	32
6 Avslutande diskussion.....	62
Resultatens trovärdighet och räckvidd.....	62
Fortsatt utveckling av matematikundervisningen i grundsärskolan.....	63
Referenser	66
Bilagor.....	71

Sammanfattning

1 Sammanfattning

År 2009 gav regeringen Skolverket i uppdrag att genomföra olika åtgärder för att öka förutsättningarna för en förnyelse av matematikundervisningen och öka kunskapen om olika åtgärder och deras samband med ökad måluppfyllelse. I den här rapporten redovisas utvärderingen av Matematiksatsningen inom grundsärskolan. Det övergripande syftet med utvärderingen är att belysa undervisningsstrategier som Matematiksatsningen inom grundsärskolan visar leder till ökad måluppfyllelse inom ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning.

Utgångspunkten för Matematiksatsningen i grundsärskolan är inte ett problematiserande av vare sig elevernas kunskaper eller undervisningen eftersom ett underlag för en sådan problematisering saknas. Utgångspunkten kan snarare härledas till en strävan att implementera en likvärdig kunskapssyn inom hela det obligatoriska skolväsendet och därigenom ett inkluderingsperspektiv. Utvärderingen visar att det utifrån tidigare forskning saknas belägg för att principer för framgångsrik undervisning inom det matematiska området skulle skilja sig åt på något avgörande sätt beroende på om eleverna har en utvecklingsstörning eller ej. Forskningen tyder på att det överlag är mycket svårt att finna några samband mellan olika undervisningsstrategiers effekt inom det matematiska området och typ av diagnos. Då eleverna i grundsärskolan inte är någon tydligt avgränsad grupp, pekar resultaten på betydelsen av en ökad och flexibel samverkan med grundskolan.

I utvärderingen har matematikundervisning i sex klasser i grundsärskolan studerats och lärare och elever i klasserna har intervjuats. Fokus för analyserna var att studera vilka förutsättningar undervisningen ger eleverna att utveckla matematisk kompetens, både med avseende på lektionernas innehåll och på det sätt som eleverna ges förutsättningar att ta del av detta. Utvärderingen utgår i detta sammanhang dels från det ramverk för matematisk kompetens som utvecklats vid Umeå universitet och Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), dels ramverket Levels of the Math-Talk Learning Community utvecklat av Hufferd-Ackles, Fuson och Sherin som också inspirerat titeln på denna utvärdering ”matteaktivitetande lärgemenskaper”.

Resultaten presenteras i form av fallstudier med fokus på matematikundervisning i de sex klasserna. Sammanfattningsvis tyder resultaten på betydelsen av att uppmärksamma att undervisningens matematiska innehåll är utformat så att eleverna ges förutsättningar att utveckla alla de sex matematiska kompetenser som definieras i ovanstående ramverk samt de kompetensrelaterade aktiviteterna använda, tolka och värdera. Sammantaget visar resultatet att de

vanligast förekommande kompetensinnehållen är representations- och procedurshanteringskompetens. Sambands- och kommunikationskompetensinnehåll förekommer däremot mer sparsamt under de studerade lektionerna. Vidare tyder resultaten på att den kompetensrelaterade aktiviteten värdera behöver uppmärksammas ytterligare för att öka förutsättningarna för eleverna att utveckla matematisk kompetens.

Resultaten visar vidare på ett flertal strategier som lärarna använder för att ge eleverna förutsättningar att bidra med idéer om matematiskt innehåll, formulera matematiska tankestrategier, ställa frågor samt öka elevernas ansvarstagande och delaktighet i undervisningen, vilket enligt ramverket Levels of the Math-Talk Learning Community ökar förutsättningarna för eleverna att utveckla matematisk kompetens. Strategierna kan formuleras i sex mer sammanfattande strategier:

- Att fokusera på och konkretisera olika Lösningsstrategier snarare än rätt eller fel
- Att utforma undervisningssituationer där det finns flera olika möjliga alternativa lösningar
- Att arbeta med material som konkretiserar och fokuserar på olika Lösningsstrategier
- Att direkt uppmåna elever att bedöma och värdera sina egna men även andra elevers lösningar
- Att läraren själv använder sig av och visar på bedömningsstrategi för att till exempel kontrollera även om lösningar är korrekta
- Att utforma arbetsuppgifter och arbetsformer på ett sådant sätt att alla elever både kan och behöver bidra för att uppgiften ska kunna genomföras och lösas.

Mer allmänna undervisningsstrategier som utvärderingen tyder på ökar elevernas förutsättningar att utveckla matematisk kompetens är:

- Att matematiken finns naturligt i hela skolvardagen
- Att kontextualisera i termer av att knyta an till för eleverna vardagsnära situationer utanför själva undervisningssituationen och i termer av att spinna vidare på elevernas intressen
- Att arbeta praktiskt med olika laborativa material
- Att arbeta inom samma matematiska område på många olika sätt – med olika material, olika uppgifter och i olika miljöer både ute och inne
- Att individualisera både i förhållande till uppgifternas svårighetsgrad och elevers olika lärstilar

- Att undervisningen inte innehåller så många matematiska områden på en gång utan koncentreras till perioder då visst eller ett fåtal matematiska områden dominerar.

Avslutningsvis avgränsas tre områden för fördjupad kunskapsutveckling som utvärderingen påvisat. Det första området rör avsaknaden av övergripande kunskaper om vilken matematisk kompetens elever i grundskolan har. Vi vet till exempel inte om det finns lokala skillnader eller variationer mellan kommunerna och hur dessa eventuella skillnader förhåller sig till variationer mellan kommuner vad gäller andel elever i grundskolan och andel integrerade elever. Bland annat från ett likvärdighetsperspektiv är detta en allvarlig kunskapslucka. Utvärderingen tyder vidare på att det används en mängd olika laborativa och konkreta material, både färdigproducerade och tillverkade av lärarna själva. Det saknas dock någon mer systematisk analys av materialen och deras användning i relation till förutsättningar att utveckla matematisk kompetens. Slutligen påpekas behovet av fördjupad kunskap om vad matteaktivitetande lärgemenskaper kan innebära för elever inom grundskolan och hur sådana lärgemenskaper kan utvecklas. Bland annat mot bakgrund av den nyinrättade speciallärlinjen med inriktning mot grundskolan förefaller ett sådant kunskapsunderlag vara betydelsefullt.

Vi vill slutligen tacka de lärare och elever som tagit emot oss och låtit oss ta del av en del av deras vardag och arbete med matematik. Det har varit både spännande och lärorikt för oss. Vi vill också tacka Specialpedagogiska skolmyndigheten och de rådgivare som hjälpt oss att samla in data. Tack Gunilla Alriksson, Anders Andersson, Lotta Fröding, Katarina Florin, Gertrud Holmberg och Kristina Svensson.

Inledning

2 Inledning

Matematiksatsningens syfte

Skolverket har av regeringen fått i uppdrag att genomföra olika åtgärder för att ”skapa förutsättningar för förnyelse av undervisningen i ämnet matematik” (Regeringsbeslut U2009/914/G, s.1) inom den obligatoriska skolan. I uppdraget ingår även att öka kunskapen om olika åtgärder och hur de kan bidra till ökad måluppfyllelse.

Denna rapports syfte

I den här rapporten redovisar vi utvärderingen av Matematiksatsningen inom grundskolan.¹ Under åren 2009 och 2010 beviljades bidrag till 19 respektive 41 lokala utvecklingsprojekt för att utveckla matematikundervisning där grundskolan ingick.

Utvärderingen genomfördes mellan 1 november 2010 och 31 oktober 2011 och den är inriktad på själva matematikundervisningen och dess utformning. Dess övergripande syfte är att utvärdera Matematiksatsningen inom grundskolan för att finna undervisningsstrategier som leder till ökad måluppfyllelse inom ämnet matematik och ämnesområdet verklighetsuppfattning. De övergripande frågeställningar för utvärderingen är

- Finns det indikationer på att principerna för matematikundervisning skiljer sig åt på något avgörande sätt mellan grundskolan och grundskolan respektive mellan inriktningen träningskola och grundskolan?
- Vad visar Matematiksatsningen inom grundskolan kan vara framgångsrika undervisningsstrategier som ger elever mottagna i grundskolan förutsättningar att utveckla matematisk kompetens som leder till ökad måluppfyllelse inom framför allt ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning?

Vi redovisar här dessa utgångspunkter för utvärderingen: skolformen och elevgruppen, tidigare forskning av relevans för syfte och frågeställningar samt teoretiska utgångspunkter. Därefter beskrivs utvärderingens förutsättningar, dess uppläggning och genomförande. Sedan kommer ett avsnitt då vi presenterar resultaten och rapporten avslutas med en diskussion om resultatens trovärdighet och räckvidd samt betydelse för ett fortsatt utvecklingsarbete av matematikundervisningen i grundskolan.

¹ I texten används den terminologi på skolformen som gäller enligt den Skollagen (SFS 2010:800) dvs. grundskola och grundskola inriktning träningskola.

Några utgångspunkter

3 Några utgångspunkter

Den här utvärderingen handlar om matematikundervisning i grundsärskolan. En av de övergripande frågeställningarna är om principerna för undervisning i matematik skiljer sig mellan grundsärskolan och grundskolan. Vi belyser därför som en utgångspunkt skolformen och den elevgrupp som har sin undervisning inom grundsärskolan, i relation till grundskolan. I avsnittet sammanfattar vi också det resonemang kring undervisningsstrategier och principer för undervisning i matematik som utvärderingen utgår från och relaterar detta till empirisk forskning.

Grundsärskolan och elevgruppen

Grundsärskolan är en särskild skolform inom det obligatoriska skolväsendet och omfattade läsåret 2010/11 ca 12 100 elever, dvs. cirka 1,35 procent av eleverna. En särskild inriktning inom grundsärskolan, träningsskolan, riktar sig till elever som bedöms inte kunna nå målen i grundsärskolan. En tredjedel av eleverna i grundsärskolan går inriktningen mot träningsskola. Grundsärskolan har en egen läroplan och egna kursplaner. Det centrala innehållet och kunskapskraven i ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning² skiljer sig delvis åt från varandra och från centralt innehåll och kunskapskrav i grundskolan (Skolverket, 2011 a,b).

I skollagen 7 kap. 5 § definieras elevgruppen som har rätt att tas emot i grundsärskolan: ”Barn som bedöms inte kunna nå upp till grundskolans kunskapskrav därför att de har en utvecklingsstörning ska tas emot i grundsärskolan” (SFS 2010:800).³ När det gäller diagnostisering definieras utvecklingsstörning av tre kriterier: IQ under 70, nedsättning av adaptiv förmåga samt att orsakerna till intelligensnedsättningen och den adaptiva förmågan ska ha inträffat före 16 års ålder (i USA före 18 års ålder). Enligt diagnosmanualerna ICD10 och DSM-IV skiljer man på fyra grader av utvecklingsstörning: grav (djupgående), svår, medelsvår (måttlig) och lindrig. Något grovt kan sägas att inriktningen träningsskolans elevgrupp består av elever som bedömts ha en grav eller svår utvecklingsstörning, medan grundsärskolans elever bedöms ha en måttlig eller lindrig utvecklingsstörning.

² Grundsärskolans inriktning träningsskolan har ämnesområden och inte ämnen. Verklighetsuppfattning är det ämnesområde som tar upp matematik.

³ Enligt 1985 års skollag (SFS 1985:1100) kunde även elever med enbart autism tas emot i grundsärskolan. Denna utvärdering fokuserar dock på grundsärskolan huvudsakliga och nuvarande elevgrupp, elever med diagnosen utvecklingsstörning.

Av speciellt intresse i detta sammanhang är dock att andelen elever i grundsärskolan varierar såväl över tid som geografiskt. Det innebär således att behovet av en pedagogik skild från den grundskolan kan erbjuda varierar inte enbart utifrån personbundna förutsättningar (en diagnosticerad utvecklingsstörning) utan även utifrån kontextuella faktorer. Under 80-talet bedömdes mindre än 0,8 procent av eleverna behöva den undervisning som bedrevs i grundsärskolan, övriga elever undervisades i grundskolan (Skolverket, 2006). Andelen elever mottagna i grundsärskolan varierar också avsevärt mellan kommunerna. Den senaste sammanställningen från Skolverket (a.a.) visar att andelen elever som respektive kommun mottagit i grundsärskolan oavsett om skolgången var förlagd i den egna eller i annan kommun varierade mellan 0 och 3,6 procent läsåret 2004/05. I vissa kommuner undervisas således elever i grundskolan som i andra kommuner bedöms vara i behov av den pedagogik som erbjuds i grundsärskolan. Andelen elever i grundsärskolan som är integrerad i grundskolan varierar också avsevärt mellan kommunerna, från att ingen elev är integrerad till att samtliga elever deltar i grundskolans undervisning (SOS, 2011a).

Grundsärskolan har hög personaltäthet, läsåret 2010/11 gick det 100 elever på 26,8 lärare (SOS, 2011b), dessutom har många klasser även elevassistenter. Detta kan jämföras med lärartätheten i grundskolan som var 100 elever på 7,8 lärare (exklusive lärare i SVA och i modersmål) läsåret 2010/11 (SOS, 2011c). Det finns förvånansvärt få empiriska studier av didaktiska aspekter på undervisningen i den svenska grundsärskolan. I studier och utredningar om undervisningen i grundsärskolan har balansen mellan omvårdnadsinriktning och kunskapsinriktning lyfts fram som kritisk. Skolverket efterfrågar utifrån sina analyser mer kunskapsinriktad undervisning med större utmaningar för eleverna (Skolverket, 1996; Skolverket, 1999; Skolverket 2001). Berthén (2007) drar en likartad slutsats i sin doktorsavhandling. Men inga av dessa studier utgår från ett representativt urval (urvalet är också förhållandevis begränsat) så man kan inte dra slutsatsen att ett omvårdnads- och fostransperspektiv är kännetecknande för hela grundsärskolan.

Det vi däremot vet är att det aldrig har funnits obligatoriska betyg och nationella prov för elever i grundsärskolan. Det vi också vet är att elever som av skolsystem kategoriseras ha en utvecklingsstörning inte deltar i internationella utvärderingar som TIMSS och PISA, vare sig i Sverige eller i andra länder. Detta innebär att vi inte vet

- a) vilka matematikkunskaper elever i grundsärskolan har
- b) om elevernas matematikkunskaper har förändrats, om de i någon bemärkelse är bättre eller sämre nu än på t.ex. 90-talet

- c) hur matematikkunskaper hos svenska elever i grundsärskolan förhåller sig till matematikkunskaper hos motsvarande elevgrupp i andra länder.

Mot bakgrund av detta kan den kritik som framförts mot grundsärskolans undervisning kanske snarare förstås som en respons på att skolsystemet har olika kunskapssyn för olika elevgrupper. Av större betydelse för denna utvärdering är dock att detta innebär att Matematiksatsningen inom grundsärskolan har en helt annan utgångspunkt än satsningen har inom grundskolan. Dess utgångspunkt är inte ett problematiserande av elevernas kunskaper och av undervisningen, utan i stället ett likvärdighetsperspektiv och därigenom ett inkluderingsperspektiv.

Inkludering

Visionen om en inkluderande skola är en annan faktor för hur undervisningen i grundsärskolan utvecklas. Såväl nationella som internationella dokument och styrdokument lyfter fram full delaktighet och inkludering (med mångfald som grund) som viktiga principer för att vägleda utformningen av stödet till personer med funktionsnedsättning. I bl.a. FN:s konvention om rättigheter för personer med funktionsnedsättning (Ds 2008:23) som trädde i kraft i Sverige i januari 2009, formuleras principer för konventionen i termer av ”fullständigt och faktiskt deltagande och inkludering i samhället”, respekt för olikheter som en del av den mänskliga mångfalden och tillgänglighet (Artikel 3). En särskild artikel rör utbildning, där fastslås bl.a. att konventionsstaterna ska säkerställa att ”ändamålsenliga individanpassade stödåtgärder erbjuds i miljöer som erbjuder största möjliga akademiska och sociala utveckling som är förenlig med målet fullständig inkludering” (Artikel 24, § 2, punkt e). Utifrån propositionen Från patient till medborgare (prop. 1999/2000:79), beslutade vidare Sveriges riksdag för drygt tio år sedan om en nationell handlingsplan för funktionshinderspolitiken. De nationella målen för funktionshinderspolitiken är

- en samhällsgemenskap med mångfald som grund
- att samhället utformas så att människor med funktionsnedsättning i alla åldrar blir fullt delaktiga i samhällslivet
- jämlikhet i levnadsvillkor för flickor och pojkar, kvinnor och män med funktionsnedsättning.

Mot bakgrund av en uppföljning av det funktionshinderspolitiska arbetet under början av 2000-talet (Rskr. 2009/10:166) beslöt regeringen i juni 2011 om en förnyad strategi för genomförandet av funktionshinderspolitiken (S2010/4319/FST). De nationella målen är oförändrade. Den nya strategin omfattar nio prioriterade områden varav utbildningspolitiken är ett.

Utan att gå djupare i inkluderingsbegreppets innebörd menar vi att det är viktigt att positionera denna utvärdering i förhållande till inkluderingsbegreppet då det får konsekvenser för upplägg och slutsatser. Inkluderingsbegreppet kan i vissa avseenden jämföras med kreativitetsbegreppet inom matematik. Huckstep och Rowland (2000) kallar kreativitetsbegreppet för ett ”hooray word” som de menar saknar en gemensamt överenskommen definition, men är mycket starkt värdeladdat. Inkluderingsbegreppet är på liknande sätt ett starkt värdeladdat begrepp vars innebörd är något oprecis, men som antas stå för något positivt. Vår utgångspunkt är att en inkluderande skolverksamhet kännetecknas av både vissa organisatoriska karakteristika och uttrycker vissa grundläggande värden (se bl.a. Göransson, Nilholm & Karlsson, 2011). I detta sammanhang innebär det

- a) en matematikundervisning där alla elever ges förutsättningar att lära sig och aktivt delta i en gemensam undervisningssituation
 - b) en matematikundervisning där elever från grundsärskolan och grundskolan undervisas gemensamt.
- I enlighet med detta kommer undervisningsstrategier att diskuteras utifrån om de går att använda i undervisningssituationer där både grundsärskol- och grundskolelever deltar.

Forskning om matematikundervisning för elever med diagnosen utvecklingsstörning

Sökningar i databaserna LibHub,⁴ ERIC och Academic Search Elite tyder på att det finns mycket lite aktuell forskning om matematikundervisning för elever med utvecklingsstörning, vilket också påpekas av flera (t.ex. Bashash, Outhred & Bochner, 2003; Calik & Kargin, 2010; Chung & Tam, 2005; Kroesbergen & Van Luit, 2005; Milo, et al. 2004). Det förefaller som om den forskningsbaserade kunskapen om matematikundervisning för personer med diagnosen utvecklingsstörning till stor del härrör från 70-, 80- och 90-talet. I en metaanalys av forskning om matematikundervisning för elever med grav och måttlig utvecklingsstörning (även elever med autism i kombination med intelligensnedsättning ingår) som publicerades 2008 är t.ex. majoriteten av de inkluderade studierna publicerade under 70-, 80- och 90-talet (Browder, et al. 2008). Av de 68 studier som inkluderats är det endast fem som tydligt berör matematikundervisning och som publicerats under 00-talet.

En hel del av denna tidigare forskning fokuserade dock på undervisning där eleven mekaniskt skulle lära sig fakta utan till (Parmar, Cawley & Miller, 1994). Detta går till synes tvärtemot den syn på matematikundervisning för

⁴ Ett sökverktyg för samsökningar i flertalet av högskolebibliotekets fulltextdatabaser.

barn utan funktionsnedsättningar som beskrivs i nationell och internationell forskningslitteratur där det snarare är förståelse för matematiska principer, matematiska strategier, problemlösningsförmåga och elevernas egen konstruktion av kunskap som betonas (t.ex. Lithner, 2008; Bergqvist, et al. 2010; Kroesbergen & Van Luit, 2005). Det kan dock vara en förklaring till att direkt instruktion ofta visar sig vara en effektiv undervisningsstrategi för elevgruppen (t.ex. Browder, et al., 2008; Harris, Miller & Mercer 1995; Van Luit, 1994), snarare än att det skulle ha samband med egenskaper hos elevgruppen. Direkt instruktion är en mycket lärarstyrd undervisningsstrategi där eleverna mer ses som passiva mottagare av kunskap och där läraren visar på ett sätt att lösa en arbetsuppgift som eleverna sedan uppmanas träna sig i och vid behov få stöd av läraren. Undervisningssituationen är starkt strukturerad och ger lite utrymme för t.ex. elevernas eget sätt att tänka kring en matematisk uppgift. Betoning ligger på rätt eller fel svar, snarare än på olika strategier för att lösa problem. Browder beskriver systematisk instruktion så här: "Define a specific response or set of responses and teach to mastery using defined, consistent prompting and feedback and explicit prompt fading" (Browder, et al. 2008, s. 426).

En något annan inriktning utgör den forskning som visar på sambandet mellan hur matematiska tankestrukturer och problemlösningsstrategier uttrycks i undervisningen och elevernas lärande (t.ex. Kroesbergen & Van Luit, 2005; Chung & Tam, 2005; Martinez & Pellegrini, 2010). Sammantaget visar studierna att eleverna får större förutsättningar för lärande om undervisningen fokuserar på matematiska tankestrategier och konkretiserar dessa. Det är företrädesvis elever med lindrig utvecklingsstörning som har deltagit i studierna. Ett utvecklingsprojekt i träningsskolan i Falköping (Ljungblad, 2010; Bergström, et al. 2010) med likartad inriktning, visar dock att man genom att väva in matematiskt tänkande, konkretisera, uppmärksamma och medvetengöra matematiska aspekter i hela skolvardagen ökade elevernas mattekunskaper och förmåga att använda matematik i sin vardag, t.ex. för att planera sin tid.

I samband med forskning om svårigheter i matematik hos barn som inte har någon utvecklingsstörning har språkets centrala roll uppmärksamats allt mer (t.ex. Riesbeck, 2008). Betydelsen av att utgå från barnens egna matematiska idéer, att tillsammans reflektera över olika lösningsstrategier, att i undervisningen skapa en "math-talk-learning-community" betonas (t.ex. Hufferd-Ackles, Fuson & Sherin, 2004; Kyriacou & Issit, 2008). Det är dock en undervisningsstrategi som studerats lite i relation till elever med utvecklingsstörning, vilket också påpekas i den enda studie vi funnit som belyser detta (Kroesbergen & Van Luit, 2005). Studien är holländsk och jämför en mer traditionell undervisning med en undervisning som de kallar för "guided instruction". I den traditionella undervisningssituationen undervisar läraren i problemlösningsstrategier, fokus ligger på att förklara hur själva strategin ska

användas, vid behov konkretiseras den, eleverna får sedan tid att lösa problem med den strategi som läraren visat. Det finns litet utrymme för elevernas egna bidrag, om någon elev använder en annan strategi än den som undervisats i på lektionen, uppmannas hon eller han att använda den som de håller på att lära sig just nu, även om den andra strategin fungerar.

Under den "guidade" instruktionen utgår diskussionen från elevernas bidrag, läraren presenterar ett problem som eleverna uppmuntras att tillsammans söka lösa, läraren stödjer lärandeprocessen genom att ställa frågor och uppmuntra diskussion mellan eleverna. Resultaten visar att båda grupperna var signifikant bättre inom de matematiska områden som bedömdes jämfört med före studien. Inom två av de fyra områden som bedömdes var dock den grupp som fått den mer traditionella undervisningen signifikant bättre än den grupp som erhållit "guided" instruktion. Författarna drar dock inte slutsatsen att den mer traditionella undervisningsformen nödvändigtvis behöver vara bättre, de menar att mer forskning behövs för att belysa hur denna typ av undervisning kan anpassas till elever med utvecklingsstörning bl.a. för att underlätta en inkluderande undervisning. Tilläggs kan i det sammanhanget att studien ju inte visar att samma resultat skulle erhållits om elever utan någon funktionsnedsättning utgjort en undersökningsgrupp, resultaten säger således inget om eventuell skillnad mellan framgångsrika undervisningsstrategier för elever med och utan utvecklingsstörning. De påpekar dock också att eleverna var mycket ovana vid denna typ av instruktion vilket de menar att man bör ha i åtanke vid tolkningen av resultaten.

Detta är också något som Milo, et al. (2004) belyser. De utgår i sin studie från den gren av forskningen som studerar sambanden mellan elevernas inställning till matematik, bl.a. deras uppfattning om hur man lär sig matematik, och elevernas utveckling av matematisk kunskap. De studerade sambandet mellan elevers inställning till bl.a. just hur man lär sig matematik och de sätt de undervisades på. Elevgrupperna utgjordes dels av elever med lindrig utvecklingsstörning, dels elever med inlärningssvårigheter (learning disabilities).

Resultaten visade att de sätt eleverna undervisades på hade samband med hur de ansåg att man lärde sig. Författarna diskuterar resultaten i termer av "det didaktiska kontraktet", som handlar om att komma fram till en konsensus om hur lärande sker i en lärgemenskap, t.ex. regler för hur man diskuterar och vad som är relevanta och accepterade argument. Författarna menar att en förändring mot en syn på lärandet och undervisningen som utgår mer från elevernas matematiska idéer och gemensam reflektion kring olika lösningsstrategier också förutsätter att det didaktiska kontraktet förhandlas om. Det här uppmärksammar betydelsen av att det finns likartade undervisningsstilar (och didaktiska kontrakt) i grund- och grundsärskoleklasser som samverkar med varandra, annars ger samverkan inte inkludering då de elever som inte är

vana vid sättet som den gemensamma undervisningen bedrivs på får svårare att delta aktivt.

Teoretiska utgångspunkter och precisering av frågeställning två

Fokus i denna utvärdering ligger på själva undervisningen och de förutsättningar den ger eleverna att utveckla matematisk kunskap. Utvärderingen studerar således inte bakomliggande faktorer som har betydelse för hur undervisningen utformas.

På ett övergripande plan är en utgångspunkt att både det matematiska innehållet och det sätt på vilket eleverna ges förutsättningar att ta del av detta innehåll har betydelse för vad de lär sig (t.ex. Häggström, 2008; Kullberg, 2009; Wernberg, 2009). För att förstå de förutsättningar undervisningen ger eleverna att utveckla kunskap skiljer vi därför på undervisningens *innehåll* och dess *utformning*. Innehållet behandlas utifrån två aspekter, dels vad som kan kallas för ett *matematiskt sakinnehåll* som utgörs av kursplanernas centrala innehåll inom matematik respektive verklighetsuppfattning, dels ett *kompetensinnehåll*. Med undervisningens utformning menar vi undervisningspraktiken.

Den förståelse för undervisningens matematiska kompetensinnehåll som utvärderingen utgår från är det ramverk för matematisk kompetens som utvecklats vid Umeå universitet och Nationellt centrum för matematikutbildning (Lithner, et al., opublicerat manus; Bergqvist, et al. 2010). Ramverket är i sin tur inspirerat av internationella ramverk, bland andra NCTM:s principer för utformning av matematikundervisning (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Ramverket definierar sex kompetenser som var och en har tre kompetensrelaterade aktiviteter eller aspekter: tolka, använda och värdera. De sex kompetenserna är (från Bergqvist, et al. 2010, s 9–10):

- Problemlösningskompetens som ”innebär att kunna lösa uppgifter där uppgiftslösaren inte har någon färdig lösningsmetod tillgänglig innan uppgiftslösningen börjar”. Överfört till matematiskt kompetensinnehåll innebär det en undervisning som ställer eleven inför nya problemsituationer som kräver någon form av nya Lösningsstrategier.
- Resonemangskompetens som innebär ”att kunna motivera val och slutsatser genom att argumentera på allmänna logiska och speciella ämnesteoretiska grunder, och inkluderar även undersökande verksamheter som att hitta mönster, formulera, förbättra och undersöka hypoteser”. Överfört på matematiskt kompetensinnehåll innebär detta uppgifter där eleven förväntas tolka, använda eller värdera val och slutsatser enligt ovan.
- Procedurhanteringskompetens som innebär ”att kunna identifiera vilken procedur (normalt i form av någon algoritm) som lämpar sig för en viss

uppgiftstyp samt att kunna genomföra proceduren”. Överfört på matematiskt kompetensinnehåll innebär detta uppgifter där eleven förväntas tolka, genomföra eller värdera någon typ av matematiska operationer.

- Representationskompetens som innebär ”förmåga att ersätta en matematisk företeelse med en annan”. Överfört till matematiskt kompetensinnehåll innebär detta uppgifter där eleven t.ex. ska representera ordet sju med siffran sju eller sju konkreta objekt.
- Sambandskompetens som innebär ”förmåga att länka samman matematiska företeelser (inklusive representationer av dem). T.ex. att se att multiplikation med heltal kan ses som upprepad addition”. Överfört till matematiskt kompetensinnehåll innebär det uppgifter där eleven förväntas tolka, genomföra eller värdera sammansättningar av matematiska företeelser.
- Kommunikationskompetens innebär ”att kunna kommunicera, att utbyta information om matematiska idéer och tankegångar”. Överfört till matematiskt kompetensinnehåll innebär detta uppgifter då eleven förväntas i t.ex. muntlig eller skriftlig form eller med bilder tolka, använda eller värdera matematiska idéer och tankegångar.

Vi har analyserat undervisningens praktik, dvs. de förutsättningar undervisningens utformning ger eleverna att utveckla matematisk kompetens som leder till ökad måluppfyllelse i ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning. Utgångspunkten har varit ramverket Levels of the Math-Talk Learning Community utvecklat av Hufferd-Ackles, Fuson och Sherin (2004) som vi här inledningsvis översätter till ”mattepratande lärgemenskap”. Ramverket utvecklades i syfte att stödja lärare att utveckla matematikundervisningen i enlighet med NCTM:s (2000) principer.

Ramverket utgår från ett sociokulturellt perspektiv med rötter i Vygotskijs syn på lärande och utveckling (t.ex. Vygotskij, 1978) i den bemärkelsen att lärande antas ske inom ramarna för en social och kulturellt betingad gemenskap genom en internalisering av tankestrukturer och praktik som utvecklas inom denna gemenskap. Eleven lär sig då när hon eller han guidas av en mer kompetent person inom områden som håller på att utvecklas eller mogna hos eleven, dvs. inom elevens proximala utvecklingszon. Man lägger därför stor vikt vid hur läraren kan bidra till utvecklingen av en matematikgemenskap som synliggör matematiska tankestrukturer som eleverna genom interaktion får hjälp att internalisera. I likhet med t.ex. Cobb (1995) kompletteras denna utgångspunkt med en mer konstruktivistisk sådan där elevens egen konstruktion av kunskap blir betydelsefull.

Ramverket definierar fyra komponenter av lärar- och elevaktiviteter som kännetecknar utvecklingen av en lärmiljö som ger förutsättningar för eleverna

att utveckla matematisk kompetens. Ramverket beskriver utvecklingen av undervisningsmiljön från en lärarstyrd miljö som fokuserar på svar till en undervisningsmiljö som stöder eleverna att ha en aktiv och central roll och som fokuserar på matematisk kompetens. Utvecklingen beskrivs i fyra nivåer där varje nivå har fyra komponenter. De fyra komponenterna är:

- a) frågandet som utvecklas från att enbart vara lärarens till att vara både elevernas och lärarens
- b) förklaring av matematiskt tänkande som utvecklas från att förekomma mycket sparsamt till att få en allt mer framträdande roll då också eleverna i allt större utsträckning förklarar och formulerar sina matematiska strategier
- c) källan till matematiska idéer som utvecklas från att läraren är den som bestämmer allt matematiskt innehåll till att elevernas idéer och förslag också påverkar undervisningen
- d) ansvar för lärandet som utvecklas till att eleverna tar alltmer ansvar för sitt eget och klasskamraternas lärande och värdering.

Nedan följer en kortfattad sammanfattning av ramverket (se även Hufferd-Ackles, et al., 2004).

Nivå 0: Traditionell lärarstyrd undervisning, med korta svar från eleverna på lärarens frågor.

Frågandet: Läraren frågar.

Förklaring av matematiskt tänkande: Förklaringar av matematiska strategier och elevers tänkande förkommer aldrig eller mycket sällan. Fokus ligger på svaren.

Källa till matematiska idéer: Läraren som bestämmer innehållet och hur eleverna ska göra.

Ansvar för lärande: Eleverna är passiva lyssnare, läraren svarar eleverna genom att verifiera om svaret är rätt eller visa en lösning som är rätt.

Nivå 1: Läraren börjar uppmärksamma elevernas matematiska tänkande.

Frågandet: Läraren börjar fokusera frågorna på hur eleverna tänker och mindre på rätt eller fel svar. Läraren är den enda som frågar.

Förklaring av matematiskt tänkande: Läraren börjar försöka få elever att formulera tankestrategier. Eleverna ger korta beskrivningar av hur de tänkte.

Källa till matematiska idéer: Läraren bidrar fortfarande med det mesta av lektionernas matematiska innehåll. Elevernas idéer efterfrågas till en viss del.

Ansvar för lärandet: Läraren börjar ge strukturer för att underlätta för eleverna att lyssna på varandra och hjälpa varandra.

Nivå 2: Läraren stöder eleverna att utveckla nya roller. Elev-elev-interaktion ökar.

Frågandet: Läraren fortsätter att fråga efter elevernas tankestrategier, ställer mer öppna frågor och underlättar elev-elevinteraktion genom att be dem att vara beredda på att fråga andra elever om deras arbete.

Förklaring av matematiskt tänkande: Läraren är mer fokuserad på att få eleverna att formulera sina matematiska strategier, olika strategier lyfts fram.

Källa till matematiska idéer: Läraren följer upp elevers idéer och tänkande och vidareutvecklar. Lektioner utgår ibland från elevernas idéer.

Ansvar för lärandet: Läraren uppmuntrar eleverna att ta ansvar för lärandet. Frågar elever om andra elevers arbete och undrar om de håller med eller inte och varför. Elever börjar lyssna på och förstå varandra.

Nivå 3: Läraren assisterar eleverna.

Frågandet: Läraren förväntar sig att eleverna ska fråga varandra om deras arbeten. Läraren kan fortfarande vara den som styr frågandet. Elev-elevinteraktion inte beroende av läraren.

Förklaring matematiskt tänkande: Läraren är uppmärksam på elevernas beskrivningar av sitt tänkande och uppmuntrar dem att förtydliga sina förklaringar. Eleverna försvarar och berättigar sina strategier och lösningar.

Källa till matematiska idéer: Läraren använder elevernas idéer och metoder som utgångspunkt för lektioner eller delar av lektioner.

Ansvar för lärandet: Läraren förväntar sig att eleverna är ansvariga för att värdera allas arbete och tänkande. Eleverna lyssnar på varandra för att förstå och ber om klargöranden, hjälper varandra att förstå och rättar varandra.

Mot denna bakgrund preciserar vi frågeställning två:

- Vad visar Matematiksatsningen inom grundsärskolan kan vara framgångsrika undervisningsstrategier som ger eleverna förutsättningar att utveckla matematisk kompetens som leder till ökad måluppfyllelse inom framför allt ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning?

Sammanfattning

Vi har i detta avsnitt redovisat några utgångspunkter för utvärderingen av Matematiksatsningen i grundsärskolan. Vi problematiserade huruvida elevgruppen tydligt går att särskilja från grundskolans elevgrupp. Vi konstaterade då att elever som på grund av utvecklingsstörning inte bedöms kunna nå grundskolans kunskapskrav varierar såväl över tid som geografiskt. Det är således inte fråga om en konstant och tydligt avgränsad elevgrupp i förhållande till grundskolans elevgrupp. Vi lyfte vidare fram att Matematiksatsningen inom grundsärskolan har en annan bakgrund än Matematiksatsningen i grundsko-

lan. Utgångspunkten är inte ett problematiserande av elevernas kunskaper eller av undervisningen inom grundsärskolan, eftersom ett underlag för en sådan problematisering saknas. Bakgrunden är snarare ett likvärdighetsperspektiv och därigenom ett inkluderingsperspektiv. Men inkludering är ett starkt positivt laddat begrepp som saknar en gemensamt överenskommen innebörd. Utgångspunkten i den här utvärderingen är att en inkluderande skolverksamhet kännetecknas av både vissa organisatoriska karakteristika och uttrycker vissa grundläggande värden.

Genomgången av forskning om matematikundervisning för elever med utvecklingsstörning visade bl.a. att det finns förhållandevis lite aktuell sådan publicerad under 00- och 10-talet. Tidigare forskning om matematikundervisning för elever med funktionsnedsättning har kritiserats för att fokusera på ett mekaniskt utantillärande. Senare forskning tyder dock sammanfattningsvis på att elevernas förutsättningar för lärande ökar då undervisningen fokuserar på matematiska strategier och konkretiserar dem. Genomgången visar också att inkluderingsperspektivet på matematikundervisning inte är särskilt framträdande.

Mot bakgrund av resultatet från forskningsgenomgången och inkluderingsperspektivet valdes ett teoretiskt ramverk med utgångspunkt från det matematiska kompetensbegreppet. Detta begrepp omfattar en betoning på förståelse av matematiska strukturer, det är vidareutvecklat från principer för utformning av matematikundervisning på ett generellt plan.

I nästa avsnitt beskriver vi utvärderingens uppläggning och genomförande.

Utvärderingens uppläggning och genomförande

4 Utvärderingens uppläggning och genomförande

Utvärderingen har genomförts i form av fallstudier av matematikundervisning i sex grundsärskoleklasser. Urvalet har gjorts från de 60 ansökningar som fått bidrag för utvecklingsinsatser i matematik inom grundsärskolan 2009 och 2010. En klass vardera valdes från följande grupper:

- C. Grundsärskolans högre år
- D. Inriktning träningsskolans högre år
- E. Inriktning träningsskolan lägre år
- F. Grundsärskolans lägre år

Eftersom full delaktighet och inkludering är vägledande principer för utformningen av undervisningen för elever med utvecklingsstörning valde vi också två klasser från en grupp där samverkan mellan grundsärskola och grundskola lyfts fram i ansökan, klasserna A och B. I samråd med Skolverket gjordes ett strategiskt urval från grupperna utifrån tre vägledande principer:

- 1) ofta förekommande matematiskt innehåll
- 2) ofta förekommande insatser i undervisningen
- 3) uttrycker ett nytänkande.

De klasser som slutligen valdes ut är geografiskt spridda över sex län: Gävleborgs län, Stockholms län, Västra Götalands län, Östergötlands län, Hallands län och Skåne län. Sex rådgivare från Specialpedagogiska skolmyndigheten hade kontakt med varsin klass som de samlade in data från under vårterminen 2011.

Datainsamling

Bakgrundsdata för varje klass har samlats in vad gäller skolan, klassens storlek, antal personal i klassen och deras utbildning. Vidare har elevernas individuella mål inom matematik respektive verklighetsuppfattning samlats in.

Data om undervisningens innehåll och utformning har samlats in genom filminspelning av matematiklektioner och intervjuer med lärare och, i de fall det varit meningsfullt, med elever i anslutning till de inspelade lektionerna. Riktlinjen var inspelning av tre matematiklektioner fördelade över våren. I en klass fungerade inte inspelningen det första inbokade tillfället varför endast två tillfällen är inspelade. I en annan av klasserna finns i stället fyra tillfällen inspelade. I samtliga klasser utom en har rådgivare spelat in filmerna. I en av

klasserna bedömde lärarna att en utomstående person skulle bli för störande och har därför filmat själva. Rådgivaren har dock med utgångspunkt från de inspelade lektionerna intervjuat lärarna. En lärare i varje klass har intervjuats individuellt i fyra av klasserna. I klass D intervjuades dock två av lärarna individuellt vid samtliga tre tillfällen. I klass F intervjuades de två ansvariga lärarna tillsammans. Eleverna i klass A intervjuades i grupp. I klasserna C och F intervjuades eleverna individuellt. Intervjuerna genomfördes av rådgivarna, utom i ett fall i klass C då läraren genomförde intervjun. Intervjuerna genomfördes med hjälp av intervjuguider (bilaga 1). Tabell 1 ger en översikt av inspelade lektioner och intervjuer.

Tabell 1 Översikt av inspelade lektioner och intervjuer

Klass	Lektioner	Intervjuer lärare	Intervjuer elever
A			
Lektion 1	67 min	35 min	26 min
Lektion 2	38 min	15 min	32 min
Lektion 3	57 min	28 min	23 min
B			
Lektion 1	46 min	23 min	
Lektion 2	38 min	8 min	
Lektion 3	37 min	22 min	
C			
Lektion 1	saknas	6 min	
Lektion 2	42 min	25 min	8 min
Lektion 3	45 min	31 min	4 min
D		Lärare 1 och 2	
Lektion 1	53 min	31 min/45 min	
Lektion 2	50 min	33 min/35 min	
Lektion 3	24 min	26 min/20 min	
E			
Lektion 1	32 min	13 min	
Lektion 2	27 min		
Lektion 3	40 min	32 min	
Lektion 4	40 min	16 min	
F			
Lektion 1	40 min	39 min	
Lektion 2	25 min	25 min	
Lektion 3	34 min	19 min	5 min

Analys och bearbetning av data

Bearbetningen och analysen av data är av övervägande kvalitativ karaktär. Ett löpande observationsprotokoll användes för att transkribera de inspelade lektionerna (bilaga 2). Lektionerna delades in i episoder som är en avgränsad del

av lektionen med ett visst innehåll och vissa arbetsformer. En episod kan t.ex. vara att klassen arbetar gemensamt inom området tid, vilket sedan övergår till en annan episod då eleverna arbetar individuellt med olika lägesbegrepp. I vissa fall avgränsas episoderna av att filmningen avbryts då arbetspasset är avslutat och börjar åter då ett nytt tar vid. Vid denna transkribering gjordes även en första tolkning av

- lektionens sakinnehåll i förhållande till Lgrsär11
- lektionens kompetensinnehåll i förhållande till det i 2.4 beskrivna ramverket för matematisk kompetens
- undervisningspraktiken i förhållande till ramverket Levels of the Math-Talk Learning Community.

Vi transkriberade intervjuerna och gjorde utifrån dem en fördjupad analys av de inspelade lektionerna. Under arbetet framkom att avgränsningen mellan de kompetensrelaterade aktiviteterna ”tolka” och ”använda” är mycket grannlaga och möjligtvis inte heller relevant för elever på tidig utvecklingsnivå där t.ex. talet inte utgör den främsta kommunikationskanalen, och där tänkandet främst manifesterar sig i handling. Detta gjorde att vi i den slutliga analysen inte har skilt på dessa två kompetensrelaterade aktiviteter.

Därefter vidtog två typer av slutliga analyser. Dels en analys som med utgångspunkt från bakgrundsdata och analyserna av lektionerna ger en sammanfattande beskrivning av respektive klass, dels en sammanfattande analys av undervisningens innehåll och praktik som de framträder i filmer och intervjuer.

Resultat

5 Resultat

I det här avsnittet presenteras resultaten i förhållande till de två frågeställningarna.

Skillnader mellan undervisningen i grundskolan, grundsärskolan och träningsskolan

Finns det indikationer på att principerna för matematikundervisning skiljer sig åt på något avgörande sätt mellan grundskolan och grundsärskolan respektive mellan inriktningen träningsskola och grundsärskolan?

Vi har valt att besvara denna fråga dels genom att problematisera förutsättningarna för att besvara frågan, dels med stöd av tidigare forskning. Empirin från denna utvärdering är mycket begränsad och urvalet är inte gjort för att vara representativt. Men under intervjuerna med lärarna diskuterades den här frågan och vi använder det som ett kompletterande underlag. Vi behandlar också frågan utifrån aspekten att den gäller framgångsrika principer för undervisningen.

Implicit i frågeställningen ligger ett antagande om att grundsärskolans elever är en konstant och tydligt avgränsad elevgrupp i förhållande till grundskolan. Men som kom fram i avsnitt 2.1. är det inte så. Andelen elever i grundsärskolan varierar såväl över tid som mellan kommuner, och andelen av dessa elever som deltar i grundskolans undervisning mer än 50 procent av tiden varierar också avsevärt mellan kommunerna, från 0 till 100 procent. Eventuella skillnader i undervisningsprinciper verkar således utifrån detta snarare vara kopplat till vilka principer som är förhärskande under en viss tidsepok respektive i en viss kommun, än till egenskaper kopplade till funktionsnedsättningen.

En annan näraliggande aspekt som vi menar formuleras i frågeställningen är antagandet att själva funktionsnedsättningen medför krav på andra undervisningsprinciper än för elever utan utvecklingsstörning. Det vill säga antagandet om att en lägre kognitiv nivå i termer av lägre intelligenskvot (IK) skulle medföra behov av andra undervisningsprinciper i matematik än för de som inte har en utvecklingsstörning. Den aspekt av kognitiv funktion som intelligenskvot mäter är utvecklad för att avspegla en inom populationen normalfördelad egenskap. Gränsen vid IK mindre än 70 är satt två standardavvikelser under medel vilket innebär att ungefär 2 procent av befolkningen har en kognitiv funktionsnedsättning i termer av intelligenskvot, vilket också flera internationella studier visar (bl.a. Sonnander, 2005). Det innebär således att det finns elever i grundskolan som har en kognitiv funktionsnedsättning i termer av intelligenskvot motsvarande den kognitiva funktionsnedsättning elever i grundsärskolan har.

Den internationella forskningen ger inte helt entydiga svar på huruvida utvecklingsstörningen leder till behov av speciella principer för undervisningen kopplade till just denna funktionsnedsättning. Det finns dock ett flertal studier som visar att utvecklingen av matematisk förmåga inte skiljer sig kvalitativt hos barn och ungdomar med utvecklingsstörning från andra barns (t.ex. Bashash, Outhred & Bochner, 2003; Cayocho, Gunn & Siegel, 1991; Hanrahan, Rapagna & Poth, 1993; Hoard, Geary & Hamson, 1999). Det finns också studier som tyder på att den matematiska förmågan hos elever med utvecklingsstörning inte skiljer sig från förmågan hos andra elever med matematiksvårigheter.

I en studie om matematisk kompetens hos alla barn i fjärde klass med diagnos, inklusive utvecklingsstörning, i en delstat i USA, sammanlagt 2 681 elever, analyserades deras resultat på ett matteprov omfattande områdena siffror och räkning, algebra, geometri samt sannolikhet och statistik (Yang, et al. 2005). Resultaten visar att eleverna föll ut i två grupper. En grupp som inte svarade särskilt mycket bättre än om de chansat och en grupp som klarade de olika delarna på testet bättre. Det var inga kvalitativa skillnader utan snarare en fråga om kvantitet. Eleverna fördelade sig inte i diagnosspecifika matematikprofiler – eleverna med utvecklingsstörning återfanns visserligen i den grupp som inte klarade uppgifterna särskilt mycket bättre än om de chansat, men där fanns även elever med andra typer av diagnoser. Författarna drar slutsatsen att "...lower achieving students in math perform like other low-performing students in math regardless of disability classification" (s. 206). Detta överensstämmer också med resultaten från en metaanalys av undervisningsstrategier i matematik för elever i behov av särskilt stöd med olika diagnoser (Kroesbergen & van Luit, 2003). Resultatet visar bl.a. att de ingående studierna inte visar några skillnader mellan en undervisningsstrategisk effekt och typ av diagnos.

Det finns dock även studier som visar att utvecklingsstörning medför en nedsatt funktion av arbetsminnet (t.ex. Henry, 2001; Numminen, et al., 2000). Detta i sin tur skulle innebära svårigheter att hantera ett flertal t.ex. matematiska strategier samtidigt, vilket då skulle innebära att undervisningen bör koncentrera sig på få tydligt uttryckta strategier snarare än många olika strategier (t.ex. Jones, et al., 1997; Van Luit & Nagliere, 1999). Dessa resultat innebär dock egentligen ingen motsättning mot resultaten ovan. Skillnaden är att man valt ut en grupp med funktionsnedsättning och jämför med barn utan funktionsnedsättning, snarare än att studera vilka undervisningsstrategier som är framgångsrika för vilka barn.

Liknande erfarenheter formuleras även av lärarna under intervjuerna. Det som lyfts fram är det konkreta och laborativa arbetssättet, att man tar längre tid på sig, men att detta arbetssätt är något som skulle passa många barn och ungdomar i grundskolan.

Man kanske arbetar mer med konkret material eller laborativa saker under en längre tid. Fast när jag jobbade i grundskolan arbetade jag väldigt mycket med laborativt material och konkreta saker när jag hade en etta. (*Lärare i en etta inriktning träningskola.*)

I grundskolan ska det ske väldigt fort och det passar många barn men det passar inte alla barn. Jag tror det skulle gynna många barn att ha med sig det praktiska materialet längre upp i åldrarna. (*Lärare i grundsärskolans lägre år.*)

Man jobbar inte så här mycket praktiskt i grundskolan som vi gör på högstadienivån i grundsärskolan. Angående klassens gemensamma lektioner med en grundskoleklass: Jag tror inte man diskuterar och förbereder lektionerna så noggrant som här. Jättebra om dom (dvs. grundskoleeleverna) varit med den genomgången vi hade innan med särskoleeleverna. (*Lärare i grundsärskolans högre år.*)

Sammantaget menar vi att detta inte tyder på att planeringen och genomförandet av matematikundervisningen ska ta sin utgångspunkt i den skolform eleverna går i.

Framgångsrika undervisningsstrategier i grundsärskolan

Vad visar Matematiksatsningen inom grundsärskolan kan vara framgångsrika undervisningsstrategier som ger elever mottagna i grundsärskolan förutsättningar att utveckla matematisk kompetens som leder till ökad måluppfyllelse inom framför allt ämnet matematik respektive ämnesområdet verklighetsuppfattning?

I detta avsnitt redovisar vi först sammanfattande analyser av matematikundervisningen i de sex klasserna, därefter följer en sammanfattande analys med diskussion.

Matematikundervisning i sex klasser

Skola A – skolår 8–10, grundsärskola

Skola A, som är en enplansbyggnad i utkanten av stadens centrum, har ljusa lokaler med stora fönster och högt i tak. Även diskbänk finns i klassrummet vilket underlättar vid olika fria aktiviteter. Skolan rymmer både grundskola och grundsärskola. Det aktuella matematikprojektet innebär att 12 elever från årskurserna 8, 9 och 10 i grundsärskolan undervisas i matematik en gång i veckan tillsammans med elever från grundskolans årskurs 6. De tre lektioner som filmades innehöll gruppundervisning vid två tillfällen med elever från grundsärskolan och grundskolan och en grupplektion med endast grundsärskolans elever. Vid den avslutande observationen arbetade eleverna i grundsärskolans klass individuellt. Förutom observationerna genomförs intervjuer med elever och lärare i särskoleklassen. Läraren som undervisar i klassen är utbildad för att undervisa i matematik och NO och har genomgått fortbildning i matematik. De två lärarna, särskoleklassens lärare och grundskolans klasslärare, be-

traktas som "eldsjälar" bakom samarbetsprojektet i matematik. Erfarenheter av samverkan mellan grundsärskolan och grundskolan finns på skolan, men just de här klasserna har inte samarbetat i något matematikprojekt tidigare.

Lärarens syn på matematik och undervisningens upplägg

Enligt läraren i grundsärskolan handlar matematik mycket om att försöka förstå hur barn tänker och att skapa tillfällen till "matteprat". I matematikprojektet är ett av målen att få alla i de två klasserna delaktiga i aktiviteterna. Samtal och kommunikation ska ses som något naturligt i undervisningen och utgå från elevernas intressen och vara vardagsnära. Eleverna uppmanas att ställa frågor om de inte kan eller förstår vad de ska göra. Läraren i särskoleklassen menar att ett viktigt mål är att "få jobba med praktisk matte med båda grupperna, att sexorna får sätta ord och tankar och prata matte gynnar särskoleeleverna. Ett stort mål". Vidare framhåller hon betydelsen av att uppmärksamma matematik i vardagen och att satsa på god planering av undervisningen med utgångspunkt från eleverna.

Att kommunicera matte är viktigt, jätteviktigt och det blev mycket mer omkring matematiska grejer än man tror. Det bästa med det hela är att det kommer in matematiska grejer med uppgiften som man inte trodde. Men de kommer upp. Och förarbetet och efterarbetet är viktigt. Att eleverna i grundsärskolan fått ställa frågor innan man går in i en samverkan och efterarbetet, har gett bra resultat.

Klassläraren i årskurs sex i grundskolan uttrycker något liknande när hon beskriver målsättningen för de planerade lektionerna i projektet.

Uppläggningsen av undervisningen skiljer sig när det handlar om gruppuppgifter och enskilt arbete, framför allt med avseende på elevaktivitet och förutsättningar för matteprat och matematiska kompetenser. Däremot såg vi inga skillnader i hur man introducerade gruppuppgifterna i grundsärskolans klass jämfört med när båda klasserna är tillsammans. Grundsärskolans elever får genomgångar av gruppuppgiften vid två tillfällen, dels vid en särskild förberedande introduktion, dels tillsammans med grundskolans klass. Några didaktiska skillnader vid de olika presentationerna av gruppuppgifterna framträder alltså inte.

Arbetsmodellen vid arbete i grupp innebär att läraren organiserar uppläggningsen av uppgiften, men är mer i bakgrunden vid själva gruppaktiviteterna. Läraren introducerar uppgiften och skriver viktig information på tavlan samtidigt som eleverna sitter tysta och lyssnar. Interaktionsmönstret, som det ser ut inledningsvis, kan beskrivas som att läraren visar före och eleverna lyssnar. Uppgiften presenteras stegvis för att alla elever lättare ska kunna följa med. Efter den allmänna genomgången med hela klassen frågar läraren om alla förstått vad de ska göra. Därefter kommer eleverna i respektive grupp överens om hur de ska fördela och genomföra uppgiften. Efter arbetet i grupperna redovisar varje grupp sitt resultat och eleverna i särskoleklassen har dessutom en efter-

följande utvärdering av lektionen. Med sådan uppläggning av undervisningen skapas förutsättningar att utveckla olika kompetenser, särskilt resonemangs- och kommunikationskompetens. Interaktionsmönstret vid arbetet med gruppuppgifterna kännetecknas av turtagning och samtal mellan eleverna och där man ger stöd till den som inte verkar säker på vad som ska göras.

Interaktionsmönstret som dominerar vid individuellt arbete innebär att eleverna läser instruktioner på matematikkort, skriver i egen bok för att därefter få rätt eller fel och sedan gå vidare med ett nytt kort. Pengar och kulor används ofta för att konkretisera det matematiska innehållet. Eleverna får tillfälle att arbeta i egen takt vilket i sig inte behöver betyda individualisering. Arbeta utan läroböcker kan vara det menar läraren, som framför ytterligare aspekter på individualisering.

Man individualiserar för varje elev och frågar hur de tänkt. I varje grupp har särskoleleverna valt att få ha en kamrat från grundsärskolan med sig. Där har du en individualisering. (...) för att de ska våga prata (...). Miniräknare är en form av individualisering. De som känner sig osäkra får ta miniräknare.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Under de filmade lektionerna används inte läroböcker utan eleverna sitter i särskoleklassens klassrum med bänkarna placerade i grupper.

Lektion ett genomförs i mindre grupper med elever från de båda skolformerna. I varje grupp finns ca fyra elever, dels från grundskolans årskurs sex, dels från grundsärskolans årskurs 8, 9 och 10. Eleverna i särskoleklassen får en förberedande genomgång av uppgiften innan den gemensamma lektionen börjar. Uppgiften handlar om att "satsa rätt" och innebär att eleverna kastar två tärningar hundra gånger. Det matematiska innehållet som behandlas är slump och sannolikhetslära, men även multiplikation. Lektionen avslutas med att eleverna i varje grupp funderar över rimliga förklaringar till sina resultat, t.ex. varför vissa tal inte alls förekommer.

Även den andra lektionen innebär grupparbete med eleverna från de båda klasserna och med ca fyra elever i varje grupp. Eleverna i grundsärskolan får, som vid tidigare grupparbete, en egen introduktion av uppgiften innan de träffar grundskolans elever.

Konkret arbetsmaterial används även vid denna lektion. Uppgiften handlar om att titta på olika typer av diagram, hur de kan tolkas och sedan hur man kan genomföra en egen undersökning. Lektionen, som handlar om geometri och statistik i vardagen, innebär att varje grupp ska göra en egen undersökning som sedan presenteras i form av ett stapel- eller cirkeldiagram. Var och en skriver ned sina förslag och därefter bestämmer varje grupp vilket förslag man vill använda som utgångspunkt för gruppens undersökning. Eleverna samarbetar och fördelar uppgifterna mellan sig utan att läraren ingriper på något sätt.

Lektion tre, som även den inleds med en gruppuppgift men endast med elever från särskoleklassen, innebär att jämföra och beskriva olika objekt. Vardagsnära konkreta föremål används, som skor och rockringar, för att illustrera hur Venndiagram kan användas och förstås. Eleverna samarbetar i sina grupper och hjälper varandra att beskriva skillnader och likheter när de jämför två skor. Två rockringar placeras på ett sådant sätt att de delvis överlappar varandra och bildar tre fält. Skorna placeras i var sitt fält för att markera att de är olika, t.ex. olika färger, funktion och storlek. I mittfältet, som är gemensamt för bägge rockringarna, ställs ingen sko eftersom området avser egenskaper som gäller båda skorna som exempelvis att båda har skosnören och är idrottskor. Eleverna redovisar sedan vad de kommit fram till i de olika grupperna och värderar varandras resultat. Lektionen avslutas med en individuell övning där eleverna arbetar med mattekort i egen takt och med vardagsnära matematik. Eleverna använder en del konkret material som pengar och kulor.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

De filmade lektionerna visar att förutsättningar skapas för framför allt kommunikationskompetens och resonemangskompetens i samband med gruppuppgifterna, men även sambandskompetens vid kast med tärningar och representationskompetens i arbetet med diagram. Kompetenserna är främst relaterade till aktiviteterna göra och använda, men eleverna får även tillfällen att värdera och tolka sina resultat. Arbetet som behandlar geometri och diagram innebär att sammanställa och kommunicera matematisk information som leder till olika slags diagram. De två gemensamma lektionerna erbjuder rika tillfällen att resonera om möjliga utfall vid kast med två tärningar, att dra slutsatser, att tolka olika slags diagram och resonera om vad som är rimligt att undersöka. Problemlösningskompetens tycks inte få särskilt stort utrymme vid de filmade lektionerna, medan procedurkompetens framträder under samtliga lektioner.

Undervisningens utformning vid grupparbetena skapar förutsättningar för inkludering och delaktighet. Den aktuella undervisningen på skola F har en tydlig koppling till elevernas egna erfarenheter och intressen, t.ex. berättar läraren att eleverna uppmanas att "våga gissa arean av gymaplanen och sedan gå ut och mäta den i verkligheten". Läraren anknyter till olika sammanhang i elevernas vardag. Slump och sannolikhet behandlas med stöd av kast med tärningar i samband med spelet "Satsa rätt". Som utgångspunkt för arbetet med egen undersökning och diagram ger eleverna olika förslag, t.ex. att titta på aktuella idrottsresultat i dagstidningar. Favoritglass och registreringsskyltar på bilarna på skolgården är ytterligare exempel på vad eleverna vill undersöka för att kunna göra frekvenstabell och egna diagram. Eleverna hjälper varandra och resonerar om resultaten, oavsett om de kan avläsa eller förklara användningen

av olika typer av diagram. En elev från grundsärskolans klass anser att han lärt sig mycket under den lektionen.

E1: Jag har lärt mig jättemycket ... det de frågade mig om ... hur man kan tänka när man ska börja undersöka hur många som gillar sporter. I dag skulle vi välja ut ett diagram och gå runt och fråga vad man gillar för sport eller vad man gillar för djur eller skostorlek. Gå runt och fråga i klassen.

Eleverna använder rockringar och olika slags skor för att beskriva likheter och skillnader i samband med Venndiagram. En elev från grundsärskolan uppfattar lektionen som rolig eftersom det inte kändes som matte. ”Vi skrev ord i stället.” Vid individuella uppgifter kontextualiseras det matematiska innehållet främst vid arbete med taluppfattning. Det kan även handla om att mäta sin egen längd på olika sätt.

Uppläggning och utformning av undervisningen i grupp främjar hög elevaktivitet och möjligheter till elevernas delaktighet. Utvärderingen av gruppuppgifterna innebär att var och en berättar om sina resultat och vad man funnit. De lyssnar på varandra och tar del av de olika gruppernas genomförande och förklaringar. Men många har svårt att dra egna slutsatser och ge argument för sina resultat, både vid kast med två tärningar och i samband med egen undersökning. ”Jag bara gissade” uttrycker en elev i särskoleklassen om varför hon satsar på visst tal. Lärarens förklaringar får ses som vägledning för utveckling av fler kompetenser.

Inte säkert att alla lär sig teorin bakom, utan man lär sig tänka efter. De har t.ex. lärt sig att man satsar på vad som ska komma upp på två tärningar och vad det kan bli tillsammans. I början satsade någon på siffran 1, men lärde sig efter hand att det inte är möjligt att få 1 med två tärningar som saknar nollor. (Lärare i årskurs 6 i grundsärskolan.)

Interaktionsmönstret vid gruppuppgifterna kännetecknas av att läraren visar före och frågar eleverna i grupp. Därefter tar eleverna initiativ till samarbete med varandra. Förutsättningar finns för att eleverna utvecklar sin resonemangs- och kommunikationskompetens då de ska utbyta information om t.ex. matematiska idéer kopplade till slump, sannolikhetslära och statistik. Vid individuellt arbete med taluppfattningar och geometri är procedurkompetens det centrala. Läraren styr aktiviteterna med utgångspunkt från att hantera procedurer och komma fram till rätt svar. Uppgifterna utgår från vardagsmatematik och att använda olika matematiska procedurer och inte primärt att tolka eller värdera. När eleverna arbetar med egna uppgifter tycks möjligheter att utveckla en variation av olika kompetenser inte finnas på samma sätt som när de arbetar tillsammans.

Resultatet visar en koppling mellan kunskapsmål och de kompetenser som är aktuella. Aktiviteter som innebär att tolka och värdera skulle kunna användas oftare för att främja elevers matematiska utveckling.

Mattepratande lärgemenskap

Resultatet kan även betraktas utifrån hur lektionerna stimulerar till mattepratande lärgemenskap som ju delvis hänger ihop med förutsättningar för resonemangs- och kommunikationskompetens. Under de två första grupplektionerna skapas tillfällen att utveckla sådana kompetenser, däremot inte vid den avslutande lektionen. När eleverna arbetar individuellt i sina böcker med mattekortet är inte någon didaktisk variation direkt synlig. Undervisningen tycks utgå från likartade principer, oavsett elevens förutsättningar. Frågan är hur elevernas utveckling kan påverkas ytterligare med stöd av fler kompetenser än den då aktuella procedurkompetensen.

Man kan finna ett slags "lotsning" av lärare och assistent för att eleverna ska nå fram till "rätt" lösning och därmed kunna fortsätta med nästa räknekort. Någon direkt mattepratande lärgemenskap är inte lika tydlig och kommunikationen kring det matematiska innehållet inte så framträdande som vid grupp-arbetena.

Förutsättningar för inkludering, delaktighet och engagemang kan kopplas till möjligheter för mattepratande lärgemenskap. Läraren i grundskolans klass beskriver samarbetet med grundsärskolan och vad det betyder för eleverna i sexan i grundskolan.

De får förklara en hel del för Gs3 och det är jättenyttigt för dem. Att försöka sätta ord på vad man ska göra. Ofta står det i uppgiften och så får de förklara igen. Ger dem ett eget matetänk och det här samspelet, just själva samarbetet, förståelsen, att vi faktiskt tänker på olika sätt, att det tar längre tid för vissa elever, det har de fått med sig.

Allt detta hänger samman med lärare- och elevrollen, inkludering och delaktighet.

Vid analys av mattepratande lärgemenskap framkommer att läraren ställer frågor och även besvarar dem i ett första skede, men när eleverna arbetar tillsammans i grupper skapas förutsättningar för att resonera och kommunicera kring den matematiska uppgiften. De tar initiativ om arbetsfördelning, genomförande och presentation. Med stöd av varandra försöker eleverna tolka och värdera, även om de behöver hjälp i den processen. Läraren finns i bakgrunden och styr till viss del resonemangen, även om eleverna också medverkar.

Många i sexan tar på sig de svåra arbetsuppgifterna naturligt, men även de i grundsärskolan växer. De säger spontant att de kan göra så och så ... räkna varje gång man slår. En jättestor grej för dem. Nu tar de på sig mer saker. Svårt att prata i gruppen ... vågade sedan uttrycka sig i den stora gruppen. Lyssna på hur andra i gruppen resonerar om sina val av tal vid upprepade kast med två tärningar. (Lärare i grundsärskolan.)

Enligt läraren har eleverna svårt att uttrycka sig och det blir svårare om ingen driver diskussionen. En elev framför följande om att få draghjälp.

I början tyckte jag att när de skulle förklara fattade jag inget, men sedan när man började sätta igång mindes jag vad jag skulle göra. Då blev det lättare. Tyckte inget var svårt.

Arbetet i grupperna visar att delaktighet och inkludering främjas när förutsättningar för aktivitetskompetenser som resonemang och kommunikation skapas. Läraren i särskoleklassen menar att elevernas matematiska utveckling ökat genom projektet. Mattepratande lärgemenskap framstår som en viktig del i den utvecklingen.

Jag tror vi fått med mer matte och bättre utveckling än jag trodde vi skulle få från början. Lite rädsla var att våra elever inte skulle få vara delaktiga och lära sig någonting. Och jag kan se att våra elever lyft sig och jag har sett en utveckling hos dem som är stor. De har svårt att sätta ord på sina tankar och särskilt då i ett så svårt ämne som matematik. För dem är det svårt. Matematik är svårt och de har blivit bättre på det och det är viktigt för dem. De har haft nytta av hjälpen de kan få, från grundskolan. De har fått sätta ord och de har ställt rätt frågor till dem från början. Så slussas man in i tänket och sedan kan man sätta ord på det själv.

Klass B – skolår 1–5, grundsärskola

Klass B ligger på en skola där det går drygt 200 elever i skolår F–5 i grundskolan och 1–10 i grundsärskolan. På skolan fanns ytterligare två grundsärskoleklasser vårterminen 2011. Det går tre elever i klass B, 7, 9 och 11 år gamla. En av eleverna står i kö för "autismkartläggning". Eleverna har inga ytterligare funktionsnedsättningar. Klassläraren har en småskollärarytbildning i botten, kompletterad med matematik och NO samt en specialpedagogutbildning med inriktning mot utvecklingsstörning. Ibland finns även en assistent, men som läraren säger "jag kan inte förlita mig på att det är fler än jag". Klassrummet är avbalkat i tre mindre avdelningar. I en finns bl.a. ett runt bord och en whiteboard där de kan sitta och arbeta tillsammans. En annan avdelning har en soffa och en del material och möjligheter att även arbeta på golvet. I den tredje finns enskilda arbetsplatser för eleverna. Klassen samverkar en hel del med grundskolan genom att elever kommer in till klassen under framför allt NO- och SO-lektioner. En flicka från grundskolan kommer också in under lektioner i matte och svenska ibland. Hon arbetar tillsammans med framför allt en av eleverna, de "brukar bygga matte tillsammans, skriver böcker tillsammans också på svenskan". Hela skolan har också haft en gemensam mattedag ute i "Skolskogen". Klassen har vidare gemensam matte ute i Skolskogen med F–3 en gång i veckan. En mattelektion i Skolskogen skulle filmas, men det blev dåligt väder.

Det är kommunen som sökt pengar för Matematiksatsningen och grundsärskolan ingår som en del av den satsningen. Läraren uppskattar framför allt att projektet gjort att man diskuterar matte på skolan nu. Hon menar att man "föder idéer tillsammans". Kollegiet har särskilda matte-stunder vilket ger ökad kunskap om hur de jobbar med matte på olika sätt. Läraren menar att "man

får en gemenskap i ett tänk med andra arbetskamrater och vi kan bjuda in och visa och elever kan komma in [till särskoleklassen] och jobba med olika material”.

Lärarens syn på matematik och undervisningens upplägg

Varje dag i samlingen ingår vissa matteinslag som under en period nu behandlat månader och datum. I övrigt är matteinslagen mycket flexibla för eleverna. Läraren berättar: ”Ibland kan det vara så att vi bara har korta stunder matte och sedan går över och har ett annat ämne om det känns så, för vi kan ju moderera dagarna om vi vill”. Mattektioner kan också ha mycket olika form: ”... ibland att vi leker tillsammans, ibland att vi jobbar med matteboken tillsammans, ibland vid sin plats”. Läraren betonar betydelsen av att ”man har med barnen och att man har kontakt”, ”att det är dom som undersöker, dom som får greja”. Vidare att det ges utrymme för olika lärstilar och möjligheter att bygga vidare på elevernas intresse.

Hon tycker det är viktigt att försöka börja lektionerna utifrån något som händer som eleverna kan tänka på och titta på. Läraren lyfter vidare fram betydelsen av att ”finnas i matteräntet på olika sätt”. Det innebär bl.a. att uppmärksamma matematiska aspekter i många olika undervisningssituationer, inte enbart under matematiklektioner. Det handlar även om att arbeta med matematik på olika sätt – genom att röra sig, manipulera olika typer av material och arbeta mer abstrakt med matte. ”Det är viktigt att få lära in med alla sinnen, med kroppen, att få röra sig och lära med alla sinnen”. Hon betonar vidare betydelsen av laborativt material att det är ”något för händer och för ögon att greja med”.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Lektion ett utgörs av en gemensam samling som sedan övergår till gemensamt arbete kring klockan. Eleverna sitter vid det runda bordet framför en whiteboard. Därefter vidtar en episod då eleverna själva väljer arbetsuppgifter och om de vill arbeta ensamma eller tillsammans. Lektionen avslutas med en gemensam stund då de börjar diskutera de 25 kronor som varje elev på skolan har fått.

Lektion två inleds även den med en gemensam samling. Därefter följer en gemensam introduktion runt mätning, eleverna förflyttar sig sedan in till en annan del av klassrummet där de jobbar en hel del på golvet och mäter olika saker. Lektionen avslutas med en episod då eleverna åter är samlade vid det runda bordet (för att gemensamt mäta bl.a. solrosor de tidigare planerat.)

Lektion tre inleds vid det runda bordet där eleverna mäter sina solrosplanter. Därefter vidtar en episod med gemensamt arbete vid det runda bordet då eleverna ritar av och mäter sina händer. Detta följs av en episod då eleverna arbetar på golvet med modeller av fötter med siffror skrivna på (rosa med tiotal

och gula med tvåans tabell). Lektionen avslutas med en gemensam episod vid det runda bordet då de ska mäta ett påtat snöre.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

De filmade lektionerna visar möjligheter för eleverna att utveckla ett flertal kompetenser inom framför allt området geometri med mätning av längd på olika sätt. Filmsekvenserna visar dock även på innehåll inom områdena tid och pengar samt taluppfattning. Fokus i lektionsexemplen ligger på resonemangs-, representations- och problemlösningskompetens, men även förutsättningar att utveckla procedurhanterings- och sambandskompetens förekommer. Kompetenserna är framför allt kopplade till aktiviteterna tolka och använda, men aktiviteten värderas förekommer inom alla kompetenser utom sambandskompetens. Innehållsmässigt kännetecknas således undervisningen av en variation av såväl kompetenser som områden inom matematiken.

Arbetsformerna varierar mellan lärarstyrd gruppaktivitet, gruppaktivitet där läraren är mer i bakgrunden och stöttar eleverna med förslag om hur de kan gå vidare, kommenterar och ger bekräftelse, samt individuellt arbete med stöd av lärare och assistent eller enskilt. Gruppaktiviteter dominerar i de filmade sekvenserna och arbetsformerna varierar framför allt utifrån elevernas engagemang. Så här kommenterar läraren en episod av de inspelade lektionerna: ”Jag såg att det var mycket annat som fängade fokus för en av eleverna och då tänkte jag att då behöver vi byta och då bytte vi helt och gick och satte oss vid bänken en stund”.

I undervisningen i mätning och längd får eleverna mäta olika och samma saker med olika ”måttstockar” och jämföra och resonera om resultatet. Som exempel kan nämnas då eleverna först mätt sin längd med meterlinjal för att sedan mäta hur långa de är med kaplastavar.

Var och en av de tre eleverna lägger sig i tur och ordning på golvet medan de andra två lägger ut kaplastavar bredvid kroppen. Läraren är tyst men uppmärksam vid ett tillfälle eleverna på att stavarna inte ligger tätt ihop. Hon pekar på det och undrar om det kommer att stämma då? Eleverna lägger ihop stavar. Läraren tittar tyst på och säger sedan att när de är nöjda så räknar de och säger till när eleven som de mäter får resa på sig. Därefter följer en diskussion då trovärdigheten i elevernas olika längd i kaplastavar diskuteras. Kan det vara så att E3 är mellan 13 och 14 kaplastavar och E2 mellan 11 och 12? Därefter följer ett resonemang om hur många kaplastavar eleverna tror att det kan gå på meterlinjalen? Läraren lotsar med tankestrategi genom att fråga att visst var eleverna längre än meterlinjalen och hur många kaplastavar var de? Läraren förklarar att de ska prova och ger eleverna kaplastavar. E1 börjar lägga kaplastavarna ovanpå meterlinjalen. E2 ligger vid sidan om på golvet och tittar. Läraren kommenterar: ja, titta dom kan gå ovanpå. E2 räknar när han har lagt klart, åtta. Läraren: åtta ja och sen får det inte plats med en hel, men en liten del av en.

De filmade matematiklektionerna kännetecknas vidare av att läraren sätter in det matematiska innehållet i ett verklighetsnära och vardagligt sammanhang utanför själva undervisningssituationen. Kontextualiseringen visar sig också i att det matematiska innehållet ofta konkretiseras i vardagliga objekt som ingår på ett naturligt sätt i miljön. Det kan handla om att mäta längden på ena sidan av det egna arbetsbordet, på en byrålåda, beräkna vilken av de tre solrosplantorna som de satt som är längst och vilken som har växt mest etc.

Kännetecknande för interaktionen är bl.a. att läraren inte någon gång i de filmade avsnitten rättar en elevs svar utan att samtidigt bekräfta genom att formulera hur hon antar att eleven tänkt, för att sedan föreslå en annan strategi. Som exempel kan nämnas en episod då man börjar diskutera de 25 kronor som varje elev fått på skolan. Som en första början ska eleverna sätta upp summan med låtsaspengar under sitt namn på en whiteboard.

E2 väljer att lägga enkronor, men de räcker inte. Läraren: Räcker de inte? Kan du göra på något annat sätt? E2 står och tänker. Efter ett tag säger läraren ska vi försöka? Hur många har du satt upp? E2 svarar nio. Läraren, nio? Ska vi räkna dem igen så får vi se? E2 instämmer. De räknar och läraren grupperar i en femrad och påbörjar en till under, E2 räknar och det blir nio. Läraren, ja det stämde ju, har du någon mer enkrona? E2 tar en peng. Läraren säger men den var lite stor, kan du låsa vad de står på den? E2, tio. Läraren: då är den ju värd tio kronor. Hon placerar den till vänster om den översta raden med fem enkronor. Läraren undra vad man kan göra nu? E2 suckar. Läraren: ska vi räkna? Hon pekar på första enkronan som ligger till höger om tiokronan och frågar vad man säger efter tio? E2 svarar tjugo. Läraren: tio, tjugo ja, men det var bara en, vad är nästa steg efter tio? Du hoppar ju jättefint, men får jag hjälpa dig? Läraren tar fram en tia till och sätter den under den första tian på tavlan. Läraren visar, så här hoppade du E2. E2 tittar på. Läraren: tio, tjugo, för du har tränat att hoppa, tio, tjugo, trettio.

Mattepratande lärgemenskap

Elevernas främsta kommunikationskanal är ännu inte talet utan i minst lika hög grad handling. I de analyserade episoderna är det därför mest läraren som står för frågandet och förklarandet. Men de flesta var gemensamma grupparbeten där eleverna på olika sätt bidrar till ett gemensamt resultat och där de får utrymme att bli varse olika sätt att förhålla sig till olika matematiska problem. Man skulle kunna säga att det skapas en ”matteaktivitetande lärgemenskap”. Eleverna lotsas in i ett mattepratande förhållningssätt genom lärarens frågor som fokuserar på hur man kan tänka kring matematik och alternativa sätt att lösa uppgifter. Även uppgifternas karaktär som ger förutsättningar för olika alternativa sätt att genomföra och flera möjliga rätt är ett sätt att lotsas in i ett reflekterande förhållningssätt till matte. Exempelvis när de sitter vid det runda

bordet och ska mäta hur lång en tygdrake som de har i klassen är i förhållande till en meterlinjal. Vid inledningen är tygdraken i en annan del av klassrummet.

En meterlinjal ligger på bordet och läraren undrar om eleverna tror att linjalen är längre eller kortare än draken. E1 svarar längre. Läraren ber E1 hämta draken så att de kan kolla. E1 går och hämtar och lägger draken på bordet. Läraren frågar då hur de ska mäta. Var ska de börja? Ska de ta med tungan? Ska de ta med nosen? E2 menar att de ska börja vid nosen. Läraren lägger upp linjalen på draken och de mäter.

Eleverna lotsas även in i en mattepratande gemenskap genom att läraren formulerar såväl vad hon antar är elevernas Lösningstrategier som alternativa matematiska tankestrategier. Eleverna får också många förutsättningar för egna initiativ både för det matematiska innehållet och i förslag på Lösningstrategier (i handling). Eleverna lotsas även in i ett förhållningssätt där värdering och bedömning av resultat och sätt att lösa uppgifter ingår som en del av maten. Det sker både genom att läraren direkt uppmanar eleverna att bedöma om en lösning fungerar och att bedöma när de tycker att de är klara med en uppgift, men också genom att läraren själv använder sig av och visar bedömningsstrategier som en del av en Lösningstrategi (se t.ex. exemplet ovan med de 25 kronorna).

Klass C – skolår 7–9, grundsärskola

Klass C ligger på en F–9-skola. I grundskolan går ungefär 550 elever. På skolan finns sex klasser inom grundsärskolan, varav tre har inriktningen tränings-skola. Klass C omfattar årskurserna 7–9 och det går ett tiotal elever i klassen. Vid filmningstillfällena är klassen delad och består då av fem elever, tre flickor och två pojkar. En av eleverna pratar inte särskilt mycket i skolan, i övrigt har eleverna inga ytterligare funktionsnedsättningar och alla elever kommunicerar verbalt. I klassen finns en klasslärare som är utbildad grundskollärare 4–9 med inriktning mot matematik och NO och som även har teknik. Vidare finns en klassassistent som är utbildad fritidspedagog med fortbildning på högskola inom matematik. Skolan är nybyggd och grundsärskolan fick välja vilka lokaler de ville ha. Klassens lokaler ligger centralt på skolan nära entrén. Lokalerna är stora och ljusa. I en del av klassrummet finns ett runt bord som man kan sitta vid under grupparbeten, där finns även två soffor med bord där eleverna kan sitta vid t.ex. parövningar. I en annan del av klassrummet finns bänkar för mer enskilt arbete eller helklassundervisning, vidare finns ett grupprum i anslutning till klassrummet. Grundsärskolan deltar i temadagar, idrottsdagar och i andra gemensamma aktiviteter med grundskolan då det bedöms lämpligt.

Det är grundsärskolan inom kommunen som hart sökt pengar för Matematiksatsningen. Grunden för ansökan var önskemål från lärarna inom grundsär-

skolan. Matematiksatsningen startade höstterminen 2010 och hade alltså bara pågått under en termin vid denna utvärdering. Satsningen beräknas pågå till och med läsåret 2011/12.

Lärarens syn på matematik och undervisningens upplägg

Under intervjuerna är det två teman i lärarens syn på matematik och matematikundervisning som framträder särskilt tydligt. Det ena är att matematiken finns överallt: "Matematiken finns ju överallt, den finns ju hela tiden. Så det är klart att man försöker hjälpa till att få fram den och sätta ord på så mycket som möjligt". Det andra temat är betydelsen av att lära känna eleverna, att "lyfta" dem och att ge dem tilltro till den egna förmågan: "Jag försöker bekräfta dem så mycket jag kan hela tiden. Man vill ju lyfta upp dem så att de känner att de kan någonting". "Jag försöker hela tiden följa eleverna, försöker följa deras kommunikation och försöker vara lyhörd så mycket det går. Men så är det hela tiden att jag tolkar genom ett filter och ibland blir det bra och ibland blir det åt skogen. Men man vill ju tro att de kan!".

Läraren lyfter fram betydelsen av att kommunicera och resonera kring matematik och att skapa förutsättningar för en kommunikation mellan eleverna. Hon menar vidare att de "försöker få in mattespråket till de olika områdena" i undervisningen. Arbetsformerna varierar, men hon betonar betydelsen av arbetsformer där eleverna samspelar med varandra. Dels därför att eleverna ofta upplever det som roligt och mer motiverande än att arbeta individuellt, dels för att hon menar att samtalet och samspelet kring matematik är viktigt i sig, "det är klart att man vill att de ska kommunicera matematik", och att eleverna stimulerar varandra. Hon lyfter även fram betydelsen av att det i undervisningen finns utrymme för olika lärstilar, några av eleverna behöver t.ex. med kroppen "känna var ett tal ligger". Man använder inga färdigproducerade läroböcker i matematik i undervisningen. I stället är det mer konkret material, skrivet material utgörs av lösa papper med uppgifter som läraren ställer samman. Man försöker också knyta matematiken till elevernas vardag utanför klassrummet. Läraren försöker också renodla matematikundervisningen genom att fokusera på ett område under en längre period eller "sjok" som kan vara i några veckor. Inom grundsärskolan utvecklar man också sätt att kartlägga elevernas kunskaper i matematik och deras intressen för att kunna individanpassa undervisningen.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Vid det första inspelningstillfället krånglade videokameran och underlaget utgörs av två inspelade lektioner. Den första lektionen inleds med ett lärarlett grupparbete vid det runda bordet. Grupparbetet handlar om olika sätt att dela upp tal och om likhetstecknets betydelse. Laborativt material används i form av en balansvåg med talpositioner markerade med siffror på vågarmarna och

en ”hemlig låda” – en skokartong med lock och en mittlinje markerad parallellt med kortsidorna och sju marker. Övningen med balansvågen innebär att läraren först bygger ett tal genom att placera ut brickor på olika talpositioner på ena vågarmen. Eleven får sedan en åt gången till uppgift att dela upp ett tal i ett visst antal delar genom att placera ut motsvarande antal brickor på talpositioner på andra vågarmen så att vågen står jämnt. Övningen med hemliga lådan innebär att eleverna ska gissa hur markerna fördelar sig efter det att läraren skakat om lådan. Efter det gemensamma grupparbetet arbetar eleverna parvis med olika uppgifter inom samma område. Några elever sitter kvar vid det runda bordet, några sätter sig vid de mindre borden i sofforna. Även nu används laborativt material: en kortlek med korten 1–9, hemliga lådan med nio marker i och balansvågen.

Den andra lektionen inleds även den med gemensamt grupparbete som introduceras av läraren. Den här lektionen sitter dock eleverna i sina bänkar och läraren står framme vid en whiteboard. Arbetet handlar om matematiskt språk i form av tal och siffror och positioner på tallinjen. Den senare delen av övningen är gissningslek då eleverna får gå ut en åt gången medan de övriga eleverna bestämmer ett tal på tallinjen som eleven sedan ska gissa sig fram till genom att säga ett tal och de andra då får säga högre eller lägre. Efter denna gissningslek delas klassen upp i två grupper. Två av eleverna sitter kvar i sina bänkar och får individuella arbetsuppgifter, fritidspedagogen/assistenten stöttar vid behov. Läraren och de två andra eleverna går till grupprummet och arbetar laborativt och med kroppen med tallinjen. Lektionen avslutas med gemensamt kortspel med en kortlek med korten 1–9 vid runda bordet (läraren och assistenten/fritidspedagogen deltar också). Var och en får tre kort som sedan kombineras för att få det högsta, lägsta eller komma närmast ett visst tresiffrigt tal.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

De filmade lektionerna visar förutsättningar att utveckla ett flertal kompetenser inom taluppfattning och prealgebra. Innehållet och undervisningens utformning ger framför allt förutsättningar för problemlösnings- och kommunikationskompetens, men även resonemangskompetens, samt viss representations- och procedurhanteringskompetens. Kompetenserna är företrädesvis kopplade till aktiviteterna tolka och använda, men även värdering förekommer.

Arbetsformerna under lektionerna varierar mellan grupparbete med hela klassen, parövningar och individuella övningar (även om detta enbart förekommer vid ett tillfälle med två av eleverna i klassen). Eleven kan också röra sig i klassrummet under olika uppgifter. Filmerna visar att undervisningen ger förutsättningar att träna kompetenser och matematiska områden på olika sätt och med olika material.

Eleverna fick möjlighet att utveckla förståelse för uppdelning av tal t.ex. genom övningen med balansvågen, genom att gissa hur sju respektive nio marker fördelar sig i den hemliga lådan och i kortspel med korten 1–9 där de skulle hitta de kombinationer som blir nio (nio-kompisar). Förutsättningar att utveckla förståelse för tals positioner på tallinjen och talens inbördes ordning gavs på flera sätt. I den gemensamma gissningsleken under lektion två fick eleverna öva på detta genom att försöka komma på strategier att rama in och lokalisera ett tal som kamraterna bestämt. Som visuellt stöd användes en lodrät tallinje med 0 och 100 markerat som läraren ritat upp på tavlan. Då den elev som skulle gissa sa ett tal placerade hon det på tallinjen, samtidigt som övriga elever sa högre eller lägre. Läraren visade då mellan vilka intervaller på tallinjen som det hemliga talet ligger och lotsar på så vis eleverna att komma på strategin ”hälften-hälften”.

Den första eleven, E1, börjar med 99. Läraren, L, skriver upp alldeles under 100. De övriga säger lägre, E1 fortsätter med 98, L skriver upp på tallinjen på tavlan. E1 fortsätter med 97, de övriga fortsätter att säga lägre. L visar då på tallinjen och mellan 97 och 0 och säger att det är ju många tal häremellan. E1 föreslår då 20, högre säger de övriga. L säger då samtidigt som hon visar på tallinjen att det är högre än 20 men lägre än 97. E1:s förslag blir då 88. Efter ytterligare några förslag föreslår E1 50. L säger då att det var en bra gissning. De övriga säger högre, E1 gissar på 59 och efter några gissningar kommer hon fram till 55. Nästa elev börjar gissa på 50 och behöver något färre gissningar för att komma fram till den hemliga siffran. Den fjärde och sista eleven börjar även han på 50 och behöver bara tre gissningar för att ringa in talet.

Tals positioner på tallinjen och den inbördes ordningen på talen får eleverna även förutsättningar att förstå i en övning då de ska placera ut lappar med skrivna tal i rad på golvet så att avståndet mellan dem stämmer någorlunda i förhållande till deras storlek. Övningen handlar dessutom om att bedöma var 0, 50 och 100 kan vara på den egna kroppen. Det avslutande kortspelet under lektion två (se ovan) ger också förutsättningar att utveckla förståelse för tals storlek och inbördes ordning.

I flera av de filmade övningarna ligger fokus på matematiska principer och sätt att tänka matematiskt, det finns ofta flera möjliga rätta svar utifrån den matematiska princip som övas. Detta ger förutsättningar att utveckla både problemlösnings- och resonemangskompetens. Kombinerar det med att övningarna utförs i grupp där samtal om olika sätt att tänka och lösa uppgifter uppmuntras får eleverna även förutsättningar att utveckla kommunikationskompetens. Både balansvågen, hemliga lådan och kortspelen är exempel på detta. I aktiviteterna hemliga lådan och kortspelen som både lärare och assistent deltar i kombineras detta med ett spelmoment som innebär att någon vinner. Alla har dock i princip samma chans att vinna.

Uppdelningen av eleverna i parövningar som sker både under lektion ett och två ger möjligheter till individualiseringar i både uppgifternas svårighetsgrad och elevernas lärstilar. Under de gemensamma övningarna individualiseras framför allt övningen med vågen då läraren ger eleverna olika svåra delningsuppgifter i termer av större tal och två till fem uppdelningar.

De filmade sekvenserna visar också att eleverna utmanas i sin kunskapsutveckling som exemplet när en flicka, E1, får i uppgift att placera ut fem brickor på ena vågarmen så att de bildar talet 30. Alla elever sitter runt bordet och följer uppmärksam E1:s lösningsbekymmer och kommenterar ibland. Det är assistenten, A, som sitter bredvid och ger E1 uppgiften.

E2 menar att A ska ge E1 en svårare uppgift än han fick. A: Nu du E1, nu ska du, jag tror jag ska ha några fler brickor. E: Nej (förväntansfullt protesterande). L får fler brickor och lägger tre längst ut på vågen så att det blir 30. E1: (förväntansfullt och samtidigt protesterande) Nej. A: Vad hade vi på den sidan nu? E: 30. A lägger brickor framför eleven, en och en tills det ligger fem. E1 sitter tyst och tittar på antalet brickor och drar lite efter andan ju fler som A lägger ut. A: tror du det går? E1: nej. E1 sitter och tittar på vågen och brickorna, A bredvid sitter tyst. L kommenterar: "nu blir det svårt för E1" till de övriga eleverna som följer uppmärksam. Efter en stunds tystnad säger A: Vad ska vi börja på? E1: Nej, det är inte roligt längre. A: Jo jag tror du klarar det. E1: Nej, A: Jo jag är helt övertygad om att du klarar det. E1: Nej det är inte roligt längre. A: Jo det är nu det börjar bli kul, med uppmuntrande och lite utmanande röst. De andra eleverna skrattar spånt och förväntansfullt. E1 skrattar också nervöst och plockar med brickorna. A: Vad börjar du med? E1: Det är ju det jag tänker på. Några av de andra eleverna säger: Jag med. A hyssjar lite genom att säga att de får komma med sina idéer sen. E2: Jag kom på det direkt. Jag med, fyller en annan elev på. Tystnad medan E1 tänker, lutar huvudet i händerna och tittar på brickorna och vågen och säger ännu en gång jag vet inte, föser undan brickorna och säger skrattande nej jag ger upp. Flera skrattar, det är spännande verkar de tycka. A: Ska vi hjälpa E1 med en, vad tycker ni att hon ska ta? En av eleverna föreslår en på tio. A: En på tio jaha. E1 lägger på tio. A: Jaha nu har vi, hur mycket har vi på den sidan? E1: 30. A: Vi har 30 och här, pekar på andra sidan av vågen, har vi kommit till? E1: 10, jag ger upp. A: Hur mycket har vi kvar nu då som vi ska bygga på den här sidan? E1: 20. A: Ja 20. E1 föser undan de fyra resterande brickorna och säger igen jag ger upp. A: Hur bygger man 20? E1 sitter och skrattar lite nervöst. A: Nej du E1 nu kan du. L fyller på: Nu kan du. A: Jag är helt övertygad om att du kan nu. L: Försök nu. A: Jag ser att du har det på gång E1: Jag har det på tungan. A: Mm, du har det på tungan. E1 efter en stund: Alla på femman och lägger dit de fyra brickorna samtidigt som A säger ja perfekt. L: vad tjusigt! En annan elev: Hon tänkte lika som jag. A: Tänkte du så också? E1 har lagt klart och vågen är nu i balans och jämn. A: Jaha vad fick du här nu då? E1 medan A pekar på vågarmen: 10 och 20, 30. En annan elev föreslår en annan strategi. E1 ser nöjd ut.

Mattepratande lärgemenskap

Uppgifternas utformning och lärarens och assistentens kommunikation med eleverna ger goda förutsättningar för eleverna att bidra med matematiska idéer om matematiskt innehåll, att finna olika Lösningsstrategier och till att delta aktivt i gemensamma matteaktiviteter. Arbetsformerna som i de inspelade lektionerna kännetecknas av grupparbeten med hela klassen och parövningar bidrar till att skapa dessa förutsättningar. Men även under den korta sekvens då några elever sitter och arbetar enskilt ges förutsättningar till ett resonerande kring mattetänk i och med att assistenten snarare än att fokusera på rätt eller fel svar, frågar hur eleverna tänker kring uppgifter de har svårt med alternativt som de har svarat fel på.

I utformningen av grupparbetena finns också flera olika möjligheter att komma fram till ett svar och det är dessa olika strategier och möjligheter som betonas i lärarens och assistentens kommunikation. I gissningsleken om att komma på ett hemligt tal med syfte att utveckla förståelse för tals positioner på tallinjen och talens inbördes ordning som beskrivits ovan, engageras hela klassen. Dels genom att det är de som bestämmer vilket det hemliga talet ska vara, dels genom att vara de som vägleder eller ger ledtrådar till klasskamraten som ska gissa, dels genom tävlingsmomentet som gör att det blir lite mer spännande. Övningen är också utformad så att det finns många olika sätt att komma fram till en lösning, vilket ger förutsättningar för en diskussion om olika strategiers fördelar och nackdelar.

Under övningen med vågen är fokus ännu tydligare olika strategier för att komma fram till ett svar. Eleverna uppmuntras att formulera alternativa Lösningsstrategier vilket de också ofta gör. Det laborativa och konkreta materialet i form av vågen som tydligt visar konsekvenser av olika Lösningsstrategier i etapper i den meningen att vågen rör sig allteftersom brickorna läggs på den ena vågarmen och att övningen utförs vid ett runt bord gör att eleverna tydligt kan följa hur den elev som för tillfället har uppgiften löser det hela. Det märks också att uppgiften inte är helt enkel för eleverna utan att den utgör en problemlösningssituation vilket gör det lite spännande för eleverna som mycket uppmärksam och spant följer varandras försök att lägga ett visst antal brickor så att vågarmarna står jämnt.

Klass D – skolår 7–10, inriktning träningskola

Klassen ingår i en enhet inom kommunen som tar emot elever med diagnosen autism i kombination med utvecklingsstörning. På skolan finns ytterligare tre klasser med elever med autism. Inga övriga klasser finns på skolan. Det går tre pojkar i klassen. Två av eleverna talar lite, de ljudar svagt siffror. De har inga ytterligare funktionsnedsättningar. I klassen arbetar en förskollärare och tre as-

sistenter. Assistenterna har ingen pedagogisk utbildning. De flesta eleverna har gått på skolan i många år och lärarna känner eleverna sedan länge.

Arbetet i klassen utgör en del av hela kommunens matteprojekt, det är således kommunen som sökt medel från Skolverket. Läraren och assistenterna (personalen) uppger att det var de som tog initiativ till att delta i kommunens mattesatsning. De menar att bara detta att vara med i ett projekt "entusiasmerar" och att det har lett till en större medvetenhet om matematik i undervisningen, att de för in matte i flera olika aktiviteter t.ex. att vid frukosten ta ett visst antal kex. De upplever också att elevernas taluppfattning har utvecklats, att de t.ex. spontant räknar hus eller bilar när de är ute på promenad. Däremot har de inte märkt så mycket av kommunens matematiksatsning, de har deltagit i två gemensamma mattedagar för hela kommunen. Kommunen har också köpt in en materiallåda som skolan har fått, de har dock inte fått någon information eller utbildning kring materialet som därför mest står oanvänt.

Personalens syn på matematik och undervisningens upplägg

Man har inga särskilda lektioner i specifika ämnen som matematik eller svenska utan man "väver in det mesta i allt". Man uppger dock att man jobbar med matte minst en gång per dag, ofta flera gånger. Undervisningen i sin helhet är mycket strukturerad. Övervägande delen av undervisningen kan karakteriseras som enskild, dvs. en personal arbetar tillsammans med en elev. De sitter då också ofta särskilda i olika rum. Personalen uppskattar själva att enskild undervisning utgör ungefär 70 procent av tiden. Undervisning då eleverna är tillsammans innebär ofta någon typ av turtagning mellan eleverna, t.ex. spela något spel eller någon annan spelliknande aktivitet som förutsätter att var och en utför en aktivitet i tur och ordning. Undervisningen är individualiserad i den bemärkelsen att uppgifterna är olika svåra och man försöker utnyttja personliga intressen så mycket som möjligt, är t.ex. någon intresserad av bilar så kan man räkna med bilar uppger personalen.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Personalen har filmat själva då man bedömde att en utomstående skulle störa eleverna alltför mycket. Man har valt att filma separata träningstillfällen under tre dagar under vårterminen. Den första filmen innehåller tio olika träningstillfällen. Sex av dessa utgörs av enskild undervisning då en elev arbetar med ett material med stöd av en personal. I två arbetar två elever tillsammans med stöd av personal, i de resterande två arbetar en elev ensam, personal finns endast med i bakgrunden med stöd vid behov.

Den andra filmen består av sju träningstillfällen liknande de i den första filmen. Samtliga tillfällen utgörs av enskild undervisning då en elev arbetar med stöd av en personal.

Den tredje filmen består av tre träningstillfällen. Ett tillfälle är en utomhusaktivitet där en elev arbetar tillsammans med en personal. I de övriga två tillfällen arbetar två elever tillsammans med stöd av personal.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

De filmade träningstillfällen visar möjligheter för eleverna att framför allt utveckla procedurhanterings- och representationskompetens inom områdena kvantitet och i viss utsträckning kvalitet. De aktiviteter som kopplas till kompetenserna är företrädesvis tolka och använda. Undervisningen i matematik kan karakteriseras som material- eller läromedelsfokuserad. Lärarna tillverkar också en del material själva och sätter samman olika uppgifter. Undervisningen utgår från konkret material som eleverna hanterar själva eller tillsammans med lärare eller en annan elev. En stor del av materialet behandlar taluppfattning inom området 0–10 och om att kunna sortera utifrån olika kvaliteter hos objekt. Undervisningen är fokuserad på att räkna olika objekt och känna igen olika sätt att representera antal. Flera övningar handlar om att kombinera olika sätt att representera antal, t.ex. det skrivna ordet sex med siffran 6 och rätt antal objekt i en viss färg. Övningarna genomförs med olika typer av material och i olika situationer – sittande på golvet, vid bänken, aktiviteter som kräver att man går och rör sig, både ute och inne.

Exempel på material: En stor spelplan som läggs på golvet med olikfärgade rutor med siffror i, en stor mjuk tärning med olika färger, plasthinkar och många små bollar. Spelet spelas av en lärare och en elev tillsammans. Spelarna kastar i tur och ordning tärningen, ställer sig på en ruta med samma färg som också har en siffra, t.ex. 6. Motspelaren går då och hämtar motsvarande antal bollar och lägger i den andra spelarens hink. På en tavla finns små lappar som visar hur många omgångar man ska hålla på. Eleven tar ner en lapp för varje omgång. När lapparna är slut räknas bollarna ihop.

En låda kallad "sifferjakten" indelad i tio fack med talen 1–10 skrivna ovanför respektive fack. Lådan används på olika sätt, men principen är alltid att olika sätt att representera respektive antal ska läggas ner i motsvarande fack. Det kan handla om att lägga lappar med talen 1–10 i rätt fack, textade lappar med talen, antal objekt etc. En variant som genomförs utomhus innebär att eleven först kastar en stor mjuk tärning (kan välja mellan två tärningar) med talen skrivna på de olika sidorna. I träden på skolgården hänger sedan olika tal, t.ex. "6", eleven ska hämta rätt tal, lägga det i rätt fack och sedan hämta motsvarande antal trästavar som ligger i en hög längre bort. Ett annat material består av röda och blå plastnallar i två storlekar. I en ask ligger de små nallarna och i en annan de större nallarna.

Det finns också två högar med kort, en hög med kort med siffror på, t.ex. ”6”, i den andra högen ligger fyra typer av ”nallekort” – en stor blå eller röd nalle respektive en liten blå eller röd nalle. Uppgiften består av att eleven drar ett nallekort och ett sifferkort och sedan tar nallar från askarna, rätt antal, rätt storlek och rätt färg.

Mattepratande lärgemenskap

Som nämnts är elevernas verbala kommunikationsförmåga begränsad. Fokus i de filmade episoderna ligger dock inte heller på att skapa en matteaktivitetande lärgemenskap.

Klass E – skolår 1 inriktning träningsskola

Klass E ligger på en skola med ca 270 elever. På skolan finns grundskola F–6 och grundsärskola inriktning träningsskola F–6, fördelade på 2–3 grupper. I klassen går tre elever, en av eleverna har vissa motoriska svårigheter. Eleverna talar lite men all undervisning sker med tecken som stöd i klassen liksom i övriga klasser i träningsskolan. Klassläraren är grundskollärare, dessutom finns en förskollärare och en assistent i klassen. Gemensamt för hela träningsskolan finns också en specialpedagog. Klassrummet består av ett större rum, där det även finns en diskbänk. Längs en vägg finns hyllor med material som är märkta så att eleverna kan hämta själva. Det finns ett stort bord där de kan arbeta tillsammans i grupp och även arbetsbord för mer enskilt arbete. Ibland har man enskild undervisning i ett annat rum med bara en lärare och en elev. Undervisning sker också ute på skolgården och i en intilliggande skog. Det förekommer viss samverkan med grundskolan och då framför allt i musik och idrott, under friluftsdagar samt ibland då man har utomhuspedagogik.

Det var läraren i den här klassen som tog initiativ till projektet och det är träningsskolan på just denna skola som ingår. Projektet har bl.a. inneburit att de blivit mer medvetna om matte i undervisningen och att de ”har hittat strukturen”. Men läraren menar att det framför allt är i hennes arbetslag. Hon förklarar det dels med att ”... det är jag som är ansvarig för projektet, det är jag som skrev ansökan, det är jag som tycker det är viktigt och då har jag fått med mig mitt lilla arbetslag. De andra vill ju också, men ...”. Ytterligare en förklaring är att de andra som var med från andra arbetslag då ansökan skrevs har slutat. Läraren tror också att många lärare tycker att det blir en extrauppgift, ”en extra belastning att jobba med det här. De jämför nog med grundskolans matte när de hör ordet matematik, och tänker ska det in här också”.

Lärarens syn på matematik och undervisningens upplägg

Varje dag i samlingen ingår vissa matteinslag som t.ex. att räkna hur många som är där. Dessutom har man 1–2 särskilda mattesamlingar i veckan, eleverna jobbar också enskilt med matte i ”i stort sett varje dag”, enligt läraren. Läraren

lyfter fram betydelsen av att eleverna får arbeta inom samma område på många olika sätt – med olika material, olika uppgifter samt i olika miljöer både ute och inne. Läraren betonar vidare betydelsen av att matten måste finnas naturligt i vardagen, ”att man pratar det här mattespråket även i andra situationer än matte. T.ex. om dom tar av sig tröjan så frågar vi var den ska ligga och dom får säga på hyllan inte under eller i osv. Eller om dom springer undan någon gång och sätter sig under ett bord, så kan man fråga var sitter du nu osv. i stället för att bara säga att dom inte ska sitta där eller att dom ska komma fram”. De använder vidare mycket konkret laborativt material i undervisningen som de i stor utsträckning tillverkar själva. Läraren lyfter även fram betydelsen av ”att få in det hemma i kontakten med föräldrarna”. Några av barnen har också spontant börjat räkna hemma. En pappa berättade t.ex. att sonen följt med på hockeyträning och ”... pappan hade radat upp vattenflaskor, sonen hade då gått fram och räknat med fingrarna och kom till fem, det hade föräldern inte sett tidigare”.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Lektion ett och två utgörs av gemensam mattesamling och därefter individuellt arbete. Under mattesamlingen sitter eleverna på stolar med varsin vuxen i en halvcirkel framför en whiteboard. Läraren står eller sitter framför tavlan och håller i lektionen. Under det individuella arbetet sitter eleverna vid varsitt bord tillsammans med en vuxen och arbetar med olika individuellt anpassade arbetsuppgifter. Uppgifterna finns i lådor som är markerade med olika färger. Varje elev har ett ”papper” där uppgifter är markerade med olika färger med lappar som går att ta bort då uppgiften är genomförd. När eleven är klar lägger hon eller han tillbaka lådan och hämtar en ny med den färgmarkering som finns på lappen.

Lektion tre är en gemensam utomhuslektion i skogen. Lektion fyra utgörs av enskilt arbete tillsammans med klassläraren i ett annat rum än klassrummet.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

I de filmade lektionerna får eleverna möjlighet att framför allt utveckla procedur- och representationskompetens för lägesord och hur de används för att beskriva placering i rummet, t.ex. bredvid, på, i, över, under, bakom och framför (rum och geometri). Dessutom för likheter och olikheter hos olika kvaliteter som färger, hårt, mjukt, olika djursorter, osv. (kvalitet). Det finns dock även sekvenser under framför allt samlingen som innehåller inslag av ”tid” i termer av veckodagar som uttryck för och indelning av tid samt i termer av att ordna dagens aktiviteter i tids(ordnings)följd. Det finns även inslag av heltal, hur de benämns och används för att ange antal och i samband med det ramsräkning. Kompetenserna är framför allt kopplade till aktiviteterna tolka och använda,

medan förutsättningar att värdera förekommer mer sparsamt. Eleverna får i viss utsträckning förutsättningar att utveckla resonemangskompetens under de gemensamma samlingarna och lektionen i skogen, men inte under de individuella arbetena tillsammans med en vuxen.

Undervisning i lägesbegrepp kombineras ofta med att eleverna även ska urskilja olika kvaliteter, som färg. Undervisningen utformas så att eleverna får förutsättningar att urskilja läge och kvalitet på många olika sätt, i olika miljöer både ute och inne, både gemensamt i grupp och under enskild undervisning. Det innebär t.ex. övningar då eleverna ska placera olika konkreta objekt på, i, över, bakom, framför osv. andra saker. Dessutom får eleverna i egen rörelse uppleva olika lägen – sätta sig under bordet, ställa sig framför trädet, gå under en röd plastremsa som hänger mellan två träd, ställa sig på en sten osv. Det kan även innebära att arbeta mer abstrakt och utifrån bilder, t.ex. välja ut den bild där katten ligger på stolen.

Som exempel kan nämnas en övning som både genomförs i enskild undervisning och i grupp med vissa variationer. Materialet består av olika små möbler som en soffa, en fåtölj, en pall, en stol, ett badkar, en liten docka eller en gumma, eventuellt en ko, en hink och liknande, ibland används även ett litet leksakshus. Övningen består av att eleverna utifrån att läraren säger och tecknar att eleven (någon av eleverna) ska ta en av sakerna och placera den i en viss position i förhållande till någon annan sak.⁵ I en situation deltar alla tre eleverna.

L säger till elev 2 (E2) att nu är det din tur. E2 reser sig. L säger kan du gå och hämta katten, samtidigt som hon gör tecknet för katt. Hon uppmanar E2 att titta vilket tecken hon gör. E2 gör samma tecken. L frågar var är den då? E2 tittar och plockar fram katten. L säger ja, och vad säger den då? E2 svarar mjau. L bekräftar och säger ja och fortsätter: du kan sätta den *på* stolen (samtidigt som hon tecknar stol och på). E2 går till den pall som det lilla huset står på och som stolen står inuti och sätter in katten i huset. L säger kan du sätta katten *på* stolen samtidigt som hon lyfter huset så att E2 ska komma åt stolen. E2 sätter katten på stolen. L säger titta vad bra. E2 går och sätter sig.

Exempel på en annan variant är att eleverna uppmanas välja en gul, röd eller blå speciell frukt (små plastfrukter) och lägga i, på eller under en grön, röd eller blå burk.

⁵ Konkretisering av positioner och lägen med hjälp av objekt som positions- och lägesord (i detta fall prepositioner) knyts till kräver en genomtänkt strategi från läraren. Vissa prepositioner är mer knutna till objekt än till position. Det är således positionsmässigt inte helt tydliga skillnader mellan att t.ex. sitta i en fåtölj och på en stol.

Det dominerande interaktionsmönstret i de filmade lektionerna kännetecknas av fråga eller uppmaning – svar – bekräftelse. Det finns också oftast ett rätt eller fel svar och det är också det som betonas i undervisningen. Det kan också beskrivas som en form av direkt instruktion (se avsnitt 2.3). Eleverna lotsas med stigande grad av lotsning till rätt svar, från verbal upprepning av frågan understödd med tecken, till olika grader av fysiskt assistans.

Kontextualisering av tid, antal och lägesord förekommer förhållandevis ofta. Dels genom att hantera antal och läge i den naturliga miljön, t.ex. räkna hur många personer som finns med på samlingen, dels genom att knyta begreppen till ett sagosammanhang eller till en annan liknande situation då de gjort liknande övningar. Matematiska begrepp konkretiseras vidare i många olika typer av konkret material.

Precis som i grundskolan framkommer att det är viktigt att klargöra vilket matematiskt referenssystem undervisningen befinner sig inom. Som exempel en aktivitet under en av samlingarna som handlar om att bestämma veckodag.

Eleverna sitter på stolar med personal vid sidan om sig i en halvcirkel framför en whiteboard. Klassläraren står vid tavlan där det sitter olikfärgade lappar med veckodagarnas namn i rad bredvid varandra. Stunden inleds med en ramsa om veckodagarnas namn och man kommer då fram till "fredag". L frågar vilken dag det är i dag. Ingen svarar, L fortsätter "i går var det den *bruna* dagen". Vilken dag är *efter* den bruna dagen? Eleverna svarar fortfarande inte. L vänder sig direkt till en av eleverna och undrar om hon kan hjälpa henne. Eleven går fram till tavlan och pekar på den bruna lappen. Läraren säger då torsdag det var *i går*. Eleven pekar då på den närmaste lappen till vänster, dvs. onsdagen som är vit. L ändrar då taktik och frågar i stället var är den *gula* dagen (som alltså är fredagen). Eleven pekar på den gula lappen.

Klassen har under flera lektioner arbetat intensivt med lägesord, som på, i, under, framför, bredvid osv. Här introduceras dock ett annat begrepp för en "lägesbestämning" som är hämtad från ett helt annat referenssystem som egentligen inte har med positioner i rummet (geometri) att göra utan med tid, nämligen "efter". Eleven kan förmodligen inte förstå "efter" som en lägesbestämning, utan går då på färgbestämning som är en annan typ av övningar de ofta gör. Enligt det referenssystem på lägesbestämningar som man tränat i klassen är fredagen snarare bredvid torsdagens bruna lapp än "efter". Eventuellt kan anledningen till att eleven pekar på den vita lappen som svar på att läraren säger "det var i går" vara att eleven förstår att hon svarat fel och då håller på att byta till tidsreferenssystemet och med utgångspunkt från sin nuvarande position, nämligen den bruna dagen, går ett steg "bakåt" för att visa på dagen som var "i går". Det förekommer dock inga försök att formulera hur eleven tänker.

Mattepratande lärgemenskap

Elevernas främsta kommunikationskanal är varken det talade ordet eller tecken utan snarare att göra. Samtidigt skapas vissa tillfällen och möjligheter för eleverna att bidra med egna idéer och ”resonera” kring matematiskt innehåll i framför allt de gemensamma samlingarna och under lektionen i skogen. Under de gemensamma samlingarna deltar alla elever med någon aktivitet som ofta bidrar till ett gemensamt resultat, så skapar man t.ex. gemensamt en mängd då man räknar hur många som är närvarande genom att var och en i tur och ordning lägger ner sin boll i en bunke. Eleverna får också vissa tillfällen att bidra med matematiskt innehåll, t.ex. genom att bestämma var en sak ska placeras under de gemensamma positionsövningarna. Det förekommer dock inte så ofta, men under en av aktiviteterna i skogen får eleverna tillfälle att bidra mer aktivt och ”resonera” kring varandras bidrag. Uppgiften består av att hitta saker ute i skogen med samma färger som finns på olika färgkartor som eleverna fått välja. Uppgiften ger utrymme för flera möjliga rätt och därmed en variation i svaren. Eleverna uppmuntras titta på varandras fynd och värdera eller bedöma huruvida kotten, bladet eller dylikt har en färg som finns på respektive elevs färgkarta. Lärarens åsikt om betydelsen av att matten ska finnas naturligt i vardagen och inte begränsas till mattelektionerna kan också ses som en första grund för att skapa en mattelärande gemenskap.

Klass F – skolår 2–5, grundsärskola

Klass F ligger på en skola med ca 150 elever. På skolan finns grundskola F–5 och en grundsärskoleklass. Klassen består av fem elever, fyra flickor och en pojke i skolår 2–5. En av eleverna deltar ofta i grundskolans undervisning, men inte i matematik. En av eleverna har epilepsi, i övrigt har eleverna inga ytterligare funktionsnedsättningar, alla elever har talet som sin främsta kommunikationskanal. Klassläraren är förskollärare och specialpedagog med lång erfarenhet av arbete inom grundsärskolan. I klassen finns även två assistenter. En elev har särskilt stora behov och har därför en egen assistent. Matematiklektionerna ansvarar en annan lärare för, en lågstadielärare med den tidigare speciallärarexamen. Läraren undervisar även på grundskolan, klassläraren deltar dock också på matematiklektionen. Klassrummet är möblerat med bänkar. Längst fram finns en svart tavla, en arbetsplats för läraren finns längst bak i klassrummet. Längs väggarna står bokhyllor fyllda med pärmar och material. Det finns även ett grupprum i anslutning till klassrummet.

Det är skolan som fått bidrag för att satsa på matematik och grundsärskoleklassen deltar som en del av övriga skolan. Projektet har bl.a. inneburit att man kunnat köpa in mer konkret arbetsmaterial till klassen, vilket lärarna uppskattar mycket. ”Jag tycker vi har lyft rätt så mycket i det här projektet. Det är mitt mantra med konkret material, jag tror det är viktigt. Vi lånar ut material

också, folk kommer hit och det uppmuntrar vi. Det har blivit ett matteskåp däruppe också och det finns material. Med tiden tycker jag det har förändrats.”

Lärarnas syn på matematik och undervisningens upplägg

Lärarna betonar betydelsen av att matematikundervisningen ”mynnar ut i lite mer tänk, eget tänk och att den är utmanande för barnen”. Under detta läsår har man också fokuserat på att arbeta med problemlösning. Man försöker komma bort från att matematik bara handlar om att räkna i matteboken, utan att det finns många olika sorters matte som t.ex. ”let-matte”, ”skriv-matte” och ”räkne-matte”. Man strävar också efter att få in matematik i andra ämnen och i andra aktiviteter, ”försöka få in det mera blandat, även under andra ämnen. Om du är ute och går t.ex. så kan det ju komma in på många olika sätt”, menar den ena läraren.

Lärarna lyfter också fram betydelsen av att undervisningen ska ge eleverna förutsättningar att utveckla olika kompetenser, att undervisningen innehåller olika moment där tänkande och praktiskt görande blandas. ”Först titta och tänka, inte prata rakt ut, formulera någonting och sedan försöka åskådliggöra det och jobba med händerna.” De lägger stor vikt vid att arbeta med konkret material, något som ”går att plocka med och använda och prata om”. Lärarna formulerar också betydelsen av att blanda olika arbetsformer som enskilt, helklass och grupparbete. Arbetssättet under matematiklektionerna följer i stort sett samma struktur varje gång. De inleds med en kort repetition som leds av läraren, därefter berättar läraren vad de ska göra under lektionen vilket oftast är tre olika moment, varav ett moment utgörs av en uppgift som innebär ”att man får röra på sig och använda rummet”. Läraren skriver upp de olika momenten på tavlan. Det kan ibland innebära att det blir lite mindre tid åt något moment än läraren tänkt, men läraren ”tycker att det är viktigt att eleverna vet att det här förväntar jag mig att vi ska hinna i dag, vi ska göra det här och det här och så”.

Kort beskrivning av de filmade lektionerna

Samtliga filmade lektionssekvenser är i klassrummet. De inleds av en gemensam introduktion av läraren som står framme vid svarta tavlan medan eleverna lyssnar och ibland svarar på frågor från läraren. Lektion ett övergår därefter till enskilt arbete då eleverna sitter med samma uppgifter och arbetar i sina bänkar. Bredvid en av eleverna sitter en assistent, den andra assistenten finns i bakgrunden och stöttar vid behov de andra eleverna. Därefter följer ett moment då eleverna rör sig i klassrummet och letar efter saker som det finns ett visst antal av. Lektionen slutar med att eleverna arbetar enskilt i sina bänkar.

Lektion två inleds efter introduktionen av samma övning som under lektion ett då eleverna letar efter saker som det finns ett visst antal av i klassrummet,

saker som sedan ska ritas av. Därefter blir det grupparbete och klassen delas upp i två grupper. Två elever går till grupprummet och två elever stannar kvar och genomför en gemensam övning med stöd av läraren.

Introduktionen av lektion tre innebär en repetition och introduktion till det kommande grupparbetet. Inför grupparbetet flyttar elever och personal ihop några bänkar så att de bildar ett bord som de kan sitta runt. Grupparbetet utgörs av ett spel.

Förutsättningar för lärande – innehåll och undervisningens utformning

De filmade lektionerna visar möjligheter för eleverna att utveckla framför allt representations- och problemlösningskompetens. Det förekommer dock även vissa inslag med möjligheter att utveckla resonemangs-, procedurhanterings- och kommunikationskompetens. Det är inget särskilt matematiskt område som är mer företrätt än andra. Sålunda förekommer i de filmade lektionerna innehåll inom området taluppfattning i termer av kardinalitetsprincipen, addition och subtraktion och hur tal används för att ange antal. Dessutom finns en episod inom området geometri där eleverna får känna igen och beskriva olika geometriska objekt. Även ett visst innehåll som rör tid, hur det kan uttryckas och mätas förekommer, sedlars och mynts namn och värde i relation till varandra utgör ytterligare ett innehåll. Kompetensinnehållet är framför allt kopplat till aktiviteterna tolka och använda.

Under de filmade lektionerna förekommer inga läroböcker i matematik, i stället används olika typer av konkret material som t.ex. ”tiokamrater” som består av en tygbit och tio ”ädelstenar” som ska placeras i två högar på olika sätt, en på var sida om tyglappens mittlinje. Det förekommer också viss kontextualisering under framför allt gruppövningar som hela klassen deltar i då eleverna uppmanas hitta saker i klassrummet som det finns ett visst antal av. Under en och samma lektion varvas olika arbetsformer. Det är framför allt genom att hantera och utföra olika uppgifter med konkret material som eleverna ges förutsättningar att utveckla matematisk kompetens. Instruktionerna är också förhållandevis konkreta och fokuserar på hur materialet ska hanteras.

Mattepratande lärgemenskaper

Under de inspelade lektionerna ligger inte fokus på att resonera kring olika sätt att lösa uppgifter eller på bakomliggande tankestrategier och inte heller på att lyfta fram elevernas idéer och låta dem vara delaktiga i utformningen av undervisningen. Det är i det perspektivet en ganska lärarstyrd och lärarstrukturerad undervisning. Under aktiviteter som t.ex. då eleverna ska leta efter ett föremål som det finns ett visst antal av i klassrummet finns flera möjliga rätta svar och eleverna kan bidra med sina idéer och ta del av varandras lösningsförslag. I

mån av tid resonerar man också gemensamt om elevernas olika bidrag. Även övningen med ”tiokamraterna” ger flera möjliga ”rätta svar” och möjligheter för eleverna att bidra med olika alternativ. För att skapa ett gemensamt reflekterande samtal förutsätts dock att det finns tid till en gemensam reflektion kring elevernas olika lösningar. Lärarnas strävan att få in matematik i andra ämnen som en mer eller mindre naturlig del i hela undervisningen kan också bidra till att skapa en mattepratande eller matteaktivitetande gemenskap.

Sammanfattande analys med diskussion

På ett övergripande plan visar en analys av det totala kompetensinnehållet att undervisningen fokuserar på aktiviteterna tolka och använda i förhållande till de olika kompetenserna. Tabell 2 visar en sammanställning av fördelningen av de kompetensinnehåll och kompetensrelaterade aktiviteter som vi såg i filmerna.

Aktiviteten värdera förekommer endast kopplat till 17 procent av kompetensinnehållet. Detta verkar dock inte vara något som särskiljer undervisningen i dessa klasser från grundskolan. Även i grundskolan förefaller den kompetensrelaterade aktiviteten värdera förekomma mycket mer sällan än aktiviteterna tolka och använda. I en studie av Bergqvist et al. (2010) framkom att aktiviteten värderas andel varierade mellan 4 och 12 procent av den totala observerade tiden beroende på vilken kompetens aktiviteten relaterade till (observera att detta är ett tidsrelaterat sätt att mäta förekomst av aktiviteten). Analysen visar också att sammantaget är representations- och procedurhanteringskompetens de vanligaste innehållen medan sambands- och kommunikationskompetensinnehåll förekommer mer sparsamt.

Tabell 2 Fördelningen av kompetensinnehåll och kompetensrelaterade aktiviteter

	Tolka och använda, %	Värdera, %
<i>Problemlösningskompetens</i> – lösa uppgifter där lösningsmetoden inte är känd på förhand	10,8	4,2
<i>Resonemangskompetens</i> – motivera val och slutsatser	15,1	3,6
<i>Procedurhanteringskompetens</i> – identifiera en procedur som är lämplig	18,7	2,4
<i>Representationskompetens</i> – ersätta en matematisk företeelse med en annan, konkret företeelse med ett tal	27,1	3,6
<i>Sambandskompetens</i> – länka samman matematiska företeelser	4,2	0
<i>Kommunikationskompetens</i> – kommunicera och utbyta information om matematiska idéer	7,2	3,0
Summa	83,1	16,9

En närmare analys visar dock att man kan urskilja två relativt tydliga grupper med tre klasser i varje. Den ena gruppen utgörs av klasserna A, B och C och den andra av klasserna D, E och F. Det är i klasserna A, B och C som det värderande innehållet förekommer. Det är också en jämnare fördelning mellan de olika kompetenserna och flertalet förekommer på lektionerna. Representations- och procedurhanteringskompetens är inte heller så framträdande. I klasserna D, E och F förekommer inget värderande aktivitetsinnehåll.

Representationskompetensinnehåll är framträdande och utgör 46–54 procent av innehållet. Även procedurhanteringskompetens är mycket framträdande i klasserna D och E. Eventuellt kan det ha betydelse att lärarna i klasserna A, B och C är utbildade inom matematik och NO. Samtidigt ska påpekas att underlaget bara är exempel på lektioner från de olika klasserna. Vi kan inte uttala oss om huruvida undervisningen i klasserna D, E och F vid andra tillfällen än de som filmats ger liknande förutsättningar för utveckling av matematisk kompetens som de filmade lektionerna i klasserna A, B och C visar och vice versa.

Viktigt i detta sammanhang är dock att lektionerna ger exempel på hur undervisningen kan utformas så att en matteaktivitetande eller mattepratande lärgemenskap kan utvecklas för att ge förutsättningar för eleverna att utveckla matematisk kompetens.

Vi kommer här att först redogöra för de undervisningsstrategier som mer specifikt kan kopplas till de fyra komponenterna i ramverket Levels of the Math-Talk Learning Community (Hufferd-Ackles, et al. 2004). Därefter redogör vi för mer allmänna undervisningsstrategier som förekommer i samtliga klasser. I praktiken sammanvävs naturligtvis dessa undervisningsstrategier, uppdelningen görs här endast för att förhoppningsvis förtydliga framställningen.

Kännetecknande för en matteaktivitetande lärgemenskap är enligt ramverket en undervisning som ger förutsättningar för eleverna att bidra med idéer om matematiskt innehåll, att formulera matematiska tankestrategier och ställa frågor samt arbetsformer som ger förutsättningar till ett aktivt deltagande i gemensamma matteaktiviteter där allas bidrag är viktigt. Analyserna visar att lärarna använder ett flertal strategier som innefattar sättet att kommunicera matematiskt innehåll och kommunicera med eleverna, arbetsuppgifternas utformning samt arbetsformer för att skapa dessa förutsättningar.

En sådan strategi är att fokusera på och konkretisera olika lösningsstrategier snarare än rätt eller fel. Det kan t.ex. ske genom att läraren inte rättar en elevs svar utan att samtidigt bekräfta genom att formulera hur hon antar att eleven tänkt, för att sedan föreslå en annan strategi. Det kan även innebära att läraren lotsar en elev att lösa en uppgift genom att formulera en tankestrategi

som t.ex. "fortsätta räkna" vid addition (vad kommer efter tio?) i stället för att eleven ska räkna alla objekt (se skola B).

Andra sätt att fokusera olika Lösningsstrategier som lektionerna visar är att utforma undervisningssituationer där det finns flera möjliga och alternativa lösningar, t.ex. olika sätt att mäta en drake, att hitta saker som det finns ett visst antal av i klassrummet och att komma fram till ett "hemligt tal" på tallinjen. Ytterligare en undervisningsstrategi som visas på lektionerna är att arbeta med ett material som konkretiserar och fokuserar på olika Lösningsstrategier som t.ex. balansvågen, hemliga lådan och tio- och nio-kamrater. Förutsättningen i båda de sistnämnda undervisningsstrategierna är dock att eleverna får uppmärksamma och förhålla sig till de olika Lösningsstrategierna, alltså att det finns utrymme för en reflekterande värdering, vilket alltså är något som förekommer relativt sparsamt i de filmade sekvenserna. Dessa olika strategier kan jämföras med den forskning som tyder på att förutsättningarna för lärande för elever med utvecklingsstörning ökar då undervisningen fokuserar på matematiska tankestrategier och konkretiserar dessa (avsnitt 2.3).

De strategier för att öka elevernas ansvarstagande och delaktighet i lärandet och undervisningen som analyserna visar är t.ex. att läraren direkt uppmanar eleverna att bedöma och värdera sina egna och andra elevers lösningar. Exempel finns också på när läraren själv använder sig av och visar på bedömningsstrategi. Även genom att utforma arbetsuppgifterna och arbetsformerna på ett sådant sätt att alla elever både kan och behöver bidra för att uppgiften ska kunna genomföras och lösas ger förutsättningar att öka elevernas delaktighet i sitt lärande och i undervisningen. Ett exempel är de gemensamma gruppaktiviteterna grundsärskolans och grundskolans elever i skola A. Här lyfter lärarna även fram betydelsen av att grupperna är sammansatta så att eleverna så att säga kan "dra varandra". Andra exempel är grupparbetet med tallinjen och med vågen i skola C. Dessa sätt att ge förutsättningar för delaktighet och ansvarstagande för det egna lärandet har stora likheter med principerna för kooperativt eller samarbetsinriktat lärande som forskning tyder på ger goda förutsättningar för att skapa en inkluderande undervisning (t.ex. Göransson, 2004; Putnam, 1998).

Mycket nära strategier för att öka elevernas delaktighet och ansvar för lärandet ligger att försöka öka förutsättningarna för eleverna att bidra med idéer om matematiskt innehåll och ställa frågor eftersom detta kan ses som en del av delaktighet och ansvarstagande. Men analyserna visar inte på några klart urskiljbara strategier för detta annat än att eleverna uppmuntras att ställa frågor i stället för att läraren gör det, t.ex. i skola B. I större eller mindre utsträckning ges det även utrymme för att elevernas idéer om innehåll på mattektionerna genomförs. Det finns dock inga uttalade strategier för att underlätta för eleverna att göra detta.

När det gäller mer allmänna undervisningsstrategier så påtalar alla lärare betydelsen av att matematiken inte enbart kopplas till specifika mattelektioner utan att matten ska finnas naturligt i hela skolvardagen. Analyserna visar även att en vanlig strategi är att knyta an till vardagsnära situationer för eleverna utanför själva undervisningssituationen och att spinna vidare på elevernas intresse. Analyserna visar också att undervisningen kännetecknas av ett praktiskt arbete med matematik med olika laborativa och konkreta material – ”att det är något för händer och ögon att greja med”, som en av lärarna uttrycker det. Inte i någon klass använder man färdigproducerade läroböcker i matematik. I flera klasser är det lärarna själva som tillverkar undervisningsmaterialet, i de fall man använder skriftliga uppgifter är det vanligt att det är lösa papper med uppgifter som lärarna ställt samman och som eleverna sparar i en pärm.

Undervisningen kännetecknas också av att eleverna får arbeta inom samma matematiska område på många olika sätt – med olika material, olika uppgifter och i olika miljöer både ute och inne, både med kroppen och med tanken.

En undervisningsstrategi som samtliga lärare lyfter fram är individualisering. Den vanligaste individualiseringen under de filmade lektionerna är att man anpassar uppgifternas svårighetsgrad, men det finns även exempel på individualisering utifrån lärstilar.

Analyserna antyder slutligen att en framgångsrik strategi kan vara att undervisningen inte innehåller alltför många matematiska områden samtidigt, utan i stället läggs upp i ”sjok” som en lärare uttryckte det.

Avslutande diskussion

6 Avslutande diskussion

Här följer först en kort diskussion om resultatens trovärdighet och räckvidd. Därefter diskuterar vi kortfattat resultaten i relation till fortsatt utveckling av matematikundervisningen i grundskolan.

Resultatens trovärdighet och räckvidd

Det övergripande syftet med denna studie är att utvärdera Matematiksatsningen inom grundskolan med avseende på undervisningsstrategier som leder till ökad måluppfyllelse inom ämnet matematik respektive verklighetsuppfattning. För att bedöma vilka undervisningsstrategier som leder till ökad måluppfyllelse inriktade vi oss på undervisningens förutsättningar att utveckla elevernas matematiska kompetenser. Betydelsen av dessa kompetenser har inte ifrågasatts då den är väl belagd i såväl nationell som internationell forskningslitteratur. Fokus har i stället legat på att belysa hur undervisningsstrategier som kan antas stödja utvecklingen av matematiska kompetenser kan uttryckas i undervisning av elever i grundskolan.

Som underlag för att uppnå detta övergripande syfte samlades data in från sex grundskoleklasser. Data utgörs av filmade lektioner fördelade över en termin från de sex klasserna, intervjuer med lärarna och en del elever samt elevernas IUP. Data ger inte underlag för att vare sig dra några generella slutsatser om hur matematikundervisning utformas i grundskolan eller i de klasser vars lektioner studerats, vilket alltså heller inte varit syftet. Men det går att definiera undervisningsstrategier som kan antas vara framgångsrika även i andra klasser än de studerade inom grundskolan. När undervisningsstrategier återfanns i samtliga klasser menar vi det dock som ett tecken på en mer allmän förekomst av dessa inom grundskolan.

Eftersom data är insamlat från både högre och lägre skolår samt från både grundskolan och inriktningen träningskola samt från olika typer av kommuner kan man även anta att de undervisningsstrategier som definierats används i stora delar av grundskolan. Möjligtvis har medvetenheten om att undervisningen filmas och utgör underlag för en utvärdering påverkat vilka undervisningsstrategier som används under de filmade lektionerna. Under intervjuerna frågade vi lärarna om filmningen hade påverkat lektionen, och alla utom en menade att de filmade lektionerna i stort sett motsvarade en vanlig lektion. En av lärarna uttryckte att hon inte riktigt kände igen eleverna under en av lektionerna vilket även påverkade hennes sätt att undervisa, men läraren har läst igenom analysen och beskrivningen av klassen och undervisningen i klassen och tycker att den trots allt stämmer. Vi kan alltså med ganska stor

säkerhet hävda att de definierade undervisningsstrategierna är strategier som används i grundsärskolan. Önskvärt hade dock varit om tidsramarna hade möjliggjort för samtliga lärare att läsa igenom analyserna och beskrivningarna.

Fortsatt utveckling av matematikundervisningen i grundsärskolan

Som nämndes i avsnitt 2.1 saknas övergripande kunskaper om vilka matematikkunskaper elever i grundsärskolan har. Vi vet t.ex. inte om det finns lokala skillnader eller variationer mellan kommunerna och hur de i så fall förhåller sig till variationer mellan kommuner vad gäller andel elever i grundsärskolan och andel integrerade elever. Bl.a. från ett likvärdighetsperspektiv är detta en allvarlig kunskapslucka. Analys av ett representativt urval av IUP skulle kunna bidra med värdefull kunskap i detta hänseende.

Utvärderingen tyder vidare på att man använder många laborativa och konkreta material, både färdigproducerade och tillverkade av lärarna själva. Men det saknas en systematisk analys av materialen och deras användning i relation till förutsättningar att utveckla matematisk kompetens.

Utvärderingen har slutligen definierat några undervisningsstrategier som kan ge förutsättningar för elever i grundsärskolan att utveckla matematisk kompetens. Utvärderingen har dock varit begränsad, och eftersom det finns förhållandevis lite internationell forskningsbaserad kunskap om elevgruppen inom området behövs det fördjupad kunskap om vad matteaktivitetande lärgemenskaper kan innebära för elever inom grundsärskolan och hur sådana lärgemenskaper kan utvecklas. Särskilt på den nyinrättade speciallärarlinjen med inriktning mot grundsärskolan kan ett sådant kunskapsunderlag få betydelse.

Referenser

Referenser

- Bashash, L. Outhred, L. & Bochner, S. (2003). Counting skills and number concepts of students with moderate intellectual disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, 50, 325-345.
- Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Helenius, O., Lithner, J., Palm, T. & Plamberg, B. (2010). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Bergström, L., Hartman, G., Lindblom, A. Ljungblad, A-L, Löfholm, A., Melker, C & Skoglund, P. (2010). *Ni kan räkna med oss*. Härnösand: Specialpedagogiska skolmyndigheten.
- Berthén, D. (2007). *Förberedelse för särskildhet*. Doktorsavhandling. Karlstad University Studies 2007:19. Karlstad: Karlstads universitet, Estetisk-filosofiska fakulteten, Pedagogik.
- Browder, D., Spooner, F., Ahlgrim-Dezell, L., Harris, A. & Wakeman, S. (2008). A meta-analysis on teaching mathematics to students with significant cognitive disabilities. *Exceptional Children*, 74 (4), 407-432.
- Calik, N. & Kargin, T. (2010). Effectiveness of the touch math technique in teaching addition skills to students with intellectual disabilities. *International Journal of Special Education*, 25 (1), 195-204.
- Cayocho, L., Gunn, P. & Siegel, M. (1991). Counting by children with Down syndrom. *American Journal on Mental Retardation*, 95, 575-583.
- Chung, K. & Tam, Y. (2005). Effects of cognitive-based instruction on mathematical problem solving by learners with mild intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Developmental Disability*, 30 (4), 207-216.
- Cobb, P. (1995). Cultural tools and mathematical learning: A case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 362-385.
- Ds 2008:23. *FN:s konvention om rättigheter för personer med funktionsnedsättning*. Stockholm: Regeringskansliet.
- Göransson, K. (2004). Undervisning – lärande – delaktighet. I A. Gustavsson (red.) *Delaktighetens språk*. 215-233. Lund: Studentlitteratur.
- Göransson, K., Nilholm, C. & Karlsson, K. (2011). Inclusive education in Sweden? A critical analysis. *International Journal of Inclusive Education*, 15 (5), 541-556.

- Hanrahan, J., Rapagna, S., & Poth, K. (1993). How children with learning problems learn addition: A longitudinal study. *Canadian Journal of Special Education*, 9, 101-109.
- Hoard, M., Geary, D., & Hamson, C. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Performance of low- and average IQ-children. *Mathematical Cognition*, 5, 65-91.
- Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?* Doktorsavhandling. Gothenburg Studies of Educational Sciences. Göteborg: Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik och didaktik.
- Harris, C., Miller, S. & Mercer, C. (1995). Teaching initial multiplication skills to students with disabilities in general education classrooms. *Learning Disabilities Research and Practice*, 10, 180-195.
- Henry, L. A. (2001). How does the severity of a learning disability affect working memory performance? *Memory*, (4-6), 233-247.
- Huckstep, P., & Rowland, T. (2000). Creative mathematics – real or rhetoric? *Educational Studies in Mathematics*, 42 (1), 81-100.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. & Sherin, M. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 81-116.
- Jones, E., Wilson, R. & Bhojwani, S. (1997). Mathematics instruction for secondary students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 151-163.
- Kroesbergen, E. & Van Luit, J. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114.
- Kroesbergen, E. & Van Luit, J. (2005). Constructivist mathematics education for students with mild mental retardation. *European Journal of Special Needs Education*, 20 (1), 107-116.
- Kullberg, A. (2009). *What is taught and what is learned? Professional insights gained and shared by teachers of mathematics*. Doktorsavhandling. Gothenburg Studies of Educational Sciences 293. Göteborg: Institutionen för didaktik och pedagogisk profession.

- Kyriacou, C. & Issit, J. (2008). What characterises effective teacher-initiated teacher-pupil dialogue to promote conceptual understanding in mathematics lesson in England in Key stages 2 and 3: a systematic review. Report in: *Research Evidence in Education Library*. London: EPPI-centre, Social Science Research Unit, Institute of Education, University of London.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.
- Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J. Palm, T. & Palmberg, B. (opublicerat manus). *Mathematical competencies: a research framework*.
- Ljungblad, A-L. (2010). Challenges in teaching mathematics – Becoming special for all. *Paper presented at the 5th Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics*. University of Iceland: School of Education. <http://stofnanir.hi.is/norsma/sites/files/norsma/imagecache/Ljungblad%20.pdf>
- Martinez, E. & Pellegrini, K. (2010). Algebra and problem-solving in Down syndrome: a study with 15 teenagers. *European Journal of Special Needs Education*, 25, 13-29.
- Milo, B., Seegers, G., Ruijsnaars, W. & Vermeer, H. (2004). Aggective consequences of mathematics instruction for students with special needs. *European Journal of Special Needs Education*, 19 (1), 49-68.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Numminen, H., Service, E., Ahonen, T., Korhonen, T., Tolvanen, A., Patja, K., Ruoppila, I. (2000). Working memory structure and intellectual disability. *Journal of Intellectual Disability Research*, (5), 574-590.
- Parmar, R., Cawley, J. & Miller, J. (1994). Differences in mathematics performance between students with learning disabilities and students with mild mental retardation. *Exceptional Children*, 60, 549-563.
- Putnam, J. (1998). *Celebrating diversity in the classroom. Cooperative learning and strategies for inclusion*. Baltimore, Maryland: Paul H. Brookes Publishing Co,
- Regeringen S2010/4319/FST. *En strategi för genomförande av funktionshinderspolitiken 2011–2016*. Stockholm: Regeringen.
- Regeringens proposition 1999/2000:79. *Från patient till medborgare – en nationell handlingsplan för handikappolitiken*. Stockholm: Regeringen.

Regeringens skrivelse 2009/10:166. *Uppföljning av den nationella handlingsplanen för handikappolitiken och grunden för en strategi framåt*. Stockholm: Regeringen.

Regeringsbeslut U2009/914/G: *Uppdrag till Statens skolverk att genomföra utvecklingsinsatser inom matematik, naturvetenskap och teknik*.

Riesbeck, E. (2008). *På tal om matematik. Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*. Doktorsavhandling. Linköping Studies in Behavioural Science No 129. Linköping: Linköpings universitet, Institutionen för beteendevetenskap och lärande.

SFS 2010:800. *Skollagen*. Stockholm: Svensk författningssamling.

Skolverket (1996). *Kvalitet i grundsärskola samt Skolverkets planerade insatser och prioriteringar*. Dnr 1996:565. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (1999). *Uppföljning och utvärdering av försöksverksamheten med ökat föräldrainflytande över val av skolförhållanden för utvecklingsstörda barn*. Dnr 96:565. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2001). *Kvalitet i grundsärskola – en fråga om värderingar*. Dnr 2000:2037. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2006). *Kommunernas grundsärskola. Elevökning och variation i andelen elever mottagna i grundsärskolan*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011a). *Förordning (SKOLFS 2010:37) om läroplan för grundskolan och Skolverkets föreskrifter (SKOLFS 2011:19) om kunskapskrav för grundskolans ämnen förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Skolverket

Skolverket. (2011b). *Förordning (SKOLFS 2010:255) om läroplan för grundskolan, Skolverkets föreskrifter (SKOLFS 2011:28) om kursplaner för grundskolan och Skolverkets föreskrifter (SKOLFS 2011:29) om kunskapskrav för grundskolans ämnen och ämnesområden*. Stockholm: Skolverket

Sonnander, K. (2005). Biological and social aspects of intellectual disability. I A. Gustavsson, J. Sandvin, R. Traustadóttir & J. Tøssebro (red.) *Resistance, Reflection and Change*. Nordic Disability Research. 193-204. Lund: Studentlitteratur.

SOS (2011a). *Obligatoriska grundsärskolan – elever – kommunnivå. Tabell 1: Elever och undervisningsform läsåret 2010/11*. Sveriges officiella statistik.

SOS (2011b). *Obligatoriska grundsärskolan – personal – riksnivå. Tabell 3 A: Pedagogisk högskoleexamen, heltidstjänster och lärartäthet läsåren 2002/03–2010/11*. Sveriges officiella statistik.

- SOS (2011c). *Grundskolan – personal – riksnivå. Tabell 4 A: Pedagogisk högskoleexamen, heltidstjänster och lärartäthet läsåren 2002/03–2010/11*. Sveriges officiella statistik.
- Van Luit, J. (1994). The effectiveness of structural and realistic arithmetic curricula in children with special needs. *European Journal of Special Needs Education*, 9, 16-26.
- Van Luit, J. & Nagliere, J. (1999). Effectiveness of the MASTER strategy training program for teaching special children multiplication and division. *Journal of Learning Disabilities*, 32, 98-107.
- Wernberg, A. (2009). *Lärandets objekt. Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Doktorsavhandling inom Nationella forskarskolan i pedagogiskt arbete nr 20. Doktorsavhandling i Pedagogiskt arbete nr 32. Skrifter utgivna vid Högskolan Kristianstad 2:2009. Kristianstad: Högskolan Kristianstad, Sektionen för lärarutbildningen.
- Vygotskij, L. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Yang, X., Shaftel, J., Glasnapp, D. & Poggio, J. (2005). Qualitative or Quantitative Differences? Latent Class Analysis of Mathematical Ability for Special Education Students. *The Journal of Special Education*, 38, 194-207.

Bilagor

Bilaga 1

Intervjuguide lärare och elever

Riktlinjer för användning av intervjuguiden:

- Utgångspunkten är att läraren har erfarenheter och kunskaper som vi inte har och därför vill ta del av, läraren är kompetent och strävar efter att eleverna ska ges möjlighet att lära sig så mycket som möjligt
- Punkterna/frågorna fungerar som riktlinjer
- Lägg till frågor som är relevanta respektive ta bort frågor mot bakgrund av den lektion som samtalet gäller och den kultur som är rådande i skolan
- Formulera utifrån situation och i vilken ordning som helst
- Fördjupa med följdfrågor
- Försök att inte gå in i en diskussion (vilket inte innebär att ni inte ska ha en samtalston) och inte styra samtalet alltför mycket

Lärare

Kursiverade frågor är lite viktigare än de markerade med punkt, så det är bra om ni får med dem. Många gånger kan de frågor som inte är markerade med fett ses som följdfrågor.

Allmänt

- *Hur tänker du kring matematik för den här klassen (och särskilt för eleverna mottagna i grundsärskolan om undervisning med elever i grundskolan)?*
- *Skulle du karakterisera lektionen som en "vanlig mattelektion"?
Om inte vad skiljde sig åt?*

Målet för lektionen

- Vad var lektionens innehåll?
- *Vad var målet/målen (med fokus på det matematiska målet) – varför just det målet/målen för lektionen – finns även särskilda individuella mål för eleverna? I så fall vilka?*
- *Hur resonerar du kring vilka steg/moment som behövs för att förstå lektionens fokus? Är stegen/momenten desamma för alla elever?*
- Vilka moment blir föremål för undervisningen?
- *Blev det som du hade planerat? Om inte vad blev annorlunda?
Hur anpassade du efter situationen?*

Arbetsmetoder

- *Kan du förklara hur du tänkte kring hur du skulle presentera lektionsinnehållet för eleverna både det matematiska innehållet och själva uppgiften? Blev det som du hade tänkt dig?*
- Hur konkretiseras och problematiseras lektionens matematiska innehåll? Vad är eftersträvänsvärt?
- *Hur resonerar du kring de arbetsformer ni använder under lektionen vad gäller grupparbete, enskilt arbete, helklass, laborativt etc?*
- *Vilken vikt tycker du att du/ni vuxna la vid att ta reda på hur eleverna förstår/ tänker kring lektionens matematiska innehåll? Hur visade det sig? Exemplifiera.*
- Vilken/vilka strategier hade du för att förklara det matematiska innehållet för elever som inte förstår?
- *Hur försökte du/ni fånga elevernas ”motivation och lust” under lektionen och i vilka sammanhang?*
- Hur resonerar du kring användning av ”matematiskt språk” under lektionen? Uttrycks något som matematiskt språk? Vad eller om inte varför?

Användning av arbetsmaterial

- *Hur resonerar du kring de läromedell/arbetsmaterial som används under lektionen? Hur åskådliggör de det matematiska innehåll som lektionen behandlar? Vilka aspekter av arbetsmaterial kring detta matematiska innehåll är viktiga för respektive elev i din klass?*
- Vilka hjälpmedel användes?

Individualiseringsform

- *Vad innebär individualiseringen på den här lektionen?*
- Hur vet du att en elev förstår när de ställs inför ett matematiskt problem som inbegriper det aktuella området som lektionen avsåg att behandla? Hur ser du det? Vad är tecken på det? Händer det under den aktuella lektionen? Exemplifiera
- *Hur märker du att en elev har svårt att förstå? Vad var svårt under den här lektionen? Hur bemötte du det?*

Tidsanvändning

- *Hur hade du planerat att tiden skulle användas/fördelas under lektionen?* (instruktioner om hur man ska arbeta under lektionen och genomföra uppgiften inte direkt knutet till ämnesinnehållet i relation till undervisning kopplad direkt till det matematiska innehållet, grupp, individuellt, helklass etc.)
- Hur tycker du att den kom att fördelas?

Övrigt

- *Tycker du att principerna för undervisning inom det matematiska området skiljer sig åt på något avgörande sätt mellan grundskolan och grundsärskolan (=grundsär- och träningsskolan) respektive mellan träningsskolan och grundsärskolan? I så fall hur?*
- *Något mer som du vill säga om lektionen och matematik?*

Eleverna

Förklara först att det inte finns några svar som är rätt eller fel, att det är vad eleven tycker som är det viktiga.

- Vad tycker du att matematik i skolan är?
- Kan du berätta vad du gjorde förra lektionen?
- Var det något som var roligt? I så fall vad? Tråkigt?
- Vad var svårt/lätt?
- Vad gjorde läraren/assistenten (namn)? Hjälpte dom dig någonting?
- Vad kan läraren/assistenten (namn) göra så att det blir roligare att jobba med matte?
- Har du fått bestämma något? Vem bestämde vad ni skulle göra? Har du bestämt något under lektionen?
- Vad vill du helst jobba med i matte? Något särskilt material/läroböcker?
- Tycker du att du lärt dig någonting? Vad i så fall?
- Vad är roligt i skolan?

Bilaga 2

Index	Observation	Tolkning
1. Tid, plats, lektion nr, episod		
2. Deltagande personer		
3. Bakgrund eventuellt (från intervjun)		
4. Miljö/omgivning		
5. Matematiskt innehåll. Uppgift och syfte (från intervjun) Tolkning: Lithners matematiska kompetenser		
6. Vad händer, vad gör läraren/ass, vad gör eleverna med fokus på: – frågandet – förklaringar matematiskt tänkande – källan matematiska idéer – ansvar för lärandet Tolkning Hufferd-Ackles nivåer mattepratande lärgemenskap		
7. Situationens slut		
8. Reflektion/övrigt		

Sedan mitten av 1990-talet har svenska elevers resultat i matematik försämrats, både relativt i andra länder och i absoluta tal. I såväl internationella som nationella mätningar och jämförelser tydliggörs en vikande trend för barns och ungdomars matematikkunskaper – en trend som är angelägen att bryta.

Regeringen gav mellan åren 2009 och 2011 Skolverket i uppdrag att stödja skolor och kommuner i deras arbete med att höja kvaliteten i matematikundervisningen i grundskolan. Uppdraget fick namnet Matematiksatsningen. Nästan 12 000 lärare och över 200 000 elever har varit engagerade dessa utvecklingsinsatser.

I denna rapport presenteras en av fyra genomförda utvärderingar av dessa utvecklingsprojekt. Utvärderingen belyser matematikundervisningen i grundsärskolan och berör särskilt frågan om det finns principiella skillnader mellan matematikundervisningen i grundsärskolan och grundskolan.

Skolverket

www.skolverket.se