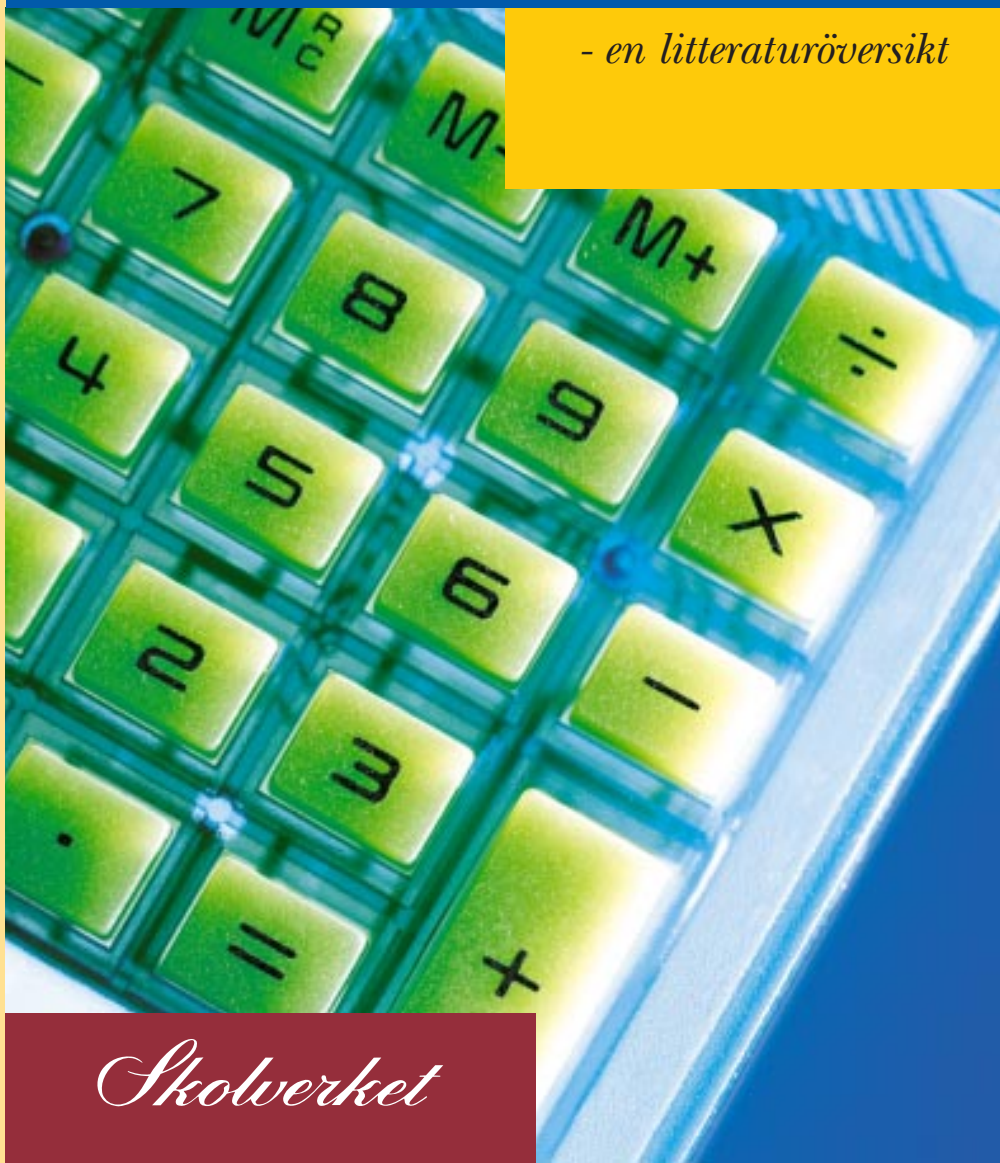


IRENE RÖNNBERG, LENNART RÖNNBERG

Minoritetselever och matematikutbildning

- en litteraturöversikt



Skolverket

SKOLVERKET'S MONOGRAFISERIE

är en skriftserie som etablerats för att möjliggöra utgivning av material som producerats med stöd eller på uppdrag av Skolverket.

Det gemensamma för skrifterna är att Skolverket gjort bedömningen att materialet är av intresse för en bredare publik.

Författarna svarar själva för innehållet och de ställningstaganden som görs.

SKRIFTER SOM PUBLICERATS I SERIEN:

Glenn Hultman & Cristina Hörberg

Kunskapsutnyttjande

Ett informellt perspektiv på hur kunskap och forskning används i skolan

Ingegerd Municio

Genomförande

Vem tolkar beslut och vem ser till att reformer blir mer än ord?

Britt Hallerdt

Studieresultat och social bakgrund

- en översikt över fem års forskning

Kjell Granström & Charlotta Einarsson

Forskning om liv och arbete i svenska klassrum

- en översikt

Ingrid Pramling Samuelsson & Ulla Mauritzson

Att lära som sexåring

En kunskapsöversikt

Birgitta Sahlén

Matematiksvårigheter och svårigheter när det gäller koncentration i grundskolan

En översikt av svensk forskning 1990-1995

Erik Wallin

Gymnasieskola i stöpsleven - då nu alltid

Perspektiv på en skolform

Mats Börjesson

Om skolbarns olikheter

Diskurser kring "särskilda behov" i skolan - med historiska jämförelsepunkter

Hans Ingvar Roth

Den mångkulturella parken

- om värdegemenskap i skola och samhälle

Ulla Forsberg

Jämställdhetspedagogik

- en sammanställning av aktionsforskningsprojekt

Jens Pedersen

Informationstekniken i skolan

En forskningsöversikt

Peder Haug

Pedagogiskt dilemma:

Specialundervisning

Moira von Wright

Genus och text

När kan man tala om jämställdhet i fysikläromedel?

Tullie Torstenson-Ed & Inge Johansson

Fritidshemmet i forskning och förändring

En kunskapsöversikt

Thomas Tydén och Annika Andræ Thelin (RED)

Tankar om lärande och IT

En forskningsöversikt

Ulla Riis (RED)

IT i skolan mellan vision och praktik

En forskningsöversikt

Pia Williams, Sonja Scheridan och Ingrid Pramling Samuelsson

Barns samlärande

En forskningsöversikt

Monica Söderberg Forslund

Kvinnor och skolledarskap

En kunskapsöversikt

Mats Ekholm, Ulf Blossing, Gösta Kåräng, Kerstin Lindvall, Hans-Åke Scherp

Forskning om rektor

En forskningsöversikt

Ingemar Emanuelsson, Bengt Persson, Jerry Rosenqvist

Forskning inom det specialpedagogiska området

En kunskapsöversikt

Ulla Lind

Positioner i svensk barnpedagogisk forskning

En kunskapsöversikt

Karin Rönnerman

Vi behöver varandra

En utvärdering

IRENE RÖNNBERG LENNART RÖNNBERG

Minoritetsselever och matematikutbildning

– *En litteraturöversikt*

SKOLVERKET

BESTÄLLNINGSADRESS:
LIBER DISTRIBUTION
PUBLIKATIONSTJÄNST
162 89 STOCKHOLM

TEL: 08-690 95 76
FAX: 08-690 95 50
E-POSTADRESS: skolverket.lds@liber.se
www.skolverket.se

BEST. NR. **01:617**

IRENE RÖNNBERG, LENNART RÖNNBERG
Minoritetselever och matematikutbildning
En litteraturöversikt

ISBN 91-89314-29-8
© IRENE RÖNNBERG, LENNART RÖNNBERG

FORM & TRYCK: LENANDERS TRYCKERI AB, KALMAR 2001 · 8515

Innehåll

Förord	9
Sammanfattning.....	11
1. Inledning	15
1.1. Uppdraget	15
1.2. Bakgrund	15
1.2.1. <i>Minoritetslevers resultat i matematik</i>	15
1.2.2. <i>"Minoritetslever"</i>	17
1.2.3. <i>Vikten av förbättrad matematikundervisning för minoritetslever</i>	18
1.2.4. <i>Matematikundervisning på ett andraspråk</i>	19
1.3. Frågeställningar och begränsningar	20
1.4. Informationskällor	21
1.5. Rapportens struktur	22
2. Varför uppvisar många minoritets- elever ett sämre resultat i matematik? ...	23
2.1. Introduktion	23
2.2. Undervisning på ett andraspråk	24
2.3. Språksocialisation	28
2.3.1. <i>Interaktionsmönstrets betydelse</i>	28
2.3.2. <i>Kontextoberoende språkfärdigheter</i>	32
2.4. Matematik och språk	34
2.4.1. <i>Det matematiska registret</i>	34
2.4.2. <i>Matematik som språk</i>	36
2.4.3. <i>Tvåsiffriga tals benämningar och barns uppfattningar av tal</i>	37

2.4.4.	<i>Summering</i>	42
2.5.	Arbetsätt, arbetsformer och interaktionsmönster i klassrummet. Det sociala klimatet i gruppen	43
2.6.	Informell och formell matematik	46
2.6.1.	<i>Elevens informella kulturella matematik</i>	46
2.6.2.	<i>Mötet med skolans formella kulturella matematik</i>	48
2.6.3.	<i>Summering</i>	50
2.7.	Dekontextualiserad matematikundervisning	50
2.8.	Olika svårigheter som matematiska uppgifter kan innebära	51
2.8.1.	<i>Kontextens betydelse</i>	51
2.8.2.	<i>Betydelsen av egna erfarenheter</i>	53
2.8.3.	<i>Betydelsen av meningsfullhet i uppgifterna</i>	55
2.8.4.	<i>Summering</i>	55
2.9.	Innehållet och elevens identitetsutveckling	56
2.10.	Uppfattningar av kunskap, lärande och matematikämnet	57
2.11.	Förväntningar på elevernas förmåga	59
2.11.2.	<i>Elever bemöts olika</i>	61
2.12.	Attityder till elevens språk	64
2.13.	Läraren ser som sin uppgift att fostra till en homogen majoritetsidentitet	66
2.14.	Lärares attityder till elevens familj och det lokala samhället/gemenskapen.....	67
2.15.	Maktrelationer i samhället återspeglas i klassrummet	68
3.	Förslag till åtgärder	69
3.1.	Arbetsätt och arbetsformer	69
3.2.	En förändrad lärarroll	74
3.3.	Att skapa ett socialt klimat för lärande i samverkan	75
3.4.	Undervisning på modersmålet	76
3.5.	När undervisningen inte kan ske på förstaspråket	77
3.6.	Att använda elevens modersmål som resurs	81

3.7.	Innehållet i undervisningen	82
3.7.1.	<i>Att utgå från elevernas verklighet</i>	82
3.7.2.	<i>Att utgå från elevernas tänkande</i>	83
3.7.3.	<i>Uppgifternas utformning</i>	83
3.8.	En pedagogik grundad på bekräftelse av eleven	84
3.9.	Multicultural Mathematics, etnomatematik och kritisk matematik	87
3.9.1.	<i>Multicultural Mathematics</i>	87
3.9.2.	<i>Etnomatematik</i>	88
3.9.3.	<i>Kritisk matematik</i>	89
3.10.	Särskild kursplan i matematik för minoritetselever	90
4.	Diskussion och överväganden	92
4.1.	Relevans	92
4.2.	Att flytta fokus	93
4.3.	Om behovet av att kartlägga elevers kunskande	94
4.4.	Tvåspråkig undervisning	95
4.5.	Matematikundervisning på ett andraspråk	97
4.6.	Problem som har med språket att göra	97
4.7.	Undervisningens innehåll och inriktning	99
4.8.	Om behovet av att förändra uppfattningar och attityder	102
4.9.	Styrdokument och styrsystem	103
	Referenser	105
	Övrig ej refererad litteratur	124

Förord

Skolverket gav i maj 1999 Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM i uppdrag att ta fram en översikt över dokumenterad forskning och utvecklingsarbete kring minoritetselever och matematikutbildning (Dnr 98:3022). Detta uppdrag sammanfaller delvis med ett uppdrag som NCM fått av regeringen i november 1999 gällande forskningsbaserade utvecklingsstudier av undervisningsmiljöers påverkan på den matematiska begreppsbildningen hos barn som har en sämre läs- och skrivförmåga än sina studiekamrater (U1999/3992/S). Denna rapport är därför både ett resultat av uppdraget från Skolverket och en delrapport till regeringen när det gäller de delar av uppdragen som sammanfaller.

Rapporten har utarbetats på uppdrag av Skolverkets handlingsprogram för Mål och resultat och Särskilt stöd i barnomsorg och skola. I programmens uppgifter ingår bland annat att bidra till en kunskapsutveckling när det gäller hur förskoleverksamhet och undervisning kan stödja elevers arbete att nå målen.

Irene Rönnberg och Lennart Rönnberg som skrivit denna rapport arbetar sedan 1983 respektive 1978 som lärare i åk 7-9 vid Fittjaskolan i Botkyrka. Översikten har tagits fram i nära anslutning till det treåriga matematikprojekt i Fittjaskolan som Utbildningsdepartementet beviljade medel till 1998. Detta bedrivs i samarbete med NCM, Mångkulturellt Centrum i Botkyrka och Södertörns Högskola. Genom att Skolverksuppdraget genomförts i anslutning till Fittjaskolans matematikprojekt och samordnats med regeringsuppdraget

till NCM har denna rapport blivit betydligt mer omfattande än vad som varit möjligt inom ramen för Skolverkets anslag.

Det är vår förhoppning att kunskapsöversikten skall bidra till en ökad förståelse för minoritetselevers undervisningssituation och stimulera till diskussion om och utveckling av vår matematikutbildning för dessa elever.

Lena Hammarberg
Skolverket

Bengt Johansson
Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM

Sammanfattning

Avsevärt färre minoritetselever når nationellt uppsatta mål och strävansmål i matematik jämfört med majoritetselever. Resultaten på de nationella proven i matematik, 1998 och 1999, visar att det är en betydligt större andel elever med annat modersmål än svenska som inte når upp till betyget Godkänd än elever med svenska som modersmål. Det är också en betydligt större andel svenskspråkiga elever som når betyget VG och MVG (Skolverket, 1999). En genomgång av forskning och utvecklingsarbeten visar att det finns många faktorer i undervisningssituationen som har betydelse för minoritetselevers möjligheter att lära matematik.

Av faktorer som har med undervisningens *uppläggning och organisation* att göra har undervisningsspråket en avgörande betydelse. Undervisningen i matematik ställer stora krav på språkbehärskning. Eftersom språket har stor betydelse för att utveckla tänkandet är det angeläget att eleverna får använda det språk de behärskar bäst när de studerar matematik. Att lösa textuppgifter i matematik, s.k. "benämnda uppgifter", utan illustrationer, vilket är vanligt i en traditionell läroboksbaserad undervisning, innebär att man måste använda språket i en kognitivt krävande, situationsoberoende och oftast kontextreducerad kommunikation (Chamot & O'Malley, 1987). Detta kräver dekontextualiserade, skolrelaterade, språkfärdigheter (Obondo, 1999; Säljö, 2000). Matematikundervisningen ställer också krav på att man behärskar och kan formulera sig med hjälp av ett symbolspråk och det matematiska "registret". Detta kan, förutom svårigheten med själva symbolspråket och "registret", också innebära att det ställs höga krav på språklig

korrekthet. En samstämmig internationell forskning om lärande på ett andraspråk visar att tvåspråkig undervisning som regel är effektivare än vad undervisning som enbart sker på andraspråket är, inte bara för att nå framgång i ämnesstudier, utan också för att utveckla andraspråket (Hyltenstam & Tuomela, 1996; Cummins, 1996; JET, 1997; Thomas & Collier, 1997). Trots detta har för närvarande endast 5 procent av minoritets eleverna i svenska skolor tvåspråkig undervisning (Tuomela, 2000). Det kan emellertid vara svårt att organisera tvåspråkig undervisning för elever med modersmål som talas av *enstaka* elever i skolan eller kommunen. Undervisning på enbart ett andraspråk kan emellertid ge ett bättre resultat om man beaktar olika språkliga faktorer, hur interaktionen i klassrummet sker, vilka arbetssätt man använder och hur man grupperar elever.

Faktorer som har med *innehållet* i undervisningen att göra har också betydelse. För att eleverna inte ska stanna upp i sin kunskapsutveckling när de börjar skolan måste matematikundervisningen anknyta till de kunskaper och erfarenheter som de har utvecklat före skolstarten. Detta kunnande är knutet till det egna språket och till erfarenheter från närmiljön. Undervisning på svenska kan bli svår att följa, inte bara för att den sker på ett andraspråk, utan också för att den ofta förutsätter kunskaper och erfarenheter som eleverna inte har. Att undervisningen utgår från ett västerländskt medelklassperspektiv kan innebära att kontexten i matematikuppgifterna uppfattas som främmande av eleven.

Av litteraturen framgår att alla barn, oavsett kulturell och språklig bakgrund, utvecklar grundläggande, informella, matematiska begrepp innan de börjar skolan. Många lärare som undervisar elever med annan språklig bakgrund uppfattar det däremot ofta som att eleverna inte har nödvändiga begrepp och erfarenheter för att kunna tillgodogöra sig undervisningen. Det kan bero på att elevens begrepp är för-

ankrade i andra språk och erfarenheter än vad undervisningen bygger på och att de därför har svårt att använda dem i en undervisning på majoritetsspråket. Detta visar dels på behovet av lärare som talar samma språk som eleven, dels på behovet av att utforma metoder som kan synliggöra och kartlägga elevernas kunskande. Exempel på sådana metoder finns beskrivna i projekten IMPACT (Campbell & Rowan, 1997) och CGI (Carey m.fl., 1995).

Av betygsresultaten framgår att det inte är *alla* minoritetselever som har ett sämre resultat i matematik än svenska elever. Det är minoritetselever som grupp, som lyckas jämförelsevis sämre. I likhet med övriga elever följer variationen i betygsresultat hos elever med vad som officiellt benämns "utländsk bakgrund" också elevernas sociala bakgrund. Elever med högutbildade föräldrar får högre betyg. Av skolverksrapporten "Barnomsorg och skola 2000" framgår emellertid att bland elever med likartade sociala förutsättningar når elever med "utländsk bakgrund" generellt sett sämre resultat än majoritetselever (Skolverket, 2000c).

Många av de förslag till förbättringar som beskrivs i litteraturen behöver inte medföra högre kostnader för verksamheten. Det som krävs är en förändring av uppfattningar och attityder hos alla som på något sätt har inflytande över elevens studiesituation. För att åstadkomma detta behövs dock resurser i form av kompetensutveckling. Det handlar bland annat om att förändra uppfattningar om matematikämnet, lärande, lärarrollen och om att förändra attityder till minoritetselevens kulturella bakgrund, till deras språk, till deras familj och till det lokala samhället.

Den förändring av matematikundervisningen som krävs för ett förbättrat resultat innebär en förskjutning *från* en undervisning med fokus på procedurer som ska läras in, *till* en undervisning som fokuserar förståelse av begrepp, där aktiviteter som reflektion och kommunikation är nödvändiga. Det

krävs också att undervisningen förändras från att se olikheter i elevernas färdigheter och erfarenheter som *hinder* i undervisningen, till att istället se dem som en *tillgång*. Alla elever har en fördel av att den mångfald och variation av matematikerfarenheter som finns i flerkulturella klasser synliggörs.

1. Inledning

1.1. Uppdraget

Skolverket har givit NCM i uppdrag att sammanställa en översikt över dokumenterad forskning och över utvecklingsarbeten rörande minoritetselever och matematikutbildning (Dnr 98:3022). I uppdraget har ingått att analysera och beskriva faktorer som påverkar undervisningsresultatet för dessa elever. De faktorer som enligt uppdraget skall belysas närmare är modersmålets betydelse och språkets betydelse i allmänhet för utvecklandet av begrepp, svårigheter att lära på ett andraspråk, socialisationsmönstrets betydelse, lärarens roll, arbets sätt, innehåll i kursplaner, lärares uppfattningar om matematikämnet och elevers förmåga att lära samt lärares attityder i övrigt.

1.2. Bakgrund

1.2.1. Minoritetselevers resultat i matematik

Skolverkets redovisning av resultaten på de nationella ämnesproven i matematik i åk 9 visar att elever med annat modersmål än svenska är överrepresenterade bland de elever som inte når betyget Godkänd. 1998 var det 24 procent av eleverna med annat modersmål än svenska och 9 procent av eleverna med svenska som modersmål som inte nådde betyget Godkänd (Skolverket, 1999a). Motsvarande resultat på provet 1999 var 28 procent för elever med annat modersmål än svenska och 11 procent för elever med svenska som modersmål (Skolverket, 1999b). När det gäller betygen Väl godkänd och Mycket väl godkänd hade 30 procent respektive 6 procent av

eleverna med svenska som modersmål dessa högre betyg, medan motsvarande resultat för elever med annat modersmål var 15 procent respektive 1 procent.

En analys av Nationella utvärderingen 1992 i matematik visar att detta inte är något nytt fenomen (Parszyk, 1999). Resultatet tycks inte heller vara kopplat till efterkrigstidens invandring till Sverige. I "Standardprovsresultat för tvåspråkiga elever i norra Sverige" 1963, visar Björkqvist och Henrysson att elever med samiska och meänkieli (tornedalsfinska) som modersmål, grupper som levt i landet sedan urminnes tider, också lyckades sämre än övriga elever i Sverige (Jernström & Johansson, 1997).

Förhållandet är likartat i övriga delar av världen. I majoritetssamhällets skolor når elever från språkliga och kulturella minoriteter generellt sett inte lika bra resultat i matematik som majoritetselever gör (Secada, 1992; Knight, 1994; Heesch, Storaker & Lie, 1998). I postkoloniala situationer förekommer det ofta att elever från stora nationella grupper undervisas på ett språk som en liten minoritet i landet har som sitt modersmål, vilket är den forna kolonialmaktens språk. Även i dessa länder har man generellt sett svårigheter att nå acceptabla resultat i matematik och andra ämnen för de elever som inte talar undervisningsspråket (Kilborn, 1991; Adler, 1999b). I Sydafrika finns ett stort tryck från föräldrarna att oavsett modersmål få sina barns undervisning på minoritetsspråket engelska, andraspråket, eftersom det ingick i den tidigare regimens förtryck att förvägra den afrikanska majoriteten en engelskspråkig skolgång (Setati, 1998; Adler, 1999b).

Det är naturligtvis inte så att alla enskilda minoritetselever, eller alla elever från en speciell minoritet lyckas sämre än majoritetselever i matematik, vilket också framgår av betygsstatistiken. Det är minoritetselever som grupp som lyckas jämförelsevis sämre. I likhet med övriga elever följer variationen i betygsresultat hos elever med, vad som officiellt benämns "utländsk bakgrund", elevernas sociala bakgrund. Elever med

högutbildade föräldrar får högre betyg. Av skolverksrapporten "Barnomsorg och skola 2000" framgår emellertid att bland elever med likartade sociala förutsättningar når elever med "utländsk bakgrund", generellt sett sämre resultat än majoritetselever (Skolverket, 2000 c). I en studie om hur köns- och socialgruppsskillnader påverkar matematikbetygen har Reuterberg och Svensson (2000) funnit att det fortfarande, trots det stora reformarbetet under 90-talet, finns stora skillnader i matematikbetyg mellan barn från olika socialgrupper. I den grupp av elever som lyckas sämre i matematik än andra finns, förutom barn från splittrade hem och barn till arbetslösa också barn med "utländsk bakgrund". Resultaten för en och samma minoritet kan också variera mellan olika länder. Samma etniska grupp lyckas olika bra i olika majoritetskulturer. Ogbu (1992) menar att olika minoritetsgruppers misslyckanden beror på maktrelationen mellan majoritet och minoritet och hur man inom gruppen uppfattar sin ställning i förhållande till majoriteten. Detta kan skilja sig åt för en och samma minoritet i olika majoritetskulturer.

1.2.2. "Minoritetselever"

Vi använder i den fortsatta framställningen benämningarna *minoritetselever* och *andraspråkselever*. Med *minoritetselever* avser vi elever som har ett annat modersmål än majoritetsspråket. De kan vara invandrare, barn eller barnbarn till invandrare, eller tillhöra etniska grupper som lever i landet sedan lång tid tillbaka som romer, samer och meikäläiset (tornedalingar). Benämningen *andraspråkselever* använder vi ibland för att understryka att det gäller minoritetselever som undervisas på ett språk de inte helt behärskar.

1.2.3. Vikten av en förbättrad matematikundervisning för minoritets elever

Kunskaper i matematik ingår som en av tre delkomponenter i OECD:s definition av läskunnighet (Literacy, Economy and Society, 1995). I ett ekonomiskt och teknologiskt avancerat samhälle krävs goda kunskaper i matematik hos alla medborgare för att man ska kunna bevaka sina rättigheter och delta i olika demokratiska processer (Skovsmose, 1994 b; Steen, 1997). Samtidigt krävs att fler ungdomar genomgår kvalificerad utbildning i matematik, naturvetenskap och teknik för att fylla de stora behoven av arbetskraft med sådan kompetens (Brev till Näringsdepartementet från TCO, LO, SACO, och SAF 2000-02-18).

För närvarande har ca 20 procent av barnen i Sverige en annan språklig och kulturell bakgrund än den svenska. De förändringar som skett inom skolan när det gäller pedagogik och arbetssätt under de drygt 30 år som denna situation har kommit till stånd, har inte i någon nämnvärd utsträckning beaktat att en så stor andel barn och ungdomar har andra kulturella och språkliga erfarenheter än majoriteten (Axelsson, 2000). Mycket talar för att invandringen till Sverige och övriga EU-länder kommer att fortsätta i allt större omfattning. Enligt beräkningar i "The Economist" behövs, med konstanta födelse- och dödstal, ett tillskott på 1,3 miljoner människor årligen till de femton EU-länderna för att storleken på befolkningen i arbetsför ålder ska bestå. För att proportionen mellan den arbetande befolkningen och pensionärer inte ska förändras, krävs ett tillskott på 13,5 miljoner årligen (The Economist 6/5 2000). Eftersom andelen elever med annan språklig och kulturell bakgrund sannolikt kommer att öka, är det angeläget att alla lärare och skolor utvecklar en kompetens att undervisa andraspråkselever på ett framgångsrikt sätt och inte bara de som i dagsläget har en stor andel minoritets elever.

1.2.4. Matematikundervisning på ett andraspråk

Matematik betraktas ofta som ett ämne där elever kan delta i en traditionell undervisning även om de inte behärskar undervisningsspråket. Detta har inneburit att många elever i svenska skolor placerats i ordinarie undervisning i matematik, samtidigt som de har bedömts ha för dåliga språkfärdigheter i svenska för att kunna delta i orienteringsämnesundervisningen. Nationella utvärderingen 1992 visar att av de elever som läste allmän kurs i matematik saknade hälften av eleverna från olika afrikanska länder och nästan hälften av eleverna från Västasien betyg i svenska (Parszyk, 1999). Att andraspråkselever deltar i en matematikundervisning som är organiserad för förstaspråkselever, visar att man inte beaktar den betydelse som språk och kultur har för matematikinläringen (Olivares, 1996; Thomas, 1997; Milman, Wolf & Tam, 1999; Ron, 1999). En förklaring till detta kan vara att man betraktar ämnet som förhållandevis lättillgängligt för minoritetselever som inte behärskar undervisningsspråket p.g.a att matematikämnet använder sig av ett universellt symbolspråk (Garrison & Kerper Mora, 1999). Enligt Löwing (2000) förekommer emellertid inte det universella, skriftliga symbolspråk som man använder när man studerar traditionell universitetsmatematik, i undervisningen på grundskolan. Av litteraturen framgår att det emellertid inte bara är språkliga faktorer som har betydelse för hur minoritetselever lyckas. Matematikdidaktiska och allmänna pedagogiska faktorer, däribland sådana som har med kulturmöten att göra, har också stor betydelse.

1.3. Frågeställningar och begränsningar

De frågeställningar vi har utgått ifrån är varför skolan i så gott som hela världen når ett sämre resultat med minoritetselever, om man kan förändra denna situation och i så fall hur. I rapporten presenterar vi olika uppfattningar om *orsaker* till att minoritetselever är överrepresenterade bland de elever som inte når godkända resultat och beskriver några av de *åtgärder* man vidtagit som har inneburit ett förbättrat resultat.

I vår beskrivning har vi begränsat oss till faktorer som är av matematikdidaktisk eller pedagogisk karaktär, d.v.s. faktorer som är möjliga för lärare och kommunala och lokala skolledare att påverka eller ta hänsyn till när man organiserar och genomför verksamheten på skolan. Detta ska inte uppfattas som att hela ansvaret för om skolan lyckas föra minoritetselever till uppnående- och strävansmål i matematik eller inte vilar på enskilda lärare. Stigler och Hiebert (1999) hävdar att matematikundervisning är en kulturellt påverkad aktivitet. Även om det finns skillnader mellan hur olika lärare i en och samma kultur undervisar i matematik, är skillnaderna *mellan* olika kulturer större än *inom* olika kulturer. Enligt Adler (1998) kan framgång och misslyckanden i matematikundervisningen inte enbart förklaras utifrån enskilda lärares agerande, eftersom matematikutbildning är en kulturell process och kursplaner i matematik är sociala och politiska konstruktioner. Cummins (1996 & 1997) hävdar att undervisningens resultat också påverkas av de maktrelationer som råder mellan majoriteten och olika minoriteter i samhället som helhet. Dessa maktförhållanden påverkar såväl hur utbildningen organiseras som lärares förhållningssätt till olika elevgrupper.

En faktor som skolpersonal eller skolpolitiker kan påverka, men som inte berörs i denna översikt, är de problem som olika utvärderingsmetoder kan innebära genom att de inte gör minoritetselever rättvisa. En annan faktor som vi inte berör är den potential för elevernas matematikutveckling som

kan finnas i samverkan mellan hem och skola. Att vi inte har behandlat dessa faktorer närmare i översikten beror på nödvändigheten av begränsning i detta arbete, inte på att dessa faktorer skulle ha mindre betydelse än övriga faktorer. För den som vill ta del av litteratur och utvecklingsarbeten på dessa områden hänvisar vi till Cummins (1984), Tate (1995b) och Belcher m.fl. (1997) när det gäller utvärdering, och Peressini (1997), Strutchens m.fl. (1997) och Weschke (2000) när det gäller samverkan med föräldrar.

1.4. Informationskällor

Översikten baseras på litteratur från flera olika områden. Förutom pedagogik och matematikdidaktik har arbeten inom etnologi, antropologi, lingvistik och andraspråksforskning varit av intresse. Den litteratur som berör ämnet för översikten är omfattande och rapporten gör därför inte anspråk på att vara heltäckande. Utgångspunkt vid litteratursökandet har varit den empiri som visar att en traditionell undervisning i matematik för minoritets elever inte ger önskvärda resultat.

Vi har inriktat oss på att ta del av olika utvecklingsprojekt som inneburit ett förbättrat resultat för att se om och på vilket sätt de olika åtgärder man vidtagit berör de faktorer som det ingick i uppdraget att studera närmare. Vi har också sökt forskningslitteratur om dessa olika faktorer. Vi har utgått från några internationella standardverk i matematikdidaktik och andraspråksutveckling och antologier om minoritets elever och matematikutbildning som har publicerats under 1990-talets senare hälft. Referenser i dessa verk och sökande i Libris och på Internet har hjälpt oss vidare. Vi har sedan matematikprojektet i Fittja startade 1998, haft kontakt med matematikdidaktiker från bl.a. Singapore, USA, Ryssland, Sydafrika, Storbritannien och Danmark, dels genom deras föreläsningar inom projektet, dels via ett antal internationella konferenser.

Detta har inneburit olika sök- och läsuppslag. Delar av innehållet i rapporten har tidigare presenterats och diskuterats på Matematikbiennalen i Göteborg i januari 2000 (Rönnberg & Rönnberg, 2000) och vid ett antal olika seminarier, vilket också påverkat innehållet. Se t.ex. Rönnberg & Sjögren (2000).

1.5. Rapportens struktur

Rapporten består av två delar och en avslutande diskussion. Den första delen innehåller olika uppfattningar om *orsaker* till att minoritetselever är överrepresenterade bland de elever som lämnar skolan utan acceptabla kunskaper i matematik. Den andra delen innehåller olika *förslag till åtgärder* som man anser kan förbättra undervisningen för dessa elever. Vår avsikt har varit att först presentera faktorer som har med undervisningens organisation att göra, därefter faktorer som är kopplade till innehållet i undervisningen och sist faktorer som är relaterade till lärares uppfattningar och attityder, t.ex. uppfattningen om matematik som ämne och inställningen till elever som har en annan kulturell bakgrund än läraren själv. Detta innebär att faktorer som är av allmänpedagogisk karaktär, inklusive faktorer som har med kulturmöten att göra, varvas med matematikdidaktiska faktorer. I den andra delen har vi följt en liknande struktur. Först kommer avsnitt som behandlar åtgärder i undervisningens organisation. Därefter kommer avsnitt som behandlar åtgärder när det gäller undervisningens innehåll. Vi redogör också för vad som anses vara viktigt för att minoritetselever ska känna sig bekräftade i undervisningssituationen samt för några olika sätt att se på matematik och matematikundervisning för minoritetselever.

2. Varför uppvisar många minoritets elever ett sämre resultat i matematik?

2.1. Introduktion

Den bild av barn med flerkulturell bakgrund som framkommit i forskningslitteratur in på 70-talet har ofta varit mycket negativ (Jernström och Johansson, 1997). Man använde t.ex. begrepp som "depraverade" om barn med annan språklig bakgrund än majoritetens (Jfr De Avila, 1988; Ginsburg, 1997). Ett sämre resultat hos dessa elevgrupper förklarades med att problemet låg hos barnet eller i familjens bakgrund. Exempel på sådana "problem" som lyftes fram var "halvspråkighet", att tvåspråkighet orsakar språkblandning och att vissa barn har ett sämre språk med sig hemifrån (Johansson, 1996). Enligt Licón Khisty (1995) har de paradigmen som tidigare väglett undersökningar om orsaker till att minoritets elever misslyckas i matematik antagit att problemet är relaterat till brister hos barnet, om inte genetiska så i alla fall kulturella. Man har koncentrerat sig på vad eleverna *inte* vet, vilka erfarenheter de troligen *inte* har och vad för slags språkliga och beteendemässiga avvikelser de uppvisar som är oförenliga med skolans normer. Enligt Licón Khisty har de åtgärder som vidtagits för att komma tillrätta med bristerna utgått från dessa vad hon kallar patologiska förklaringsmodeller. Åtgärderna har därför varit inriktade på att förändra eleven och elevens familj.

Allardice och Ginsburg (1983) och Ginsburg (1997) hävdar att alla barn, oavsett kulturell och socioekonomisk bakgrund, utvecklar grundläggande informella matematiska begrepp

före skolstarten och att skillnader i kognitiva förutsättningar därför inte kan förklara att vissa grupper av barn i större utsträckning än andra misslyckas i skolans matematikundervisning. Det faktum att minoritets elever är överrepresenterade bland de elever som inte lyckas i matematik förklaras av bl.a. Moses, Kami, McAllister Swap och Howard (1989) och Silver, Schwan Smith och Nelson (1995) med att dessa elever inte ges möjligheter att delta i en meningsfull och utmanande matematikundervisning, inte med bristande förutsättningar hos eleverna.

2.2. Undervisning på ett andraspråk

Vygotsky (1986) framhäver den betydelse som språket har som verktyg för tänkandet i lärandeprocessen. För att begrepp ska utvecklas är det nödvändigt att man får tillfälle att bearbeta dem språkligt, vilket sker genom reflektion och kommunikation (Barnes, 1978). Detta gäller även begreppsutveckling i matematik (Pimm, 1989; Ernest, 1994; Bratt & Wyndhamn, 1996; Hiebert m.fl., 1997; Alrø & Skovsmose, 1999). Språket är inte bara nödvändigt för att utveckla och kommunicera kunskap. Det vi lär oss är dessutom nästan oupplösligt sammankopplat med vår förmåga att kommunicera motsvarande kunskande (Barnes, a.a.).

Om undervisningen sker på ett annat språk än modersmålet, ett andraspråk som eleven inte helt behärskar, kommer detta att utgöra ett hinder för eleven, inte bara för att eleven har svårt att språkligt förstå undervisningens innehåll, utan också för att möjligheterna till kommunikation blir sämre. Enligt Thomas och Collier går såväl elevernas kognitiva utveckling, som utvecklingen i skolämnena långsammare om de bara undervisas på ett andraspråk. Eleverna har mycket svårt att komma ikapp jämnåriga kamrater som har undervisningsspråket som förstaspråk (Thomas & Collier, 1997). Om nya begrepp introduceras på ett språk eleven inte behärskar,

måste eleven kämpa med två okända storheter samtidigt, både språket och begreppet. Denna dubbla uppgift gör lärandet mycket svårt (Kilborn, 1991; Garrison & Kerper Mora, 1999). Thomas & Collier har i sin undersökning konstaterat att elever som gått i tvåspråkiga program med ämnesundervisning på åldersadekvat nivå i båda språken däremot kommer ikapp enspråkiga engelsktalande kamrater i alla skolämnen.

Ramirez har genomfört en åttaårig longitudinell studie som jämför effektiviteten i tre olika sätt att organisera ämnesundervisningen för andraspråkselever i USA. Studien refereras i en sydafrikansk forskningsöversikt (JET, 1997). Eleverna delades in i tre grupper. En grupp undervisades enbart på engelska redan från början. Den andra gruppen hade, förutom att undervisningen var organiserad som för den första gruppen, också 40 minuter undervisning per dag på sitt modersmål spanska under de första tre åren. Den tredje gruppen hade 40 procent av undervisningen på spanska och en gradvis introduktion till engelskspråkig undervisning fram till och med slutet av det sjätte skolåret. Resultaten av studien visar att de första två grupperna höll jämna steg med engelskspråkiga kamrater under de första tre åren men att de sedan mer och mer kom efter i kunskapsutvecklingen, särskilt i matematik. Vid studiens slut hade den tredje gruppen passerat de båda andra i andraspråket engelska och deras färdigheter i engelska låg över genomsnittet för deras engelskspråkiga kamrater.

Ett sätt att underlätta för andraspråkselever att utveckla matematiska begrepp är att använda andra representationsformer än verbala och symboliska (Mohan, 1986; Cummins, 1996). För lärare i lägre årskurser är det naturligt att använda olika metoder att konkretisera undervisningen, men i senare årskurser tänker man kanske inte på betydelsen av att använda illustrationer och konkret materiel när man ska introducera nya begrepp på ett språk som är främmande för eleverna.

Det matematiska kunnande och de grundläggande matematiska principer som barn enligt flera forskare, bl.a. Carey m.fl. (1995) och Ginsburg (1997) bygger upp före skolstarten för att t.ex. lösa additions- och subtraktionsproblem är knutna till det egna språket (Kilborn, 1991). När barnet börjar skolan kan det få svårt att knyta ihop tidigare räkneerfarenheter med skolans undervisning. Hur stora dessa svårigheter blir beror naturligtvis på i vilken utsträckning barnet har kommit i kontakt med matematik på undervisningsspråket före skolstarten. När barn med olika bantuspråk som modersmål börjar i den portugisiskspråkiga undervisningen i Moçambique, berövas de enligt Kilborn språket för sina erfarenheter och måste börja om i sin matematikutveckling på portugisiska.

Olika situationer ställer olika krav på språkbehärskning. I vardaglig kommunikation har man stöd av sammanhang, mimik och kroppsspråk. Den färdighet som krävs för att kunna hantera språket i sådana situationer benämner Cummins "Basic Interpersonal Communication Skills", "BICS" (Cummins & Swain, 1986). För att kunna tillgodogöra sig undervisningen i en traditionell läroboksbaserad undervisning räcker det enligt Cummins inte med allmänna kommunikativa språkfärdigheter. Denna uppfattning delas av Säljö (2000). Enligt Cummins och Säljö måste man också ha utvecklat kontextoberoende färdigheter på undervisningsspråket. Med sådana färdigheter menas att man kan använda språket för att kommunicera om sådant som inte är situationsbundet ("här och nu") och som inte har stöd av sammanhang (kontext) eller icke-verbal interaktion. Säljö använder benämningen "skolrelaterade språkfärdigheter" för att beskriva denna kompetens. Cummins benämner samma kompetens "Cognitive Academic Language Proficiency", "CALP". Cummins har i sin forskning (1981) visat att det tar 5-7 år för den som anländer till ett nytt land under skollåldern att nå en språkfärdighet på CALP-nivå på andraspråket.

Cummins resultat bekräftas i Thomas och Colliers longitudinella studier med preciseringen att detta endast gäller barn som har fått något eller några års skolgång på sitt modersmål. De fann, att för elever som invandrat vid en ålder mellan åtta och elva år och erhållit 2-5 års skolgång på sitt modersmål i hemlandet, tog det 5-8 år att uppnå CALP av en åldersadekvat nivå. För dem som anlänt före åtta års ålder och därmed inte hade någon eller mycket kort skolgång på modersmålet, krävdes det däremot längre tid, 7-10 år, eller ännu mera. De barn som anlände före åtta års ålder hade, förutom antal års skolgång på modersmålet, samma bakgrundskaraktistika som de som anlände i elvaårsåldern (Thomas & Collier, 1997).

Ron (1999) menar att lärare måste uppfatta skillnaden mellan språkbehärskning i BICS och CALP för att förstå vilken betydelse språket har i matematikundervisningen. Detta gäller både enspråkiga och flerspråkiga undervisningssituationer. Hon hävdar att lärare ofta utgår från att det språk som används för att kommunicera matematik och uttrycka matematiska begrepp är en del av vårt vardagsspråk, vilket leder till att man också tror att det språket är lika lätt att erövra som vardagsspråket. Hon anser att det också är vanligt att lärare antar att vardagsspråket kan uttrycka det matematiska symbolspråket på ett okomplicerat sätt. Även om lärare inser att det förekommer speciella ord och fraser i matematikundervisningen som barnet måste lära sig, antar man att det språk man använder för att göra dessa uttryck meningsfulla är elevens vardagsspråk. (Se vidare avsnitt 2.1.4.1.) Enligt Ron är det heller inte entydigt vad det innebär att behärska matematikens språk på bara ett språk. Det blir ännu mer komplicerat om man betraktar tvåspråkighet och matematik. Det är ovanligt att en tvåspråkig person är lika kunnig i båda språken i alla aspekter. Vanligtvis har en tvåspråkig person lärt sig vissa ämnen på det ena språket och andra ämnen på det andra. Det är alltså ett misstag att tro att en tvåspråkig person normalt sett behärskar matematikens språk lika bra på båda språken.

Enligt Ron (1999) har "ordproblem" eller s.k. benämnda uppgifter en nyckelroll i matematikundervisningen i de lägre årskurserna. De utvecklar de tankefärdigheter som behövs i senare årskurser för att förstå undervisningen i t.ex. algebra. Ordproblem i de lägre årskurserna kräver enligt henne en språkbehärskning på en viss nivå för att elever ska kunna tolka och lösa uppgifterna. Först måste eleverna förstå orden. Därefter måste eleverna kunna tolka de matematiska relationerna i problemet så att de förstår vad som efterfrågas i uppgiften. Sedan måste eleverna använda de matematiska relationerna för att lösa uppgiften. I alla dessa steg har språket stor betydelse. Enligt Chamot och O'Malley (1987) krävs att man förstår kontextreducerat språk för att kunna lösa i text formulerade matematikuppgifter utan illustrationer (Jfr Cummins & Swain, 1986; Säljö, 2000).

Parszyk (1999) har i sin forskning om minoritetslevers upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan funnit att det bara är ett fåtal av eleverna som får hjälp med språket i matematikuppgifterna av sina modersmåls lärare, trots att lärarna i matematik bedömer att språksvårigheter är orsaken till att andraspråkselever har större svårigheter med matematik än andra elever. De modersmåls lärare som hon intervjuade uppgav att de sällan fick förtroendet att undervisa sina elever i matematik. Den praxis som gäller i Sverige är att eleverna får ämnesundervisning enbart på svenska och möjligheter till undervisning i modersmålet ett par timmar per vecka. Det är endast 5 procent av minoritetsleverna som har tvåspråkig ämnesundervisning (Tuomela, 2000).

2.3. Språksocialisation

2.3.1. Interaktionsmönstrets betydelse

De mönster för hur elever och lärare respektive elever och elever kommunicerar med varandra i klassrummet skiljer sig

mycket från vardagliga kommunikationsmönster. Granström och Einarsson (1995) refererar i sin översikt "Forskning om liv och arbete i svenska klassrum", till forskning med exempel från matematiklektioner som visar att interaktionsmönstret i undervisningen ofta karakteriseras av ett snabbt fråga-svar-mönster som styrs av läraren. Elevernas svar är en direkt följd av lärarens styrning, vilket innebär att eleverna sällan förändrar den aspekt läraren valt genom egna initiativ. Elevernas uppgift är att lyssna, be om ordet samt svara på de frågor som läraren ställer till dem (Jfr Kilborn, 1979). En faktor som har stor betydelse för hur barn lyckas i skolan, oberoende av vilket ämne som studeras, är i vilken utsträckning de behärskar det interaktionsmönster som präglar undervisningen. Det är av avgörande betydelse för hur barnet kommer till tals och för barnets möjligheter att visa vad det kan.

Barn utvecklar olika sätt att förhålla sig i kommunikativa situationer beroende på hur språket används i barnens hem och i den kultur där de växer upp. Flera forskare har studerat hur denna språksocialisation skiljer sig åt mellan olika kulturer (Heath, 1983; Minami & Ovando, 1992; Obondo, 1999). Språksocialisationen innebär inte bara att barnet lär sig språket och hur man använder språket i samtal med andra, utan också att man lär sig hur man inhämtar kunskap och att man lär sig familjens och gruppens normer och värderingar (Obondo, 1999).

Enligt Obondo kan man urskilja två ytterligheter i hur vuxna kommunicerar med barn. I den ena änden av ett kontinuum finns vad Obondo kallar ett *barncentrerat* förhållningssätt vilket är vanligt i den västerländska medelklasskulturen. I den andra änden finns vad man skulle kunna kalla ett *situationscentrerat* förhållningssätt. I det *barncentrerade* förhållningssättet betraktas barnet redan från början som en enskild, självständig individ och behandlas som ett aktivt subjekt vars åsikt inte bara efterfrågas, utan också anses vara relevant. Barnet intar redan från början rollen som samtalspartner och för att uppnå kom-

munikation bryts språket ner på alla nivåer. Samtalsrutinerna innehåller dels förenklingar av språket som t.ex. överdrivet uttal och kortare meningar, dels utvidgning av språket som t.ex. verbala omformuleringar och tolkningar av barnets avsedda meddelande. Föräldrar pekar ut, beskriver och förklarar vad som finns i omgivningen och vad olika företeelser innebär. Barnets reaktioner uppmärksammas och interaktionen bärs fram av en tredelad växling barn-vuxen-barn, där barnet drivs till att förbättra eller precisera den först givna informationen. Dessa tillvägagångssätt och strategier liknar dem som förekommer i klassrum inom de västerländska utbildningssystemen, vilket innebär att barn som växer upp i en västerländsk medelklasskultur också socialiseras till ett interaktionsmönster som präglar undervisningen i skolan.

I ett *situationscentrerat* förhållningssätt används upprepningar där vuxenformen av yttrandet bevaras för att förklara eller förtydliga för barnet istället för förenklingar av det talade språket, eftersom man anser att barn behöver höra sammansatt tal för att tillägna sig språket och bli grammatiskt kompetenta. Barnet betraktas inte som samtalspartner på samma sätt som i det barncentrerade, västerländska förhållningssättet och man ställer sällan testfrågor eller didaktiska frågor som kräver utförliga beskrivningar eller förtydliganden om föremål eller förhållanden (Obondo, 1999). Barn som växer upp med ett situationscentrerat förhållningssätt kan uppfatta skolans interaktionsmönster som mycket annorlunda i förhållande till de egna mönstren, vilket kan påverka deras skolframgång (Heath, 1983; Obondo, 1999; Runfors & Sjögren 1996; Sjögren 1996a).

Naucér och Boyd (1997) har studerat hur turkiska respektive svenska mammor agerar när de läser sagor för sina barn och hur svenska förskollärare agerar i motsvarande situationer i förskolan. Genom olikheter i kommunikation kring det lästa uppstår enligt dem olikheter i hur barnen socialiseras i språket. De turkiska mammorna i studien läser sagan från början

till slut och barnen har en lyssnande roll, medan de svenska mammorna läser sagan i ett fråga-svarmönster med barnet där båda har rollen av talare och lyssnare. Detta mönster påminner mycket om interaktionsmönstret i svenska skolor. De svenska förskollärarna interagerar på olika sätt med turkiska respektive svenska barn när de läser sagor för dem. När de läser för de svenska barnen gör de som de svenska mammorna och när de läser för de turkiska barnen får barnen ofta en ännu mera passiv roll än när mammorna läser för dem. Detta innebär att de svenska barnen får ett mycket större utrymme för språklig produktion i situationer som denna än vad de turkiska barnen får. De svenska barnen "lär sig" genom detta förhållningssätt normen för interaktionen i västerländska klassrum både hemma och i förskolan medan många av de turkiska barnen inte får tillfälle att göra det, vare sig hemma eller i förskolan. Naucleur och Boyd (1997) menar att minoritetslevers brist på erfarenhet av klassrumsinteraktion och hur man ska agera för att visa vad man kan i svenska klassrum kommer att ha konsekvenser för hur dessa elever lyckas i skolan.

Heath (1983) beskriver i "Ways with Words" hur språksocialisationen hos vit respektive svart arbetarklass i regionen Piedmont of Carolinas i USA skiljer sig åt och hur båda dessa gruppers språksocialisation skiljer sig från såväl den vita som svarta medelklassens, vars mönster präglar undervisningen i förskola och skola. De skillnader hon har iakttagit handlar inte bara om språkanvändning och sociala interaktionsmönster utan också om tids- och rumsuppfattning och hur barnen agerar i problemlösningssituationer. När barnen börjar skolan har de vita arbetarklassbarnen till en början större framgång än de svarta arbetarklassbarnen eftersom de har socialiserats in i ett interaktionsmönster som stämmer med skolans, som t.ex. att var sak har sin tid och plats och att man memorerar och återger så nära verkliga förhållanden som möjligt. Att fabulera och fantisera betraktas i dessa barns familjer som att fara med osanning vilket inte är accepterat. I takt med att

undervisningen ställer krav på kontextreducerade språkfärdigheter och att man använder sin fantasi och arbetar med hypotetiska situationer, får de vita arbetarbarnen svårigheter i undervisningen. I dessa senare årskurser, när vissa av de språkfärdigheter som de svarta arbetarbarnen har socialiserats till skulle ha varit en tillgång, som t.ex. förmågan att fabulera, fantasera och tänka hypotetiskt, har de redan slagits ut p.g.a. att deras interaktionsmönster inte alls stämde med interaktionsmönstret i skolans tidigare årskurser. Medelklassbarnen från den närbelägna staden, såväl svarta som vita, uppvisar inte de svårigheter som arbetarklassens barn har och lyckas därför genomgående bättre i skolan.

2.3.2. Kontextoberoende språkfärdigheter

Säljö (2000) menar att målsättningen för verksamheten i skolan, att förmedla kunskaper av litterat karaktär, leder till speciella sätt att kontextualisera budskap. För att man ska uppfatta det som sägs i skolans undervisning som begripligt och relevant, krävs att man är förtrogen med dessa sätt. För den som inte har denna förberedelse uppstår olika slags problem som ibland tolkas som uttryck för brister av *medicinsk natur*, men som man enligt Säljö också kan välja att förstå som *kommunikativa* problem. Både Obondo (1999) och Säljö menar att huvudorsaken till att vissa elever har svårigheter i skolan, kanske inte är att de har brister i förmågan att läsa, utan hör ihop med att ett kontextoberoende språk används.

Av IEA:s undersökning av läsfärdighet hos skolbarn i Sverige framgår att graden av kontakt med skrivet språk i hemmet har betydelse för läsförståelsen. Den visar att det finns ett positivt samband mellan bakgrundsfaktorer som antal böcker, förekomsten av tidningar i hemmet och föräldrarnas utbildning, och barnens läsfärdighet (Skolverket, 1995). Det är emellertid inte bara i vilken mån barn uppfattar läsning och skrivande som integrerade delar av vardagslivet som har betydelse för den skriftspråkliga utvecklingen. De *syften* man har med läsan-

de och skrivande i barnets omgivning bidrar enligt Heath (1983) till att barnet utvecklar kontextoberoende språkfärdigheter i olika stor utsträckning. Heath visar i sin studie att de situationer och sammanhang där man använde skrivet språk i den svarta och vita medelklassen skiljde sig mycket från hur man använde skrivet språk i arbetarbarnens hem. Hon konstaterar också att skrivet språk användes i olika situationer och sammanhang i de vita respektive svarta arbetarfamiljerna.

I en språksocialisation enligt det västerländska medelklassmönstret utvecklar barn enligt Obondo (1999) också kontextoberoende språkfärdigheter genom den utvidgning av barns yttranden som hela tiden görs. I vilken utsträckning de samtal som föräldrar för med sina barn är påverkade av skrivet språk är ytterligare en faktor som enligt henne påverkar utvecklandet av kontextoberoende färdigheter.

Obondo (a.a.) hävdar att barn från språkliga minoriteter ofta utvecklar hög grad av språklig kompetens när det gäller att förstå olika yrkesgruppers språk genom att de ofta tolkar åt sina föräldrar. Denna kompetens tas oftast inte tillvara i skolan där man istället kan bli tvungen att lära sig osammanhängande ord och meningslösa fraser. De mönster för språkanvändning och social interaktion som barnen har med sig hemifrån till skolan utnyttjas inte heller, utan osynliggörs ofta av deras lärare och när det sker kan det hota språkliga minoriteters skolframgång och sociala integration. Obondo anser att skolan slösar bort de resurser som minoritetsbarnen har med sig om den inte införlivar eller bygger på de kompetenser och de språkanvändningsmönster som har lett till framgångsrikt lärande i minoritetsbarnens hem och närsamhälle.

Det är viktigt att konstatera de skillnader som kan finnas i interaktionsmönster mellan skolan och barnens hem utan att betrakta detta som en brist hos eleverna som måste rättas till för att de ska kunna tillgodogöra sig undervisningen. Var eventuella "brister" finns beror på vilket perspektiv man har. Om man är beredd att uppfatta undervisningssituationen som

en interaktion, borde det enligt Barnes (1978) vara lika naturligt att förklara en elevs misslyckande med att *skolan* inte lyckas förstå elevens budskap, som att säga att *eleven* inte lyckas förstå skolans budskap.

2.4. Matematik och språk

2.4.1. Det matematiska registret

Inom lingvistikens skiljer man mellan arter i ett språk som beror på användaren och arter som beror på vad språket används till. Olikheter som beror på *användaren* kan vara dialekter, sociolekter och andra varieteter av standardspråket som t.ex. rinkebysvenska. Den språkarter som beror på *vad språket används till* benämns "register". Register är inte synonymt med terminologi utan omfattar också mer sammansatta uttrycksätt. Olika register skiljer sig åt när det gäller graden av formalitet, ordval, uttal och syntax.

Matematik har sitt eget register vilket är det verbala språk vi använder för att kommunicera matematiska begrepp och idéer. Det matematiska registret är svårt att erövra för elever i allmänhet, eftersom det bl.a. innehåller många ord som är likalydande ord i vardagsspråket, men har en speciell teknisk betydelse i matematik (Halliday, 1978; Pimm, 1989). Exempel på sådana ord i det svenska språket är t.ex. "axel" och "volym" vilka betyder olika saker på vardagsspråket och i matematik. Registret innehåller också ord som för eleven kan förefalla synonyma till ord i vardagsspråket, men som är strikt definierade. Cirkel är *inte* detsamma som ring, sfär är något annat än klot eller kula. Vissa uttryck är också mycket speciella som t.ex. "kvadraten på hypotenusan". Det är nog också vanligt att lärare uppfattar och använder till synes enkla ord i registret, t.ex. "ental" och "tital", som om de vore en del av vardagsspråket trots att de praktiskt taget aldrig används annat än på matematiklektioner. När undervisningen sker på ett språk eleven

inte behärskar, är svårigheterna att hantera det matematiska registret naturligtvis större för eleverna (Hvenekilde, 1991; Licón Khisty, 1995; Miura & Okamoto, 1999).

Adler (1998 & 1999a) visar på olika svårigheter eller dilemma som hanteringen av språket och det matematiska registret innebär för alla lärare i undervisningssituationen men som är större för lärare i flerspråkiga klassrum. En svårighet berör de lärare som talar samma språk som minoritets eleverna och handlar om kodväxling. I vilken utsträckning ska lärare själva använda och i vilken utsträckning ska de kräva att eleverna använder undervisningsspråket, med tillhörande matematiska register, för att eleverna ska *erövra det* och i vilken utsträckning ska lärare respektive elever använda det språk som eleverna *behärskar bäst*, för att ge dem bättre möjligheter att förstå de matematiska begreppen? Denna problematik finns även i undervisning där lärare och elever *inte* talar samma språk. I vilken utsträckning ska eleverna få använda sitt *eget* språk och i vilken utsträckning ska lärarna kräva att eleverna använder *undervisningsspråket*? En annan svårighet är i vilken utsträckning lärare ska fokusera på *språkligt formella* färdigheter för att eleverna ska utveckla sin förmåga att kommunicera matematik. Det krävs ett visst mått av korrekthet för att andra ska förstå vad man menar. Om man vill uppmuntra eleverna att sätta ord på sina tankar och intuitiva idéer för att de ska utveckla självförtroende och tillit till sitt eget tänkande, vilket nästan alltid sker på ett informellt språk, kan emellertid kravet på språklig korrekthet verka hämmande. Om lärare uppmanar eleverna att lägga vikt vid hur de strukturerar och presenterar egna matematiska tankegångar och att använda det matematiska registret korrekt, kan det också innebära svårigheter för eleverna att samtidigt fokusera på innehållet i sina förklaringar i tillräcklig omfattning för att kunna reda ut hur de tänker.

2.4.2. Matematik som språk

I "Mathematics as a Language" betraktar Usiskin (1996) matematik inte bara som ett av flera språkliga register utan som *ett eget språk*. Som de flesta moderna språk är matematik både muntligt och skriftligt och kan vara antingen informellt eller formellt. Som för alla språk är kommunikation ett huvudsyfte. I likhet med andra språk beskriver det inte bara begrepp utan påverkar också hur begreppen formas i användarens tankar. Som alla språk har matematik sina unika egenskaper. Matematik är enligt Usiskin som ett språk p.g.a. att det är ett språk bland andra.

Johnsen-Høines (1990) anser att matematik fungerar som ett främmande språk för inläraren. Främmande språk står inte i direkt kontakt med begreppsinnehållet och det kräver översättning med hjälp av ett språk av första ordningen, modersmålet, för att det ska komma i kontakt med inlärares associationsvärld. Vygotsky betecknar sådana språk som språk av andra ordningen. (Vygotsky, 1986; Johnsen-Høines, 1990). För minoritets elever som undervisas i matematik på ett språk de inte behärskar, innebär detta alltså att de ska utveckla två språk av andra ordningen samtidigt, både matematik och undervisningsspråket, vilket oftast måste ske utan möjligheter att översätta med hjälp av ett språk av första ordningen, modersmålet.

Förutom att matematikens språk är mycket specifikt, saknar det den redundans och parafrasering som ofta underlättar förståelsen i andra typer av språk. Den långt drivna specialiseringen innebär också att det sällan förekommer i andra skolämnen och inte heller i undervisningen i andraspråket. Flera forskare anser därför att detta språk bäst lärs i en kontext med inriktning på kommunikation av matematiska begrepp, processer och tillämpningar (Chamot & O' Malley, 1994; Milman, Wolf & Tam, 1999).

Vardaglig kommunikation på ett andraspråk och kommunikation i matematik skiljer sig åt i flera avseenden vilket försvårar

rar för eleven (Jfr 2.2.). Olivares (1996) tar upp tre sådana försvårande skillnader. För det första måste man arbeta med abstraktioner och symboler för att kommunicera matematik. Detta medför att man inte kan använda samma knep, t.ex. kroppsspråk, miljö eller meddelandets kontext, som man använder för att förstå vardaglig kommunikation. För det andra är oftast alla element i ett matematiskt påstående avgörande för att förstå hela budskapet till skillnad från i vardagsspråket, där man oftast inte behöver förstå alla delar i budskapet, utan kan sluta sig till betydelsen av sammanhanget. För det tredje är delarna i ett matematiskt påstående, till skillnad från i vardagsspråket, ofta så ordnade att man inte kan ändra ordningen på dem som en hjälp att förstå, vilket man ofta kan göra i vardaglig kommunikation.

2.4.3. Tvåsiffriga tals benämningar och barns uppfattningar om tal

Olika språk har olika struktur när det gäller att benämna tvåsiffriga tal. Hur talen benämns har enligt Fuson, Wearne, Hiebert, Murray, Human, Olivier, Carpenter & Fennema, 1997 och Fuson, Smith & Lo Cicero, 1997 stor betydelse för hur barn utvecklar förståelse för siffrors platsvärde i positionssystemet och för flersiffrig addition och subtraktion. Eftersom strukturen för talbenämningar också är ett exempel på ett kulturellt utvecklat verktyg (se avsnitt 2.1.6.) och det i litteraturen finns exempel på hur man har använt detta verktyg för att underlätta utvecklingen av grundläggande talförståelse (se 2.2.5.) väljer vi att beskriva denna skillnad mellan olika språk mer utförligt.

De germanska och romanska språken har, med några undantag som t.ex. danska och franska, samma struktur i hur man benämner tal. Skillnaderna i benämningar mellan språken är då endast en fråga om direkt översättning som t.ex. mellan svenska och engelska. "Tolv" är "twelve" och "femton" är "fifteen". Den oregelbundenhet som finns i benämningar

av talen i talområdet elva till tjugo, d.v.s. att tioordet sätts sist, medan det från tjugo och uppåt sätts först, finns i alla dessa språk. En olikhet är dock att på svenska skrivs tiotalen på ett mer "logiskt" sätt efter tjugo: trettio, fyrtio, femtio än i t.ex. engelskans forty, fifty o.s.v. men i uttalet av de svenska tiotalorden hörs inte tiotalet: "tretti", "förti", "femti" osv. Det talade språket ger därför dåligt stöd i förståelse av vad ordet beskriver. De germanska och romanska språken har också en struktur med särskilda ord för tiotalen, en dekadstruktur, vilket alla språk inte har.

På turkiska och i den kurdiska som talas i Anatolien har talens benämningar samma struktur med dekadord som i germanska och romanska språk, men de har en regelbundenhet i uppbyggnaden mellan tio och tjugo som t.ex. det svenska språket saknar. Turkiska: 1 bir, 2 iki, 10 on, 20 yirmi, 11 onbir (tio-ett), 12 oniki (tio-två), 21 yirmibir (tjugo-ett) o.s.v. (Brodrej, 2000; Ünlüer, 2000).

På somaliska bildas talens benämningar mellan elva och nitton på följande sätt: 1 kow, 2 labo, 10 toban, 11 kow iyo toban (ett-och-tio), 12 labo iyo toban (två-och-tio). Fr.o.m. talet tjugo har talen samma struktur i benämningen som kurdiskan och turkiskan fast med ett "och" emellan (Kashe, 2000).

I dessa tre språk får man stöd i förståelsen av addition inom talområdet tio till tjugo, vilket underlättar när man utvidgar addition till talområdet över tjugo. Ett sådant stöd får man inte i språk med en oregelbunden benämning av talen inom detta område som t.ex. i det svenska språket. I benämningen av 12 som "tio-två" och 13 som "tio-tre" hörs att 12 och 13 är lika med tio + två resp. tio + tre. I benämningen av 12 som "tolv" och 13 som "tretton", hörs inte detta.

I de östasiatiska språk som bygger sina talbenämningar på gamla kinesiska räkneord: Kinesiska, japanska och koreanska, saknas dekadord. Tvåsiffriga tal benämns genom en kombination av endast tio ord. Man behöver därför inte lära sig lika många olika ord för tal som i andra språk och benämningar

na beskriver precis vad talen representerar i talsystemet. Det framgår tydligt hur många tiotal resp. ental som avses. 12 benämns som "tio-två", 13 som "tio-tre", 22 som "två-tio-två", 35 som "tre-tio-fem" osv. Räkneorden ger därmed också ett bra stöd i förståelsen av addition och subtraktion i hela talområdet (Fuson, Wearne m.fl. (1997) och Fuson m.fl. (1997)). Olika bantuspråk har en lika logisk uppbyggnad i benämningarna som de östasiatiska språken har, fast med en dold fembas, vilket innebär att benämningarna av talen under hundra är en kombination av endast sex ord, orden för 1, 2, 3, 4, 5 och 10 (Kilborn, 1991).

I ett antal studier har Fuson, Wearne m.fl. (1997) kartlagt den begreppsutveckling som barn som har ett språk med en dekadstruktur i talens benämningar genomgår i sin uppfattning av tvåsiffriga tal. Om språket, i likhet med germanska och romanska språk, har en struktur med särskilda ord för tiotalen, en *dekadstruktur*, som tio, tjugo, trettio o.s.v., innebär det att man måste utveckla en uppfattning om dekader (grupper om tio), för att förstå *benämningarna* av tiotalen, medan förståelse av de skrivna *symbolerna* istället kräver förståelse för skillnaden mellan tiotal och ental. För att nå vad de anser vara en fullständig förståelse av räkneorden och symbolerna, måste barn med dessa språk utveckla flera steg i uppfattningen av flersiffriga tal.

Alla barn uppfattar enligt Fuson, Wearne m.fl. (1997) till en början tvåsiffriga tal som en fortsatt uppräkning från entalen. I denna uppfattning refererar hela talet, eller benämningen av talet, till hela antalet och inte till de olika kvantiteter som respektive siffra i talet representerar. Talet femtiotre, 53, refererar till hela antalet, femtiotre enheter, istället för att femman refererar till fem enheter om tio eller fem tiotal, och trean till tre enheter. Denna uppfattning benämner de "unitary conception". Med tid och erfarenhet utvecklar barn som har ett språk som innehåller dekadord förståelse för de båda siffrorna som dekader resp. extra enheter. I talet 53 innebär

då femman femtio enheter och trean tre enheter. Denna uppfattning benämns av Fuson, Wearne m.fl. "decade-and-ones conception". Nästa steg i utvecklingen av förståelse av tvåsiffriga tal hos barn med sådana språk är "sequence-ten-and-ones conception". I detta steg uppfattar barnet varje dekad, tiotal, som tio ental. Sista steget är att barnet uppfattar tvåsiffriga kvantiteter som bestående av två olika slags enheter, tiotal och ental. Båda dessa räknas ett, två, tre, fyra, fem tiotal respektive ett, två, tre, fyra, fem ental. Detta steg benämner de "separate-tens-and-ones conception". I vilken ordning barn utvecklar de två sista stegen förefaller bero på om barnet fokuserar på räkneordet eller om barnet fokuserar på de skrivna symbolerna. Fokusering på räkneordet underlättar utvecklandet av sequence-ten-and-ones uppfattningen, "femtio och tre" uppfattas som "femtio och tre". Fokusering på de skrivna symbolerna underlättar utvecklandet av "separate-tens-and-ones" uppfattningen, 53 uppfattas som fem tiotal och tre ental. Barn som utvecklar förståelse av tal på ett språk som har en logisk struktur i talbenämningarna, genomgår enligt Fuson, Wearne m.fl. (1997) bara det första och det sista steget i begreppsutvecklingen, d.v.s. "unitary" uppfattningen och "separate-tens-and-ones" uppfattningen. Detta gäller de östasiatiska språken och kan vara en förklaring till att barn med dessa språk presterar bättre på utvärderingar av räkneförmåga än vad barn med andra språk gör. Fusion, Wearne m. fl. lyfter också fram betydelsen av att de mått och myntsystem som förekommer i kulturen, antingen förstärker eller försvårar utvecklingen av talförståelse, beroende på om dessa system har samma bas som talsystemet eller inte.

I en jämförande studie från 1994 studerade Miura och hennes kollegor vilken effekt olika strukturer för talbenämningar har för taluppfattning, räkneramsan och förståelse av platsvärde hos elever som just börjat skolan. I denna studie jämfördes färdigheter hos barn med östasiatiska språk, med barn från Sverige, Frankrike och USA. När barnen uppmanades att

lägga/konstruera tal med hjälp av konkret materiel i form av tiostavar med entalsmarkeringar och lösa entalselement, löste de asiatiska barnen nästan alla uppgifter med hjälp av tiostavar för tiotalen, t.ex. fyra tiostavar och två entalselement för talet 42, medan de amerikanska, svenska och franska barnen nästan uteslutande löste uppgifterna genom att räkna upp och lägga ett entalselement för varje tal upp till 42, alltså fyrtiotvå entalselement. Av resultatet av undersökningen förefaller det som att eleverna har olika begreppslig uppfattning av talet. De asiatiska barnen uppfattar 42 som fyra tiotal och två ental och de europeiska och amerikanska barnen uppfattar 42 som bestående av 42 ental. Den taluppfattning som de asiatiska barnen har, kan enligt Miura och Okamoto ha stor betydelse för förståelse av tvåsiffrig addition och subtraktion med ”lån”. Det är värt att notera att de asiatiska barnen i undersökningen redan vid skolstarten har ett försprång när det gäller taluppfattning. Samma studie visar att japanska, kinesiska och koreanska elever har en märkbart bättre förståelse för platsvärde, än elever från de tre andra länderna. I en studie av Miller m.fl., framgår att kinesiska nybörjare är betydligt säkrare på räkneramsan upp till tjugo än vad de amerikanska barnen är (Miura & Okamoto, 1999).

I sin artikel ”Matematikundervisning och hemspråk” (1991) beskriver Kilborn de svårigheter som elever med olika bantuspråk har i den portugisiskspråkiga matematikundervisningen i Moçambique. När barnen börjar skolan måste de börja om i sin färdighetsutveckling, vilket enligt Kilborn till stor del beror på skillnader i strukturen av talbenämningar mellan elevernas olika modersmål och undervisningsspråket. De svårigheter som undervisning i matematik på ett andraspråk kan innebära är således inte bara att undervisningsspråket är främmande för eleverna, utan också att språket kan ha en helt annan struktur för att benämna tal, vilket försvårar för barnen när de ska översätta sina tankar mellan språken.

Kilborn (a.a.) anser att skillnader i hur man benämner talen

i olika språk inte spelar någon roll för vuxna, men för barn som just håller på att lära sig att läsa och räkna är de viktiga. Om barnen inte har stöd av modersmålet i räknandet, utan måste lära sig att räkna med hjälp av ett främmande språk, blir det svårare eftersom barnen måste bygga upp en riktig talrad på det främmande språket samtidigt som de ska använda detta för att operera med talen.

Andra skillnader mellan olika språk som kan ha betydelse är t.ex. benämning av multiplikator och multiplikand, användning av punkt respektive kommatecken vid gruppering av stora tal, enheter, tidsangivelse, läsriktning och olika algoritmer (Hvenekilde, 1991). När det gäller bråk finns skillnader i benämningen. En femtedel på turkiska heter *beste bir*, fem på ett. På mandarin och kantonesiska säger man också nämnaren först. I Hvenekilde (1991) kan man läsa mer om hur matematik uttrycks på olika språk och i Paulsson (1985) kan man ta del av olika traditioner för algoritmer som har utvecklats i olika kulturer.

2.4.4. Summering

Matematik har sitt eget register vilket är svårt att erövra för elever i allmänhet. Där finns bl.a. ord som har en annan betydelse i matematik än i vardagsspråket. Svårigheten att hantera registret är större för andraspråkselever. Att avgöra i vilken utsträckning man ska kräva att eleverna använder undervisningsspråket med tillhörande matematiska register korrekt är ett dilemma eftersom krav på språklig korrekthet kan hämma elevernas tänkande.

Matematik fungerar också som ett främmande språk för inläraren. Andraspråkselever måste därför utveckla två "främmande språk" samtidigt. Matematikens språk är svårare att förstå än andra språk på grund av att det bland annat saknar den redundans och parafrasering som naturliga språk har.

Olika språk har olika struktur när det gäller att benämna tvåsiffriga tal, vilket kan försvåra för eleverna när de ska lära sig

matematik på ett andraspråk. Den struktur som språk har för talbenämning påverkar begreppsbildningen. Det finns också andra skillnader i benämningar mellan olika språk som kan försvåra matematiklärandet.

2.5. Arbetssätt, arbetsformer och interaktionsmönster i klassrummet. Det sociala klimatet i gruppen

Eftersom möjligheterna att reflektera över och kommunicera matematiska begrepp har en avgörande betydelse för begreppsutvecklingen, är det viktigt hur arbetet i klassrummet organiseras (Barnes, 1978.; Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Wearne, Murray, Oliver & Human, 1997). Enligt flera pedagoger och didaktiker är det dominerande arbetssättet i matematik i västerländska klassrum en läroboksstyrd undervisning med enskilt tyst räknande. Man fokuserar rätt svar och att räkna många uppgifter på samma moment. Läraren förmedlar begrepp och demonstrerar på vilket sätt uppgifter ska lösas (Silver m.fl., 1995; Emanuelsson, 1999; Hiebert m.fl., 1997; Stigler & Hiebert, 1999; Wyndhamn, Riesbeck & Schoultz, 2000; Hiebert & Wearne, 2000; Wearne, 2000. Jfr Johansson & Emanuelsson, 1997). Det är mer sällan undervisningen karaktäriseras av att man använder olika typer av materiel för att underlätta lärandet, att man kommunicerar (talar, skriver), att man diskuterar tankeväckande uppgifter och att man beaktar olika tankegångar och Lösningstrategier och söker efter alternativa metoder (Silver m.fl., 1995; Wyndhamn m.fl., 2000).

Hiebert m.fl. (1997) anser att en traditionell undervisning där det krävs att eleverna måste arbeta enskilt och det inte är tillåtet att använda förslag från en kamrat eller att arbeta tillsammans, skapar ett klimat och en kultur i klassrummet som underminerar elevernas försök att förstå matematik. Eleverna får inte möjlighet till den sociala interaktion och reflektion som författarna anser är nödvändig för att eleverna ska utveckla förståelse i matematik.

Barnes (1978) har studerat interaktionen mellan barn som arbetar i små grupper och hur de reflekterar tillsammans. En viktig del i denna reflektion är enligt honom *sonderande tal*, vilket innebär att eleverna "tänker högt". Enligt Barnes är detta tal ett medel att tänka sig in i problem och att synliggöra sina tankar, både för sig själv och för andra. Detta tal karakteriseras också ofta av hypotetiska uttryck, eftersom påståendena är sonderande, undersökande, och provisoriska, vilket kan ha betydelse för utvecklingen av hypotetiskt tänkande.

Vi har tidigare beskrivit att interaktionen i många klassrum sker genom ett snabbt fråga-svar mönster. Barnes (a.a.) anser att läraren, genom att styra kommunikationen i klassrummet med tätt duggande frågor, hindrar elevernas tänkande. Granström och Einarsson (1995) refererar i sin översikt också till forskning som visar att läraren inte bara styr kommunikationen i klassrummet, utan tar merparten, ca två tredjedelar, av talutrymmet i anspråk. Att läraren styr arbetet i klassrummet hårt, innebär att eleverna ställer få frågor. Av det talutrymme som eleverna disponerar har minoritets elever sannolikt en mindre andel än vad majoritets eleverna har p.g.a. att det ofta är svårt att uttrycka sig i stora grupper när man inte helt behärskar språket.

Vidare refererar Granström och Einarsson (a.a.) till forskning som visar att barn från en hemmiljö där litteraturläsning och språklig utveckling inte uppmuntras så tydligt, ges mindre träning i skolan att komma med fria svar. Dessa elevers svar är i högre grad lotsade av läraren än när det gäller andra elever. En liknande erfarenhet redovisar Ivory m.fl. (1999) när det gäller spansktalande elever i engelskspråkig matematikundervisning i USA. De har konstaterat att spansktalande elever har färre tillfällen att använda språket när de studerar matematik än vad andra elever har. Av hänsyn till att de spansktalande eleverna har svårare att uttrycka sig, kräver inte lärarna språklig produktion av dem i samma utsträckning som de kräver det av de engelskspråkiga eleverna. Ivory m.fl. hävdar att lärandet

för elever med språklig eller kulturell minoritetsbakgrund eller från familjer med låg socioekonomisk status hindras eftersom de får färre tillfällen att verbalisera "akademiskt" innehåll. Jämför också med Naucér och Boyds studie (1997) som visar att lärarna förhåller sig på olika sätt till turkiskspråkiga barn respektive svenskspråkiga barn när de läser sagor för dem.

Flera forskare betonar betydelsen av ett tryggt klimat i klassrummet för att eleverna ska våga kommunicera matematik (Campbell & Rowan, 1997; Silver m.fl., 1995; Hiebert m.fl., 1997; Jfr Barnes, 1978). Granström och Einarson (1995) refererar till forskning som visar att det i lärares kommunikation med eleverna hela tiden sker ett värderande av elevernas inlägg och svar. Barnes (1978) betonar också att lärare snarare reagerar på elevernas yttranden genom att värdera dem både vad gäller innehåll och form, istället för att besvara dem. I klassrum där många elever inte helt behärskar undervisningsspråket, är det ännu viktigare att eleverna känner sig trygga. Det är lätt att föreställa sig att det är ännu svårare att våga förklara tankegångar och Lösningsstrategier som man är osäker på om man inte bara riskerar att läraren rättar språket, utan att man dessutom måste tänka på hur man uttrycker sig språkligt för att inte riskera att bli missförstådd.

På flera håll i litteraturen framhålls att det individuella, tävlingsinriktade arbetssätt som vanligtvis förekommer i skolan passar olika barn olika bra (Silver m.fl., 1995). Man anser att arbetssättet överensstämmer med ett manligt västerländskt sätt att lära sig och att flickor och elever med en annan kulturell bakgrund än den västerländska har svårare att komma till sin rätt i en sådan undervisning (Jacobs & Becker, 1997). Eftersom lärande utanför skolan oftast sker i samarbete med andra eller i form av ett lärlingsförhållande, kan det vara främjande för många barn att förväntas lära sig genom enskilt arbete i skolan (Rogoff 1990; Heath, 1999). Heath har under senare år, genom deltagande observation, studerat hur ung-

domar lär tillsammans med och av varandra utanför skolan och anser att skolan måste införliva dessa sätt att lära för att nå ett bättre resultat.

2.6. *Informell och formell matematik*

2.6.1. *Elevens informella kulturella matematik*

Alla barn har börjat utveckla sitt matematiska tänkande, och har vissa matematiska färdigheter, redan innan de börjar skolan. Enligt Carey m.fl. (1995) kan barn lösa olika problem genom att lägga ihop, separera, jämföra, gruppera och dela redan innan de kommer i kontakt med formell addition, subtraktion, multiplikation och division. De anser också att alla barn, oavsett kulturell bakgrund, lär sig matematik på ett likartat sätt. Räkne- och modelleringsstrategier är enligt dem universella och utvecklas intuitivt i syfte att förstå och hantera sin omgivning. Många matematikdidaktiker betonar just det universella i de räknefärdigheter som barn utvecklar före skolstarten (Carey m.fl., a.a.; Hiebert m.fl., 1997).

Allardice och Ginsburg (1983) anser också att alla barn före skolstarten, oavsett uppväxtförhållanden, utvecklar informella begrepp och tekniker för att lösa problem som har med kvantitet att göra. Detta "system" av begrepp och färdigheter benämner de som "*informellt naturligt*", eftersom det utvecklas hos alla barn och varken påverkas av kulturella olikheter och influenser eller av undervisning. De betonar att barn dessutom, *samtidigt* som de utvecklar dessa universella begrepp, också utvecklar begrepp som påverkas av vuxna i barnens omgivning, av media som böcker, tidningar, television och av kulturella "verktyg" som t.ex. system att benämna tal. Detta andra system av begrepp benämns därför av dem "*informellt kulturellt*". Exempel på färdigheter i detta system är enligt Ginsburg & Allardice (1984) att barnet lär sig räkneorden, uppfinner regler för att skapa nya talbenämningar och lär sig att räkna.

Andra forskare som betonar kulturens inverkan på de matematiska begrepp som barn utvecklar är Charbonneau och John-Steiner (1988) och Carr m.fl. (1994a & 1994b; Jfr Bishop, 1988a & 1988b). Enligt Carr m.fl. har barn olika erfarenheter och förväntningar på matematik beroende på vilka syften man har med matematik i barnens hem och kultur. En intressant aspekt av detta är enligt dem att olika syften med matematik kan påverka taluppfattningen och att olika taluppfattningar bidrar till att barn har olika lätt att utveckla olika färdigheter. Resnick (1983) beskriver två olika typer av taluppfattning som barn utvecklar, "tallinjemodell" och "del-helhetsmodell". Carr m.fl. (1994b) menar att om ett barn växer upp i en kultur där det huvudsakliga syftet med att använda tal har att göra med situationer där större tal har högre status som i tävlingar och spel och när man räknar födelsedagar och jämför ålder, underlättas troligen utvecklingen av tallinjemodellen för tal. Om huvudsyftet med matematik i barnets omgivning däremot har att göra med aktiviteter som har med delar av helhet att göra som t.ex. att skapa mönster och fördela mat, underlättas troligen utvecklingen av del-helhetsmodellen för tal. Olika kulturella aktiviteter före skolstarten bidrar alltså till att olika matematiska modeller och system utvecklas.

Carr m.fl. (1994a) betonar betydelsen av att familjer uppmärksammar tal och deras användbarhet i problemlösning i vardagliga situationer i hemmet för att underlätta att barn tidigt utvecklar god taluppfattning. De benämner denna uppmärksamhet som "orientation to numeracy". Barn från familjer som har en stark "orientation to numeracy" börjar skolan med mer utvecklad förståelse av talbegrepp än andra. De drar med hänvisning till Heath (1983) paralleller mellan detta förhållande och de fördelar barn som kommit i omfattande kontakt med skrivet språk före skolstarten har när det gäller att lära sig läsa och skriva.

Kilborn (1991) uppmärksammar också att barn kan ha olika förförståelse av matematik, trots att de har samma intellektuella förutsättningar och att kursplaner i matematik inte alltid tar hänsyn till detta. Barn som växer upp i västvärlden har andra erfarenheter av att kvantifiera sin omgivning p.g.a att de omges av kvantifierbara föremål och ägodelar i större omfattning än barn i andra delar av världen. Om kursplanerna inte tar hänsyn till detta, utan är utformade enligt västerländsk förebild, vilket är fallet i Moçambique, blir steget från närmiljön till skolarbetet större.

I vår undervisning i matematik har vi lagt märke till att behovet av att kvantifiera sin omgivning inte är lika stort i alla kulturer. Man lägger olika stor vikt vid precisionen i sådana bestämningar. I många kulturer utvecklar också människor stor förmåga att bedöma kvantiteter med hjälp av sina sinnen, t.ex. känsel och syn. Sådana erfarenhetsbaserade färdigheter tillskrivs inte samma värde i alla kulturer. När våra elever fick i uppgift att ta reda på vilka sätt att bestämma längd och vikt som man använde hemma, svarade många att man inte hade några metoder för att göra detta, eftersom man inte använde måttband eller våg. Det var först efter flera påtryckningar som det kom fram hur skickliga elevernas mammor var på att bedöma längder med hjälp av ögonmått. Detta berodde förmodligen på att eleverna inte trodde att det kunde vara av intresse för skolans matematiklärare att veta. Ett exempel där man på ett framgångsrikt sätt tagit vara på sådana informella färdigheter hos eleverna ger Charbonneau och John-Steiner (1988). De rapporterar om en lärare som förstod styrkan i sina hopielevs goda förmåga att göra uppskattningar. Genom att bygga sin undervisning på dessa färdigheter fick eleverna möjligheter att koppla sin informella matematik med skolans undervisning i en sådan utsträckning att de lyckades mycket bra i matematik.

2.6.2. *Mötet med skolans formella kulturella matematik*

De kunskaper som barn utvecklar i matematik före skolstarten är enligt Kilborn (1991) knutna till det egna språket och erfarenheter från närmiljön. Det som händer när barnet kommer till skolan är att matematiken formaliseras och därmed ofta förlorar sin konkreta och språkliga förankring. Många elever känner därför inte igen sig i skolans räknandemiljö. Det handlar inte längre om *deras* språk och *deras* erfarenheter.

När barnet börjar skolan måste det enligt Allardice och Ginsburg (1983) anpassa sig till skriftspråklig kultur. Det möter skriftliga symboler, algoritmer och explicit formulerade matematiska principer. Barnet måste därför utveckla en ny uppsättning intellektuella färdigheter för att hantera den skriftspråkliga kulturen. Eftersom dessa nya färdigheter vanligtvis utvecklas i skolan och/eller i kontakt med skrivet material, är de formella. Eftersom de i likhet med de informella kulturella färdigheterna överförs genom sociala agenter som lärare och läroböcker och kulturellt utvecklade verktyg, är de också kulturella. Detta tredje system benämner därför Allardice och Ginsburg *"formellt kulturellt"*.

Hiebert m.fl. (1997) definierar förståelse som att vi ser hur något är relaterat till, eller förknippat med, annat som vi redan vet. Ju fler relationer vi kan etablera, desto bättre är förståelsen. Förståelse är inte något som man har eller inte har, utan något som förändras och utvecklas. Flera forskare hävdar att för att man ska kunna lära sig ett nytt matematiskt begrepp måste man kunna relatera det till tidigare utvecklad kunskap. Kopplingen mellan nya och redan befintliga begrepp måste vara tydlig för eleven för att han/hon ska lära matematik med förståelse. Graden av förståelse är beroende av antalet och styrkan i dessa kopplingar (Hiebert & Carpenter, 1992; Carey m.fl., 1995). Om den matematik som barnet kommer i kontakt med vid skolstarten inte knyter an till den informella kul-

turella matematik som det har utvecklat före skolstarten, kan det enligt Hiebert m.fl. (1997) inverka negativt på elevens möjlighet att förstå matematik.

2.6.3. Summering

Flera matematikdidaktiker betonar det universella i de räknefärdigheter som barn utvecklar före skolstarten. Andra betonar den omgivande kulturens inverkan på de begrepp barn utvecklar. Olika kulturella aktiviteter före skolstarten bidrar till att olika matematiska modeller och system utvecklas. Dessa kunskaper är knutna till det egna språket och egna erfarenheter från närmiljön. När minoritets elever börjar skolan handlar det för många inte längre om deras eget språk och egna erfarenheter. För att eleven ska ha möjligheter att fortsätta utveckla sin matematiska förståelse i skolan, måste den matematik som barnet kommer i kontakt med vid skolstarten knyta an till den informella kulturella matematik som de har utvecklat före skolstarten. Under förskoleåldern kommer barn i kontakt med situationer där man löser problem och räknar i olika omfattning. Detta innebär att de har olika erfarenheter av att hantera tal när de börjar skolan, trots att de har samma intellektuella förutsättningar.

2.7. Dekontextualiserad matematikundervisning

Flera forskare hävdar, i likhet med Kilborn (1991), att många barn har svårt att göra kopplingar mellan den informella kulturella matematik de har utvecklat före skolstarten och den formella kulturella matematik som de möter i skolans undervisning. Undervisningen i aritmetik innebär att man måste lära sig det matematiska symbolspråket, vilket är dekontextualiserat (Carr m.fl., 1994a; Allardice & Ginsburg, 1983). Enligt Licón Khisty (1995) kan det vara svårare för elever att lära sig symbolspråket i matematik om undervisningen sker på ett

andraspråk. Carey m.fl. (1995) anser att en läroboksdominerad undervisning kan innebära svårigheter för elever genom att kontexten sällan är tillräckligt omfattande för att eleven ska kunna använda sig av sina erfarenheter och informella kunskaper. För minoritets elever kan detta vara ännu svårare, t.ex. när vardagsvenska och matematikens språk blandas i löpande text (Parszyk, 1999). Om den kontext som uppgifterna ges i är främmande för eleverna, vilket den oftare är för minoritets elever än för majoritets elever, kan det ha samma effekt som om de vore kontextlösa. En vanlig strategi för att möjliggöra för elever som på grund av språkliga problem har svårt att förstå läroböckernas matematikuppgifter är enligt Campbell och Rowan (1997) att låta dem arbeta med språk- och kontextlösa uppgifter. Detta innebär att de bara får arbeta med symbolmanipulation. Förutom de svårigheter som nämnts ovan, innebär det också att eleverna inte får träna sig i att tolka och förstå uppgifter, vilket av många anses vara viktigare än räknefärdigheterna.

2.8. Olika svårigheter som matematiska uppgifter kan innebära

2.8.1. Kontextens betydelse

Carr m.fl. (1994b) menar att även om elever arbetar med kontextbundna matematiska problem, finns det faktorer som har med uppgifternas utformning att göra som har betydelse för hur elever klarar av att lösa dem. Uppgifter som ges i matematik kan vara mer eller mindre situationsbundna och mer eller mindre komplexa när det gäller de matematiska färdigheter som krävs för att lösa dem. Hur kognitivt krävande det är att lösa en uppgift beror dels på graden av situationsbundenhet, dels på graden av aritmetisk komplexitet. Uppgifter som *inte är situationsbundna* och kräver mer komplexa matematiska beräkningar, är mer kognitivt krävande än uppgifter

som ställer samma krav på matematiska beräkningar men som *är situationsbundna* (a.a.). Som nämnts ovan har uppgiftens kontext också betydelse för hur krävande uppgiften är. Det är lättare att lösa problem i en kontext som man känner igen än problem som handlar om något obekant. Om eleverna får arbeta med uppgifter som är kognitivt krävande, d.v.s. inte bundna till en konkret situation och som kräver beräkningar i flera steg eller mer komplexa beräkningar, kommer eleverna att ha ännu svårare att lösa uppgifterna om kontexten i dem dessutom är obekant. Detta kan vara en orsak till att många minoritets elever har svårare att lösa vissa uppgifter än vad elever ur majoriteten har, eftersom kontexten i uppgifterna ofta utgår från ett majoritetsperspektiv. Parszyk visar i sin avhandling (1999) att elever med ursprung i Mellanöstern, Afrika, Asien och Latinamerika lyckades sämre på Nationella utvärderingen i matematik 1992 och standardprovet i matematik 1992, än vad elever från Norden och övriga Europa gjorde. En tänkbar slutsats som man kan dra av detta är enligt henne att eleverna från Europa och Norden har bättre beredskap för att lösa matematikuppgifter i den svenska skolan, vilket i sin tur kan bero på att matematikuppgifterna är anpassade till västerländska förhållanden. Enligt Parszyk är det rimligt att elever har svårare att förstå uppgifter som är formulerade utifrån en vardag som inte liknar deras egen. Matematik- och modersmåls lärare på skolorna i Fittja har en likartad erfarenhet. Enligt dem förutsätter läromedel och undervisning vanligtvis en kulturkompetens av annat slag än vad många elever på dessa skolor har, vilket gör det svårare för dem att förstå hur de ska lösa uppgifterna (Rönnberg, 1999).

I början på 80-talet startade ett aktionsforskningsprojekt i Norrbotten under ledning av Henning Johansson för att komma tillrätta med problemet att elever med samiska och meänkieli som modersmål lyckades sämre på standardproven i matematik och svenska än övriga elever i Sverige. Undervisningen förändrades så att den utgår från elevernas

egen bakgrund och omgivning istället för från läroböckernas innehåll. Den förändrade undervisningen innebar att eleverna inte bara blev bättre i svenska, utan också i matematik (Arpi, 1997).

Secada har betonat betydelsen av olika kontexter i matematikundervisningen:

”Unless the mathematics curriculum includes real context that reflect the lived realities of people who are members of equity groups and unless those contexts are rich in the sort of mathematics which can be drawn from them, we are likely to stereotype mathematics as knowledge that belongs to a few privileged groups.” (Secada, 1991 p. 49).

2.8.2. *Betydelsen av egna erfarenheter*

Enligt Silver m.fl. (1995) anknyter matematikundervisningen i USA mer till färdigheter och aktiviteter som är vanliga i den vita medelklassen än till aktiviteter som är vanliga i amerikanska subkulturer. Att de matematikuppgifter som eleverna arbetar med speglar ett majoritetsperspektiv resulterar i att elevernas kulturella bakgrund sällan kommer till uttryck eller beaktas. Detta kan ha betydelse för om eleverna uppfattar matematikundervisningen som något meningsfullt och som något som berör dem (Se också avsnitt 2.1.9.).

När lärare medvetet försöker anknyta innehållet i uppgifter till elevernas bakgrund kan emellertid andra svårigheter uppstå. En matematikuppgift som ges som exempel på att elevernas levnadsförhållanden utanför skolan har betydelse för hur de löser uppgifter och som återkommer i lite olika varianter i litteraturen från USA handlar om att eleverna ska räkna ut vilket som är mest lönsamt, att köpa ett busskort eller betala per resa, utifrån givna förutsättningar. Uppgiften formulerades på följande sätt av en lärargrupp i QUASAR projektet, Quantitative Understanding: Amplifying Student Achieve-

ment and Reasoning, i syfte att vara en uppgift som knöt an till elevernas verklighet utanför skolan:

Yvonne ska bestämma sig för om hon ska köpa ett veckokort till bussen eller inte. På måndag onsdag och fredag åker hon buss till och från arbetet. På tisdag och torsdag åker hon buss till arbetet men får skjuts hem av en kamrat. Ska Yvonne köpa veckokort? Förklara ditt svar!
Busy Bus Company avgifter: Enkel \$ 1.00, Veckokort \$ 9.00

(Silver m.fl., 1995, p. 41, vår översättning)

Många elever svarade att Yvonne skulle köpa ett veckokort, vilket förvånade lärarna eftersom det skulle kosta mer än att betala för varje resa. När man diskuterade olika elevsvar i klasserna visade det sig att många elever ansåg att veckokort var ett bättre alternativ eftersom ett kort också kunde användas på kvällar och under veckoslutet och av andra i familjen. Silver m.fl. (1995) anser att detta exempel inte bara visar på svårigheten att formulera problem som anknyter till elevernas vardag, utan också att elever kan ha svårt att utelämnat personliga erfarenheter när de löser problem. Det visar också på vikten av att låta eleverna argumentera för sina lösningar så att läraren förstår hur eleverna har kommit fram till svaret. De har ju förstått uppgiften och inte räknat fel men ändå kommit fram till "fel" svar. Om problem anknyter till det verkliga livet utanför skolan är det enligt Silver m.fl. viktigt att lärare inser att många elever kommer att väga in erfarenheter från verkliga förhållanden när de löser uppgiften och inte löser uppgiften på det sätt som läraren har förväntat sig.

Tate (1995a) rapporterar från andra tillfällen när man har använt samma uppgift fast lämnat den mer öppen genom att inte specificera hur många dagar per vecka som man arbetade. Då tog lärarna för givet att folk arbetar fem dagar i veckan och bara har ett arbete. Elever som gav svar utifrån sin livserfarenhet, som t.ex. att man tjänar på att köpa ett veckokort eftersom man har två arbeten, underkändes på uppgiften.

2.8.3. *Betydelsen av meningsfullhet i uppgifterna*

Ytterligare en faktor som har betydelse för hur eleverna uppfattar och löser matematiska uppgifter är enligt Carr m.fl. (1994b) meningsfullheten i problemet. Trots att kontexten är bekant, kan uppgiften upplevas som ointressant av eleven om den speglar levnadsförhållanden som inte är relevanta. Hur elever går tillväga för att lösa en matematikuppgift beror ofta på hur realistisk de upplever den situation som beskrivs i uppgiften. Ett exempel som illustrerar detta är hämtat från en studie av Leap (1988) där man har försökt anknyta matematikundervisningen till elevernas kultur i en klass 5-6 med uteindianer. När eleverna skulle lösa uppgifter av typen: "Hur mycket kostar bensinen för din bror om han ska köra sin pick-up till stan och tillbaka?", bedömde de först sanningshalten i problemet. Om uppgiften innebar förhållanden som inte överensstämde med verkliga förhållanden som t.ex. att brodern inte hade någon pick-up, ansåg flera elever att de inte kunde lösa uppgiften. Förmågan att lösa matematiska problem i skolsituationen beror enligt Silver m.fl. (1995) på benägenheten att engagera sig i problem som innehåller hypotetiska situationer eller inte helt stämmer med verkligheten.

Wistedt m.fl. (1992) påpekar att det kan vara svårt för elever att förstå *när* man ska utgå från personliga erfarenheter eller verkliga förhållanden vid lösning av matematiska problem och *när man inte* ska göra det. Vi tror att denna svårighet är större när man inte helt behärskar språket eller inte har erfarenheter av kontexten i uppgifterna. Denna typ av svårigheter är ju emellertid något som bara uppstår i undervisningssituationen och inte när man hanterar matematiska problem utanför skolan.

2.8.4. *Summering*

Hur uppgifter är utformade har betydelse för elevernas möjlighet att lösa dem. När det gäller uppgifternas kontext kan uppgifterna vara olika svåra att lösa för att eleverna har olika

bakgrund, kulturellt eller socialt. Det är svårare att lösa uppgifter i en obekant kontext än i en kontext som man känner igen. Även om kontexten i en uppgift är bekant för eleverna kan de lösa den på olika sätt på grund av att de har olika personliga erfarenheter av de situationer som uppgiften handlar om. Ytterligare en faktor är att elever har olika benägenhet att engagera sig i hypotetiska uppgifter. En del elever har svårare att lösa uppgifter som beskriver förhållanden som inte är relevanta för den egna livssituationen och som man därför inte uppfattar som meningsfulla.

2.9. Innehållet och elevens identitetsutveckling

Undervisningens innehåll har inte bara betydelse för hur eleverna uppfattar och tillgodogör sig matematikundervisningen. Det har också stor betydelse för hur eleverna uppfattar sig själva och sin egen bakgrund relativt majoritetskulturen. Att majoritetskulturen dominerar innehållet medför enligt flera forskare att man inte inkluderar elevens kultur eller språk i undervisningen (Secada, 1991; Silver m.fl. 1995). Eleven får därigenom inte bekräftelse av sin identitet eller i sin identitetsutveckling. Eleverna uppfattar inte att det duger att vara den de är. Detta kan leda till att studierna misslyckas eller att eleven gör uppror eller motstånd mot undervisningen (Cummins, 1996; Skolverket, 1998; Parszyk, 1999). Johansson (1996) hävdar att skolan blir abstrakt och främmande för eleverna när det finns skillnader mellan den kultur som skolan står för och den som eleverna kommer ifrån. När skolan kräver ett annat språk och har ett annat innehåll än vad eleverna har erfarenheter av, kommer elevernas band till sin egen bakgrund att försvagas, utan att det utvecklas band till något annat.

Enligt Knight (1994) har matematikämnet länge ansetts vara ett ämne för de begåvade. Om innehållet dessutom, vare sig matematiskt eller kontextuellt, knyter an till det eleven har med sig till skolan, utan bara till majoritets eleverna, de andra,

kan ämnet bli liktydigt med "ett ämne för andra". Före kursplanereformerna på Nya Zeeland betraktade maorierna det traditionella engelskspråkiga skolämnet matematik som "Pakeha knowledge". "Pakeha" innebär ungefär "Icke Maorisk" (Barton, 2000). Denna distansering kan enligt vissa studier ses som en naturlig motreaktion mot det kulturella avståndstagande från kunskaper och värden som var viktiga för maorierna som de styrande gjorde (Knight, a.a.). Om elever uppfattar att man måste bli någon annan än den man är för att lyckas med studierna är det lätt att ge upp.

Elever som inte distanserar sig gentemot en undervisning som uppfattas vara på majoritetens villkor kan uppfattas som svikare av den egna gruppen, vilket kan ha betydelse för hur man tillgodosgör sig undervisningen. I USA kan en minoritets-elev som satsar hårt på sina studier, bli beskylld för "acting white" av sina kamrater (Ogbu, 1992). I Sverige kan ungdomar få höra "svennewannabe", "en som vill vara svensk", i motsvarande situation.

2.10. Uppfattningar av kunskap, lärande och matematikämnet

Stigler och Hiebert (1999) betonar att undervisning är en kulturell aktivitet. Kulturella aktiviteter uppstår inte ur "tomma intet". De utvecklas under lång tid och i överensstämmelse med ett stabilt "nät" av föreställningar och antaganden som ingår i den aktuella kulturen. Den mentala bild av vad undervisning är som finns i olika samhällen, bygger på några få underförstådda föreställningar om hur elever lär, om ämnets natur och om vilken roll läraren ska spela i klassrummet.

Den traditionella västerländska undervisningen bygger enligt flera forskare på en uppfattning att kunskap är förmedlingsbar och förmedlas i en riktning - från läraren, eller läroboken, till eleven (Dossey, 1992; Nickson, 1991 & 1992, Ernest 1991, 1994). Läraren anser sig ha ansvar för att förmedla de

matematiska begreppen och demonstrera hur eleverna ska lösa olika uppgifter och eleverna övar sedan vad de har sett och hört (Hiebert m.fl., 1997). I en sådan undervisning utgör inte elevernas frågeställningar och erfarenheter utgångspunkten och man organiserar inte arbetet så att olikheter i erfarenheter lyfts fram eller så att kraven på kommunikation och språklig bearbetning tillfredsställs.

En och samma lärare kan arbeta utifrån olika kunskapssyner i olika ämnen. En studie av Johansson och Emanuelsson (1997) visar att lärare som bygger sin undervisning i NO på elevernas frågor och erfarenheter, kan bortse från dessa i sin matematikundervisning. Som tänkbara förklaringar till detta anför de att matematikämnet har tydligare mål, en annan tradition när det gäller läromedel och den hierarkiska syn på matematik som vetenskap och matematik som skolämne som t.ex. Lgr 80 gav uttryck för.

Dossey (1992), Nickson (1992) och Ernest (1991 & 1994) hävdar, var för sig i olika arbeten, att hur lärare undervisar i matematik beror på hur de uppfattar den matematiska kunskapens karaktär. Om läraren har uppfattningen att matematisk kunskap är oföränderlig, absolut, hierarkisk och kulturellt obunden, med ett begreppsligt och logiskt innehåll som existerar oberoende av oss människor, kan det leda till en matematikundervisning som karakteriseras av förmedling enligt ovan. Nickson (1991) betecknar en sådan undervisning asocial på grund av dess abstrakthet och att den lärs av eleverna genom individuellt arbete i tysthet i klassrummet. Kunskap uppfattas inte som något man delar med andra. Om läraren däremot anser att matematik är en social och kulturell konstruktion, en dynamisk vetenskap under utveckling, och att olika matematiska modeller och system utvecklas olika i olika kulturer genom sociala överenskommelser, leder det till en undervisning som utgår från den kunskap eleven har med sig till undervisningen. En sådan undervisning betonar också vik-

ten av reflektion och kommunikation om mening och betydelse i matematiken (Dossey, 1992; Nickson, 1992; Ernest 1991 & 1994; Jfr Thompson, 1992).

Hiebert m.fl. (1997) poängterar att arbetets organisation påverkar såväl elevernas uppfattning av ämnet som vilken typ av färdigheter de utvecklar. Om lektionstiden används till att läraren demonstrerar metoder för att lösa olika problem, blir eleverna förmodligen bra på att imitera dessa för att lösa likartade problem. Om merparten av lektionstiden däremot används till att eleverna får reflektera över hur olika idéer och procedurer liknar varandra respektive skiljer sig åt och hur det de redan vet relaterar till den situation de möter, bygger de sannolikt istället upp nya mentala relationer, d.v.s. utvecklar sin förståelse. Om eleverna uppmanas att bara öva föreskrivna procedurer, kommer det att leda till att de uppfattar matematik som att följa instruktioner om att flytta runt symboler så snabbt som möjligt. Om man däremot vill att eleverna ska uppfatta matematik som problemlösning, måste eleverna istället ägna mycket tid åt att lösa problem. Enligt Hiebert m.fl. grundar sig elevernas uppfattning av ämnet på de uppgifter de får arbeta med, inte på vad läraren säger om ämnet (Jfr Emanuelsson, 1999).

2.11. Förväntningar på elevernas förmåga

En uppfattning som ofta kommer fram i diskussioner om orsaker till att det går dåligt för många minoritets elever i matematik är att eleverna saknar många av de begrepp som anses vara nödvändiga för att de ska kunna tillgodogöra sig undervisningen (Jfr De Avila, 1988; Jernström & Johansson, 1997). Med ett sådant synsätt betraktas undervisningen som oföränderlig och att eleverna saknar begrepp blir liktydigt med att de har brister i förmågan att lära sig. Det finns en samstämmighet i litteraturen att lärares uppfattning av elevers förmåga att lära

sig matematik har betydelse för hur eleverna lyckas (Moses m.fl., 1989; Secada, 1992; Campbell & Rowan, 1997).

Tvärkulturella studier visar på skillnader i hur lärandet och dess villkor uppfattas i olika kulturer. Säljö (2000) behandlar denna problematik där han refererar till "The learning Gap" (1992), i vilken Stevenson och Stigler jämför undervisning i Japan och USA. I den studien fann de att de uppfattningar av lärande som finns i kulturen har en avgörande betydelse för elevernas förhållningssätt och studieframgång. I Japan, där eleverna lyckas bättre i matematik än i USA, är den allmänna uppfattningen att alla kan lyckas och att individuella begåvningskillnader har mindre förklaringsvärde för förmågan att nå uppsatta kunskapsmål. De japanska föräldrarna förmedlar denna uppfattning till sina barn, att de kan om barnet och de vuxna hjälps åt.

I USA finns en uppfattning om barns förmåga som innebär att deras studieframgång i stor utsträckning är bestämd av givna begåvningsmässiga förutsättningar av närmast biologisk natur. Säljö refererar också till en historisk studie av skolsystemets utveckling i USA som visar att det som nu för tiden karakteriseras som problem hos eleven, tidigare ansågs vara problem hos läraren.

Låga förväntningar på elevernas möjligheter att lära sig matematik leder enligt flera forskare ofta till en undervisning baserad på drill och färdighetsträning. Elever som av olika anledningar anses ha sämre förutsättningar att utveckla sitt matematiska kunnande får ofta en undervisning med fokus på basfärdigheter. Dessa repeteras om igen på samma sätt med motiveringen att de måste uppnå snabbhet och säkerhet innan de anses kunna arbeta med aktiviteter som kräver eller utvecklar matematisk förståelse som t.ex. problemlösning (Carey m.fl., 1995; Hiebert m.fl., 1997). Detta innebär enligt Secada (1992) och Campbell och Rowan (1997) att eleverna sällan får andra infallsvinklar till ämnet, vilket skulle kunna göra matematiken mer meningsfull och skapa intellektuellt

utmanande uppgifter. Ensidigt arbete med basfärdigheter leder enligt dem till en stagnation i elevernas utveckling. Moses m.fl. (1989) anser att detta är huvudorsaken till att elever misslyckas i matematik.

Det är rimligt att anta att det relativa betygssystem som tillämpades i den svenska grundskolan t o m 1997 inte bara har haft, utan fortfarande har, stor betydelse för lärares förväntningar på olika elever. Det systemet byggde på en uppfattning att människors förmåga att lära är normalfördelad i befolkningen på samma sätt som fysiska egenskaper som t.ex. kroppslängd och fotstorlek. Om dessa antaganden ingår i lärares föreställningsvärld, kan det innebära att elevers dåliga prestationer tolkas som att de saknar tillräcklig förmåga.

2.11.2. Elever bemöts olika

De skillnader som Naucér och Boyd (1997) iakttog när det gäller svenska förskollärares förhållningssätt till elever med olika bakgrund skulle kunna förklaras med att lärarna inte förväntar sig ett större deltagande från barnen p.g.a. deras begränsade färdigheter i det svenska språket. Samma förskollärare bemöter emellertid turkiska barn med bra svenskkunskaper på samma sätt. Dessutom bemöter de svenska barn med begränsad verbal förmåga på samma sätt som de bemöter övriga svenska barn. En möjlig tolkning som Boyd och Naucér föreslår till sina iakttagelser är att lärarens agerande är uttryck för ett samarbete med det turkiska barnet, de besvarar barnets tysta lyssnandestrategi. En annan, enligt dem mer trolig tolkning, är att lärarnas förhållningssätt speglar det ojämna maktförhållande som råder mellan den svenska majoriteten och den turkiska minoriteten i det omgivande svenska samhället.

Enligt Ladson-Billings (1995) kan en av förklaringarna till att vissa elevgrupper lyckas sämre vara att lärare har olika förväntningar på elever beroende på deras socio-kulturella bakgrund och att detta påverkar hur eleven bemöts i undervis-

ningssituationen. Hon refererar till Gee som i studier av skillnader i läskunnighet mellan afroamerikanska elever från lägre samhällsklasser och vita medelklasselever har sett att skillnaderna kan bero på hur eleverna uppfattar undervisningssituationen. Vita medelklasselever uppfattar att de bemöts som om de redan har ett kunnande och erfarenheter som bara behöver utvecklas, vilket leder till att de upplevde undervisningen som en form av lärlingskap. De afro-amerikanska eleverna däremot, uppfattar att de betraktas som om de är okunniga och undervisningssituationen upplevdes av dem som tydligt hierarkisk när det gäller vem som har kunskap och vem som ska lära sig, d.v.s. betraktas som "tomma kärl" som ska fyllas.

I en studie av vad som utmärker lärare som är framgångsrika i sin undervisning av afro-amerikanska elever, konstaterar Ladson-Billings (1994) att de lärare som är mindre framgångsrika utgår från att eleverna har de förkunskaper som lärarna anser krävs vid skolstarten, utan att ta reda på hur det förhåller sig. De elever som inte har dessa färdigheter betraktas ofta som omöjliga att undervisa. De lärare som är framgångsrika utgår däremot från de färdigheter som eleverna har och ser det som sin uppgift att eleverna utvecklar de kunskaper som krävs för att de ska kunna fortsätta sin utveckling.

Våra egna erfarenheter från lokala och regionala diskussioner om skolors resultat med minoritets elever är att man på många skolor har ett förhållningssätt som liknar det förhållningssätt som de mindre framgångsrika lärarna i Ladson-Billings studie har. De kartläggningar av elevernas kunskaper och färdigheter som man gör när elever börjar skolan eller ett nytt stadium, görs mera för att användas som förklaring till varför skolan inte lyckas lika bra med dessa elever som med övriga elever, istället för att vara vägledande för hur undervisningen bör utformas så att den utgår från de kunskaper och erfarenheter eleverna har.

Sjögren (1996b) framhåller också att lärare har ett val i sitt sätt att förhålla sig till att minoritets elever inte har de erfarenheter och förkunskaper som skolan förutsätter att de har. Antingen kan man välja att uppfatta detta som brister hos eleven, vilka man försöker rätta till, eller också ser man de andra erfarenheter som eleverna har som okända kunskapsresurser, vilka man uppmärksammar och försöker integrera i en omformad skolundervisning.

I avsikt att utröna relationen mellan lärares uppfattningar av elevers svårigheter i skolan och deras förhållningssätt till elevers bakgrund och etnicitet, har Lahdenperä (1997) analyserat olika åtgärdsprogram som lärare upprättat i syfte att beskriva och finna lösningar till elevers problem i skolan. Avsikten med analysen av åtgärdsprogrammen var att undersöka hur olika lärare tolkar och beskriver problemen med och kring minoritets elever. Resultatet av denna analys visar att mer än hälften av lärarna (55 procent) uppfattade elevens egenskaper, beteende eller bakgrund, som t.ex. föräldrarna, som problematiska och som orsak till problemen i skolan. En knapp tredjedel av lärarna visade enligt Lahdenperä en utvecklingssyn genom att ta upp någon aspekt av elevernas allsidiga utveckling, antingen som orsak till problemet eller som något som kan åtgärdas i skolan. Sammanlagt uppfattade minst 83 procent av lärarna eleverna som bärare av svårigheter och problem i skolan och negligerade därmed faktorer i elevens skolmiljö. Endast 16 procent av lärarna sökte problem och svårigheter kring eleverna i skolmiljön eller i det sammanhang där de uppträdde. Exempel på sådana miljöaspekter var undervisningssvårigheter hos kollegor, svårigheter att leda verksamheten hos skolledningen eller kulturkonflikter på skolan. 70 procent av lärarna uppfattade någon aspekt i elevens bakgrund eller etnicitet som negativ för skolarbetet. Ingen av lärarna visade en enbart positiv attityd till elevens invandrarbakgrund.

2.12. *Attityder till elevens språk*

Undervisningen av minoritets elever i Sverige sker nästan uteslutande på andraspråket svenska. Detta har fler konsekvenser än vad som tidigare anförts för hur eleven lyckas i undervisningen. Eftersom eleverna bara har tillgång till modersmålsundervisning någon timme per vecka har de svårt att utveckla sin potential till tvåspråkighet. Tvåspråkighet innebär enligt flera forskare på området, förutom personliga och kulturella fördelar, att eleven utvecklar divergent tänkande och därmed sin analytiska förmåga, vilket är en stor tillgång i ämnesstudierna (Baker, 1988; Cox, Gamman & Penfold, 1993; Jfr Thomas & Collier, 1997). Att samhället och skolan inte satsar på en undervisning som kan bidra till en sådan utveckling hos minoritets elever, implicerar att dessa elevers resurser inte är värda att satsa på (Parszyk, 1999).

I Lahdenperäs studie (1997) är det ytterst få av lärarna som ser elevernas modersmål som en resurs för skolan eller för samhället. Det ses istället ofta som ett hinder i skolarbetet och i inlärningen av det svenska språket. Många av lärarna hade uppfattningen att det är skadligt för barnen att lära sig att läsa och skriva på två eller flera språk samtidigt och att läsinlärningen ska ske på svenska. I sin forskning har Johansson (under utgivning) sett att lärare i svenska som andraspråk, trots att de i intervjuer betonar modersmålets positiva betydelse, negligerar det i sin undervisning. Det är vår erfarenhet att många lärare inte bara negligerar elevernas modersmål, utan aktivt försöker förhindra att eleverna använder sitt eget språk. Som motivering anför man inte bara att alla i klassrummet ska förstå vad som sägs, utan också att eleverna har så få tillfällen att prata svenska, att de måste utnyttja alla tillfällen till det i skolan. (Jfr Heine, Kjellberg, Rönnerberg & Rönnerberg, 1997). Även i situationer där det ur begreppsutvecklingssynpunkt skulle vara bättre för eleven att kommunicera på sitt modersmål, t.ex. i situationer där de ska utveckla olika begrepp i mate-

matik, uppmanas de att tala svenska. I den konkreta undervisningssituationen innebär dessa attityder inte bara att elevens modersmål inte uppfattas som en resurs i undervisningen, utan också att eleverna hindras i sin begreppsutveckling. Enligt Arpi (1997) ger det också signaler till eleven om att majoritetsspråket har högre status än elevernas modersmål. Lahdenperä (1997) hävdar att den monolingvistiska betoningen av svenskans betydelse för två eller flerspråkiga elever leder till en institutionaliserad diskriminering.

Det är emellertid inte bara attityderna till modersmålet som har betydelse utan också attityderna till den varietet av standardspråket som eleverna talar. Barnes (1978) betonar att när läraren uppmanar eleven att korrigera sitt språk, har det en hämmande effekt på elevernas tankeprocesser även om språket "bara" är en varietet av standardspråket. Han refererar till Gumperz för att ge exempel på en sådan situation. I sin vilja att få en afroamerikansk elev att bli tvåspråkig, d.v.s. erövra standardvarietet av engelska, kommenterar läraren barnet, som i sin upphetsning över det som studeras spontant övergår till att tala ebony: "Så talar vi inte i klassrummet", eller ber barnet upprepa yttrandet på standardengelska. Ebony är den varietet av engelska som har utvecklats av den afroamerikanska befolkningen i USA.

Ett liknande agerande från lärarens sida kan också bero på en strävan att eliminera elevens varietet av språket. Enligt Trudgill (1994) innebär sådana strävanden att man för eleven antyder att hans språk och språket bland de människor som han identifierar sig med är underlägset och att vissa språk är "riktigare" än andra. Detta antyder i sin tur att eleven är underlägsen, vilket kan leda till alienation från skolan och skolans värderingar eller förkastelse av den grupp eleven tillhör (a.a.) I Sverige har vi särskilda benämningar på de språk som ungdomar i segregerade bostadsområden utvecklar, t.ex. rinkebysvenska och fittjasvenska. Det finns en nästan samstämmig, negativ attityd i samhället till dessa språkliga varieteter och det

är vår erfarenhet att många lärare i dessa områden gör stora ansträngningar för att få eleverna att överge sin varietet av svenska och bara tala "riktig svenska". I betänkandet "Krock eller möte" varnas för en språkdiskussion som kan slå över i främlingsfientlighet. Kravet på fläckfri svenska blir till slut ett krav på att vara svensk (SOU 1996:143).

2. 13. Läraren ser som sin uppgift att fostra till en homogen majoritetsidentitet

I en studie i flerkulturella klasser har Runfors (1996 & 1997) sett att lärare starkt betonar likheter mellan elever och omedvetet tonar ned etniska och kulturella olikheter. Lärarna har också en tydlig fokusering på det svenska språket och den svenska kulturen, vilka de ser som viktiga nycklar till det svenska samhället. Runfors varnar för att detta förhållningssätt kan vara kontraproduktivt, d.v.s. att goda avsikter från lärarens/skolans sida får oavsedda negativa effekter. Denna strävan till integrering kan uppfattas av eleven som en strävan från lärarens sida att fostra alla in i en svensk majoritetskultur. Att vara/bli svensk kan uppfattas som att bli *som* svenskar. I diskussioner med våra elever har det framkommit att många inte vill kalla sig för "svensk", trots att de är födda i Sverige och är svenska medborgare, eftersom det skulle kännas som att säga att man är *som* en svensk, vilket man inte vill vara. Cummins (1997) menar att det är större sannolikhet att eleverna känner samhörighet med majoritetssamhället om de känner att *deras* identitet bekräftas och att *deras* erfarenheter värderas i interaktionen i klassrummet.

Ladson-Billings (1994) hävdar att lärare som säger sig bortse från olikheter mellan elever i en strävan att inte agera rasistiskt, i själva verket gör just det på ett omedvetet sätt. Genom att hävda att man inte bryr sig om olikheter säger läraren i själva verket att hon bortser ifrån några av de mest framträdande

dragen i barnets identitet och att hon inte tar hänsyn till dem vid planeringen av undervisningen. I en strävan att behandla eleverna som jämlika där alla har samma värde, behandlas de istället som om de vore likadana, vilket kan betraktas som ojämnt genom att man berövas rätten att vara olik (Jfr Taylor, 1994; Runfors, 1996; Vithal, 2000).

2. 14. Lärares attityder till elevens familj och det lokala samhället/gemenskapen

I Lahdenperäs studie framkom att flertalet lärare ansåg att föräldrarna var en av orsakerna till elevernas skolproblem. En liknande inställning har Ladson-Billings (1994) och Licón Khisty (1995) funnit hos lärare i USA. Enligt dem är det vanligt att lärare ser orsaken till elevers misslyckanden i att eleverna inte har stöd och hjälp hemifrån. Välmenande lärare som ser det som sin uppgift att rädda barnet från sina familjer och samhällen, upprätthåller enligt Gutstein m.fl. (1997) ett sådant bristtänkande med sitt förhållningssätt.

En annan inställning som kan uppfattas som negativ till elevernas levnadsförhållanden, vilken både Runfors (1996) och Ladson-Billings (1994) lyfter fram, är att lärare ofta framhäver att skolprestationer är ett sätt att ta sig ur det lokala samhället/gemenskapen. Man utgår från att en lyckad framtid innebär att man tar sig ur livet i den segregerade förorten och att nyckeln till detta är en bra utbildning (Runfors, a.a.). Att utbildning är viktig för att den kan tillföra eller förändra villkoren för marginaliserade grupper i samhället anförs inte lika ofta (Ladson-Billings, a.a.). En inställning som denna ger signaler om att det liv som eleven och elevens familj lever, inte värderas lika högt som "det goda livet efter majoritetens modell" (Runfors, a.a.; Gutstein m.fl. 1997).

2.15. Maktrelationer i samhället återspeglas i klassrummet

Den tolkning som Boyd och Naclér (1997) gör av de svenska förskolläraarnas förhållningsätt till de svenska respektive turkiska barnen i sin undersökning är att lärarnas förhållningsätt är en återspeglings av maktrelationer i samhället. De har inspirerats till denna tolkning av Cummins beskrivning av hur maktrelationer av tvång eller samarbete mellan dominerande och underordnade grupper i samhället förstärks eller motverkas i mötet mellan lärare och elever. Han menar att dessa maktrelationer inte bara påverkar de institutionella strukturerna för utbildning, utan också hur lärare definierar sin yrkesroll. Dessa båda förhållanden utgör i sin tur ramar för hur samspelet mellan lärare och elev kring elevens kunskaps- och identitetsutveckling antingen förstärker förtrycket eller bidrar till att maktrelationerna ifrågasätts och utmanas. Samspelet mellan lärare och elev återspeglar hur läraren har definierat sin roll när det gäller undervisning i allmänhet och vad gäller undervisningen av elever från kulturella minoriteter och deras samhällen i synnerhet (Cummins 1996 & 1997).

”Are we preparing students to accept the societal status quo (and, in many cases, their own inferior status therein) or are we preparing them to participate actively and critically in the democratic process in pursuit of a more just and equitable society?” (Cummins 1997, p. 95)

3. Förslag till åtgärder

3.1. Arbetssätt och arbetsformer

Flertalet av de rekommendationer som gäller arbetssätt och arbetsformer i den genomgångna litteraturen grundar sig på ett socialkonstruktivistiskt eller sociokulturellt perspektiv på lärande, vilket mycket förenklat innebär att eleven utvecklar begrepp utifrån de uppfattningar eleven redan har i kommunikativt samspel med andra. Skillnaden mellan de två perspektiven är att ett konstruktivistiskt perspektiv innebär att man ser kunskap som en av individen själv uppbyggd meningsfull tankevärld, medan ett sociokulturellt perspektiv innebär att man ser kunskap som en grups eller en gemenskaps sätt att betrakta omvärlden (Wyndhamn m.fl., 2000).

För att man ska ha möjlighet att utveckla begrepp utifrån vad man redan vet anses det, vilket vi berört i 2.1.2., vara nödvändigt att man får tillfälle att bearbeta begreppen, vilket sker genom reflektion och kommunikation.

Reflektion sker enligt Hiebert m.fl. (1997) när man medvetet tänker på sina erfarenheter, överväger olika idéer, försöker se företeelser ur olika perspektiv och tänker igenom vad man gör och varför. Detta skapar relationer mellan idéer, fakta och procedurer. Att reflektera medför därmed ökad förståelse. Cowie och Saunders (1994) ger flera förslag på frågeställningar för att utveckla ett reflekterande förhållningssätt hos såväl elever som lärare i matematikundervisningen.

Kommunikation innebär enligt Hiebert m.fl. (a.a.) att man deltar i en social interaktion där man delger varandra sina tankar. Genom kommunikation kan man gemensamt överväga idéer och problem där flera kan komma med förslag. Detta

innebär att man ofta åstadkommer mer än när man arbetar enskilt. Dessutom innebär kommunikation att man kan utmana varandras idéer och be om klargöranden och förtydliganden, vilket stimulerar oss att överväga egna idéer för att kunna argumentera för dem. Jämför även Barnes studier av sonderande tal (Barnes, 1978).

Elever kan ges möjligheter att reflektera och kommunicera såväl i stora som i små grupper, förutsatt att båda typerna av grupperingar ger utrymme för eleverna att använda språket på ett informellt sätt och att man inte arbetar enskilt och individualiserat. Flera författare rekommenderar dock ett arbetssätt där eleverna arbetar tillsammans i mindre grupper, "cooperative learning", för att ett sådant arbetssätt ger eleverna större möjligheter att reflektera över och bearbeta matematiska begrepp i kommunikation med andra (Silver m.fl., 1995; Cox m.fl., 1993). Andra förespråkar ett sådant arbetssätt för att det överensstämmer med hur man lär utanför skolan (Jacobs & Becker, 1997). Vi har tidigare refererat till Ivory m.fl. (1999) som dels hävdar att andraspråkselever har färre erfarenheter av att verbalisera akademiskt innehåll på undervisningsspråket än övriga elever och dels betonar betydelsen av att eleverna får tillfälle att bearbeta begrepp muntligt och skriftligt för att inlärningsprocessen inte ska stanna upp. Enligt dem är det mer troligt att eleverna vågar pröva nya ord, idéer och begrepp om de arbetar tillsammans i smågrupper. När språkligt risktagande lönar sig ökar självförtroendet, vilket i sin tur innebär att kommunikationsförmågan och problemlösningsförmågan ökar. Barnes (1978) förespråkar arbete i smågrupper för att det ger eleverna större möjligheter till sonderande tal än vad helklassundervisning gör. I en stor grupp ställs mer formella krav på språket, vilket enligt honom hämmar det sonderande talet och därmed tänkandet. Den auktoritet som läraren utgör har enligt Barnes också en hämmande effekt på elevernas kommunikation med varandra, vilken han anser blir mindre om eleverna arbetar i smågrupper som inte styrs av läraren.

Ett arbetssätt där eleverna får stort utrymme att berätta hur de tänker innebär också att den variation av begreppsuppfattningar och tankesätt som finns i en flerkulturell klass kan utnyttjas. Eleverna får också möjlighet att reflektera över egna och kamraters lösningar (Cox m.fl., 1993; Jfr Dysthe, 1996 och Jaworsky, 2000). Om de uppgifter eleverna arbetar med är utformade med tanke på att utnyttja de erfarenheter och den flerstämmighet som finns i klassen, blir lärandet effektivt genom att eleverna förhandlar öppet med varandra om mening och förståelse (Jfr Runesson, 2000). Enligt Hiebert m.fl. (1997) lär sig elever i ett sådant arbetssätt dels genom att var och en bidrar med egna förslag till gruppens arbete och dels genom att eleverna ser hur de andra i gruppen hanterar olika infallsvinklar. För att potentialen i gruppen ska utnyttjas och för att alla elever ska utvecklas är det viktigt att *varje* elev bidrar med *sina* förslag. Barnes (1978) menar att när man strävar efter att uttrycka sig begripligt inför andra, är det troligt att man lär sig att allt mer bygga in deras perspektiv i sina egna och därmed också uppfatta sin kunskap som hypotetisk och föränderlig, vilket bidrar till utvecklingen av tänkandet. Lärarens uppgift i ett arbetssätt som detta blir enligt Hiebert m.fl., (a.a.) att vara förhandlare mellan olika elevers uppfattningar och mellan dessa och kulturens etablerade matematiska uppfattning.

Wistedt m.fl. (1992 & 1993) lyfter i sina undersökningar fram de svårigheter som kan finnas i arbete i smågrupper. Elever kan tolka uppgifter på olika sätt och kan ha svårigheter att förstå varandra. När de ifrågasätter varandra, klarar de inte alltid av att precisera och utveckla sina tankar. Wistedt m.fl. anser att i och med att eleverna har svårt att precisera referenser för ord och begrepp som de använder, får de inget stöd av varandra i det avseendet. Det är tillräckligt svårt för dem att hålla reda på sin egen tankelogik (Jfr Adler, 1998a & 1999a). De menar att eleverna naturligtvis kan stimulera varandra att uttrycka tankar men de kan inte ta på sig didaktiska uppgifter.

För att tolka elevens lösningsförsök och se var hjälp behöver sättas in krävs en mer kunnig handledare.

Här föreligger ytterligare ett dilemma för läraren. Hur ska läraren kunna handleda eleverna för att hjälpa dem att reda ut sina tankar utan att samtidigt hämma deras spontana tänkande och samtal som man enligt Barnes (1978) gör när man närvarar i elevernas arbete.

Många studier har gjorts för att undersöka om det är effektivare för elevers inlärning att arbeta i smågrupper istället för i helklass. Enligt Stacey och Gooding (1998) är det bara ett fåtal av studierna som visar signifikanta skillnader. Av dessa visar emellertid nästan alla att arbete i smågrupper ger något bättre resultat. Syftet med arbetet i smågrupper i dessa studier har varit att eleverna ska tillägna sig ett nytt undervisningsinnehåll eller nya färdigheter. Av Stacey och Gooding framgår däremot inte hur smågrupperna har varit sammansatta och om man i dessa studier har jämfört med storgrupper som varit heterogent eller homogent sammansatta vad gäller elevernas kunskande. När det gäller huruvida man ska sätta ihop elevgrupper homogent eller heterogent utifrån elevernas kunskaper och färdigheter, finns ingen forskning som entydigt visar att det ena sättet skulle vara effektivare än det andra ur kunskapsutvecklingssynpunkt (Good, Mulryan & McCaslin, 1992; Jfr Wallby, Carlsson & Nyström, 2000). I flera utvecklingsprojekt i USA anser man sig ha haft framgång med en undervisning i heterogent sammansatta klasser som man har kunnat gruppera på olika sätt vid olika tillfällen (Silver m.fl., 1995; Carey m.fl., 1995; Campbell & Rowan, 1997). Detta skulle kunna förklaras av att olika typer av grupperingar är att föredra beroende på vad det är för typ av kunskande eleverna ska utveckla. Rogoff (1990) redogör för flera undersökningar som visar att när det handlar om att eleverna ska få fördjupad förståelse, vilket man får genom att göra perspektivbyten, sker detta i större utsträckning om barnet får samspela med personer som är lika kunniga som de själva. När det handlar om att

utveckla färdigheter däremot, sker det bäst i samspel med mer kunniga personer. En studie som förefaller styrka detta är den som Stacey och Gooding själva har genomfört (Stacey & Gooding, 1998). De har undersökt om arbete i smågrupper är effektivt också när det handlar om att komma tillrätta med elevers oklara eller "felaktiga" uppfattningar av begrepp. Den underliggande hypotesen för studiens genomförande var att arbete i smågrupper skulle vara ännu effektivare för att skapa och lösa kognitiva konflikter hos eleverna för att få dem att utveckla de begrepp de redan har, än för att tillägna sig nya färdigheter. Syftet med smågruppsarbetet var att eleverna skulle få tillfälle att bearbeta och utveckla sin uppfattning om divisionsbegreppet. Av studien framgår att huruvida grupperna var framgångsrika eller inte, berodde på hur eleverna kommunicerade med varandra i gruppen. Detta berodde i sin tur på sammansättningen av grupperna. I de grupper där alla elever hade oklara uppfattningar om begreppet division blev diskussionerna rikare, vilket påverkade gruppens resultat positivt. I den grupp där ingen elev förbättrade sin förståelse, fanns den enda elev som före arbetet hade mycket god förståelse av divisionsbegreppet. I den gruppen uppstod ingen diskussion. Den kunnige eleven löste uppgiften som gruppen hade på egen hand, utan att diskutera eller förklara för de andra i gruppen (Stacey & Gooding, 1998). Vi har tidigare refererat till Barnes (1978) som visar på kommunikationens kritiska betydelse för elevernas kunskapsutveckling. På samma sätt som Barnes menar att lärare hämmar det sonderande talet bland elever, kan man tänka sig att mer kunniga kamrater kan hämma det sonderande talet i gruppsituationer.

Secada (1992) och Adler (1995) visar på problemet med att ett arbetssätt där eleverna kommunicerar sina matematiska idéer och sitt tänkande med varandra förutsätter en kommunikativ kompetens på undervisningsspråket som många elever inte har, vilket försvårar för dessa elever. Eftersom de flesta minoritets elever i Sverige bara har ett fåtal lektioner i

modersmålet per vecka, har de också svårt att utveckla en sådan kompetens på sitt modersmål. Campbell och Rowan (1997) har emellertid konstaterat att elever som har ett annat språk än undervisningsspråket både utvecklar språket och sin matematiska förståelse mer i arbete i smågrupper, än vid traditionell undervisning på andraspråket.

Att återkommande gruppera eleverna utifrån deras modersmål kan vara en fördel då det innebär att eleverna får möjlighet till språklig bearbetning av begrepp tillsammans med kamrater som talar samma språk och att de kan hjälpa varandra att förklara och översätta. Doty, Mercer och Heningsen (1999) poängterar att arbetssättet blir ännu effektivare om modersmålslärares deltar i undervisningen.

Flera matematikdidaktiker rekommenderar användandet av loggböcker, matematikjournaler eller annan skriftlig dokumentation i undervisningen (Jfr Ellerton & Clarkson, 1996). Ett syfte med loggboksskrivande är att eleverna genom att skriva om olika begrepp, får tillfälle att reflektera över och språkligt bearbeta det som studeras. Masingila och King (1997) föreslår loggboksskrivande som ett sätt att synliggöra den matematik som eleverna använder sig av utanför skolan, det flera benämner elevens "etnomatematik" (se 2.2.9.2.). På så sätt kan eleverna bli medvetna om när, hur och varför de använder matematik utanför skolan och läraren har möjlighet att anknyta till det i undervisningen. Fuson, m.fl. (1997) föreslår att eleverna skriver journaler eller på annat sätt skriftligt dokumenterar hur de löser uppgifter för att läraren då kan följa hur elevens tanke-sätt utvecklas.

3.2. En förändrad lärarroll

För att en undervisning med fokus på förståelse istället för på procedurer som ska läras in ska ge ett bättre resultat, måste också lärarens roll förändras, från en auktoritär till en mer

jämställd och från expert till förhandlare (Hiebert m.fl., 1997; Carey m.fl., 1995). Rogoff (1990) refererar till undersökningar som visar att när lärare intar en mer jämställd roll till barnen, ökar barnens kreativitet. Även tysta barn blir mer uttrycksfulla. Stigler och Hiebert (1999) menar att matematiklärarens roll och agerande i klassrummet beror på vilka mål de har för undervisningen. Hiebert m.fl. (1997) hävdar att om målet är att eleverna ska utveckla begreppslig förståelse blir lärarens uppgift att utforma uppgifter som innebär genuina, matematiska problem som stimulerar eleverna till reflektion och kommunikation. Läraren måste verka för att utveckla en klassrumskultur där elever arbetar med problem, individuellt och tillsammans och diskuterar och reflekterar över sina metoder och svar. Denna roll utesluter inte att lärare diskuterar i helklass. Lärarens uppgift måste vara att vara aktivt engagerad i att hjälpa eleverna att konstruera förståelse. Genom att ingripa för mycket kan läraren emellertid lätt hämma elevernas initiativ och kreativitet och förstöra uppgiftens karaktär (a.a.).

3.3. Att skapa ett socialt klimat för lärande i samverkan

Många forskare betonar att eleverna måste känna sig trygga i gruppen om de ska ha möjlighet att uttrycka sina tankar och reflektera över egna och andras sätt att lösa uppgifter. Elevernas förslag får inte till en början värderas i rätt eller fel. Alla sätt att tänka kan utnyttjas i processen. Det är viktigt att skapa ett klimat av "learning community" (Carey m.fl., 1995; Silver m.fl., 1995; Hiebert m.fl., 1997). Först när eleverna är trygga kan de diskutera fördelar och nackdelar med olika lösningar. Så småningom kan de reflektera över och värdera olika Lösingsstrategier genom att man tydliggör skillnaden mellan att kommentera och kritisera varandras idéer och att

kritisera varandra som personer (Silver m.fl., a.a.; Campbell & Rowan, 1997).

Hiebert m.fl. (1997) understryker vikten av att man utvecklar ett socialt interaktionsmönster som underlättar för elever att kommunicera och reflektera över matematik. Läraren måste hjälpa eleverna att inse att de dels förväntas förstå de metoder de själva använder och att de dels måste hjälpa kamraterna att förstå dem. Eleverna måste också lära sig att respektera att de har olika behov av att förstå de olika metoder som används. Alla elever kommer inte att förstå alla metoder, men genom att det kommer att finnas en variation av metoder, finns det alltid någon metod som fungerar för varje elev. Eleverna måste också förstå att lärande innebär att lära av andra. Detta innebär att använda andras idéer och resultat men inte att låta andra göra arbetet. Eftersom varje elevs främsta ansvar är att dela med sig av de metoder han/hon förstår, innebär det att eleverna måste utveckla sin förmåga att lyssna på varandra. Detta måste de göra, inte bara av artighet och respekt, utan också av ett genuint intresse för vad den som talar har att säga, eftersom de sedan ska använda den information de fått på ett ändamålsenligt sätt. Misstag eller "fel" som eleven gör ska betraktas som resultat av metoder som behöver förbättras. Om man hanterar dessa på ett genomtänkt sätt kan de bidra till att vars och ens förståelse ökar. Metodens och lösningars korrekthet ska avgöras av logik och struktur, inte av läraren eller av social status hos deltagarna (Jfr Jacobs & Becker, 1997).

3.4. Undervisning på modersmålet

När det gäller att utveckla det matematiska kunnandet är det gynnsammare om det sker på modersmålet än på ett andraspråk som eleven inte behärskar. Om eleven har möjlighet att utveckla matematik på två språk samtidigt kan det vara ännu mera gynnsamt. Hyltenstam och Tuomela (1996) refererar till

en norsk undersökning som visar att andraspråkselever som kommer från hem där förstaspråket används som kommunikationsspråk och som har fått tvåspråkig undervisning i matematik lyckas bättre än motsvarande elevgrupp som fått undervisning enbart på norska.

I en översikt över internationell forskning om undervisning i flerspråkiga klasser, "Teaching in Multilingual Classes", som genomfördes på uppdrag av den sydafrikanska regeringen 1997, fann man att de mest effektiva undervisningsprogrammen, både för att behålla förstaspråket och att utveckla andraspråket, var "Additive Bilingual Programmes". I dessa program ersattes inte elevens förstaspråk med andraspråket med mer än 50 procent. Detta skedde antingen genom att hälften av ämnesundervisningen skedde på förstaspråket och hälften på andraspråket eller genom att man växlade mellan de båda språken under en och samma lektion (JET, 1997).

Thomas och Collier (1997) har i sin undersökning av skolresultat hos elever i fem stora skoldistrikt i USA följt över 40 000 andraspråkselever från förskolan till skolår 12 i olika undervisningsprogram. De har funnit att elever som har fått åldersadekvat ämnesundervisning på både första och andraspråket gör stora framsteg i andraspråket och kommer ikapp enspråkiga engelsktalande kamrater i alla skolämnen. I några fall presterar eleverna också bättre i de högre årskurserna än vad jämnåriga engelskspråkiga genomsnittselever gör. I Axelsson (2000) finns en presentation av denna undersökning på svenska.

3.5. När undervisningen inte kan ske på förstaspråket

Garrison och Kerper Mora (1999) betonar att elevernas inlärningsmöjligheter minskar drastiskt om de vare sig förstår de begrepp som introduceras i undervisningen eller förstår

undervisningsspråket. Ett exempel kan vara att eleverna inte förstår begreppet platsvärde samtidigt som de har svårt att skilja mellan olika tals benämningar på undervisningsspråket, t.ex. "femton" och "femti". Eleverna kommer att ge upp eftersom de inte förstår, hur mycket de än anstränger sig. I en sådan situation måste man antingen försöka använda det språk eleverna behärskar för att introducera nya begrepp eller försöka gå via begrepp som eleven redan behärskar för att först utveckla språket. Den grundläggande principen för undervisning av tvåspråkiga elever måste därför enligt Garrison och Kerper Mora vara att använda *det språk eleven behärskar bäst när man ska utveckla för eleven nya begrepp*. När eleven ska *utveckla språk*, t.ex. det matematiska registret, sker det *bäst utifrån begrepp som eleven redan behärskar*. När eleven har svårigheter att förstå undervisningsspråket och man inte kan undervisa på elevens modersmål, är det viktigt att undervisningen organiseras så att eleverna får *konkreta* upplevelser av de *begrepp* som introduceras innan *benämningarna för begreppen*, orden, förs in (Jfr Thomas, 1997).

Garrison och Kerper Mora (1999) betonar också vikten av att använda andra representationsformer än de verbala, t.ex. konkret materiel och bilder för att ge eleverna möjligheter att förstå undervisningen. Att rita bilder som stöd för matematiska problem och lösningar underlättar inte bara för eleverna att reflektera över sitt arbete och förklara sina lösningar, utan också för läraren att se hur eleverna tänker. Användandet av konkret och visuellt stöd vid utvecklandet av begrepp är lika viktigt för alla barn, oavsett om de går i högre eller lägre årskurser och är extra viktigt när eleven inte behärskar undervisningsspråket (Jfr Mohan, 1986; Cummins, 1996).

Ron (1999) anser att barn måste uppleva matematik innan de kan förstå matematik. Dessa erfarenheter kommer till stor del genom experimenterande med språket. Eftersom det är lättare att utveckla språk och begrepp i konkreta sammanhang, måste läraren därför se till att eleverna kommer i kon-

takt med en mångfald av sätt att uttrycka samma matematiska begrepp så snart det är möjligt. Eleverna behöver aktivt producera språk, både muntligt och skriftligt för att förstå betydelsen av språket (Jfr. Cummins & Swain, 1986).

Ett sätt som Fuson m.fl. (1997) har prövat för att underlätta förståelse av platsvärde i tiotalssystemet hos elever som har ett språk där benämningarna av talen inte är logiskt uppbyggda som i de östasiatiska språken, är att utforma en verbal representationsform som har samma logiska uppbyggnad som dessa språk. Man använde "tio-och-ett ord" (Jfr Miura & Okamoto, 1999). Förutom att underlätta förståelsen av platsvärde, innebar metoden en möjlighet för eleverna att delta i undervisningen av tvåsiffrig addition och subtraktion innan de lärt sig namnen för alla räkneord upp till hundra. Eleverna i Fuson m.fl.:s studie tyckte också att det var lättare att lära sig "tio och ett" orden, framför allt de elever som inte var så framgångsrika i matematikundervisningen. Detta sätt kan också användas för att utveckla matematisk förståelse när eleverna inte behärskar undervisningsspråket, eftersom de bara behöver lära sig namnen för räkneorden upp till tio och de slipper många svårigheter som likheter i uttal mellan olika räkneord kan utgöra.

I officiella nyzeeländska kursplanekommentarer rekommenderar man att alla elever, oavsett modermål, får möjlighet att undersöka och jämföra talbenämningarna på engelska och maori (Barton, 1995). Detta motiveras av att talbenämningarna på maori är uppbyggda på ett mer logiskt sätt än i det engelska språket, vilket underlättar förståelse av platsvärde. I vissa skolors matematikprogram, särskilt i Auckland, använder man kinesiska räkneord i samma syfte (Barton, 2000).

En svårighet med att skriftligt redovisa hur man tänker när man löser uppgifter kan vara att eleven har svårt att uttrycka sig språkligt så att läraren förstår. Det är svårare att förstå hur eleverna har tänkt när lärare och elev inte talar samma språk. Fuson m.fl. (1997) och Lo Cicero m.fl. (1999) beskriver ett sätt som de har använt för att förstå hur eleverna tänkte när de

utförde additions och subtraktionsberäkningar. Barnen använde ett dokumentationssystem där de ritade vertikala streck för att markera tiotal, och prickar för att markera ental, baserat på användandet av "tio-och-ett ord". När detta sätt att dokumentera infördes började man med att gruppera föremål i tiokolumner. Nästa steg var att ha tiokolumner där eleverna gjorde cirklar eller prickar för varje ental. Sedan använde de sådana bilder för att räkna till hundra via tiotal och ental och skriva siffrorna upp till hundra. Därefter drog de en vertikal linje genom alla cirkelarna i varje kolumn. När det enskilda barnet var moget, ritade de bara tiostickan och inte de enskilda prickarna. Dessa tiostickor användes sedan när de utförde additions- och subtraktionsuppgifter. Vid subtraktion öppnade de en tiosticka eller tog bort en del av tiostickan och ritade resten som prickar. Med detta sätt att dokumentera kan lärare följa elevernas tankegångar på ett helt annat sätt än i en algoritm.

Ett annat sätt som underlättar förståelse för eleverna där språket utgör ett hinder är enligt Lo Cicero m.fl. (a.a.) att introducera nya begrepp successivt i en och samma kontext. Detta kan t.ex. ske genom att man under en längre tid anknyter matematikundervisningen till ett för barnet bekant sammanhang eller arbete med teman.

Vi har tidigare refererat till forskning som visar att alla barn inte har samma erfarenheter av att använda talat och skrivet språk och att det anses ha betydelse för elevernas möjligheter att tillgodogöra sig undervisningen. Hiebert m.fl. (1997) betonar att barn som kommer till skolan utan erfarenheter av det interaktionsmönster som deltagande i klassdiskussioner kräver, måste få möjlighet att utveckla en sådan kompetens (Jfr Sfard m.fl., 1998). Obondos uppfattning är att skolan måste införliva eller bygga på de erfarenheter av språkanvändningsmönster som eleverna har och som i andra sammanhang har bidragit till deras lärande för att alla elever ska ha samma möjligheter (Obondo, 1999).

3.6. Att använda elevens modersmål som resurs

När eleverna har svårigheter att uttrycka sina matematiska idéer på andraspråket kan det vara en idé att låta dem skriva ner sina lösningar på det språk de behärskar. Under detta skrivande slipper de svårigheten med språket och kan koncentrera sig på att utveckla sina tankar. Sedan kan eleven översätta det skrivna för läraren. Under översättningen behöver eleven då bara koncentrera sig på det språkliga, eftersom tankarna redan är formulerade. Om det behövs kan någon annan elev hjälpa till med översättningen (Garrison & Kerper Mora, 1999). Om elever inte kan skriva på sitt modersmål, kan det ändå vara en hjälp för dem att de först får lösa matematikuppgiften muntligt tillsammans med någon som talar samma språk och att de därefter hjälps åt att översätta så att läraren och kamrater förstår hur de har tänkt. Kilborn (1991) argumenterar, utifrån sina erfarenheter från Moçambique, för att eleverna ska få lära sig grunderna i matematik på sitt modersmål, i synnerhet när det har ett mer lätthanterligt system för talbenämningar än det undervisningsspråk som eleven inte behärskar. Detta argument tycker vi också är giltigt för minoritets elever i Sverige. Inte bara för dem som har ett språk som har ett kinesiskt system för talbenämningar utan också för de vars språk i likhet med turkiska, kurdiska och somaliska har en mer logisk uppbyggnad än det svenska språket.

Av resultaten från flerårig forskning om matematikutveckling hos elever i Papua Nya Guinea har matematikdidaktiker i Australien dragit samma slutsats som Kilborn. Man anser att den tidiga matematikundervisningen bör ske på modersmålet, parallellt med att eleverna erövrar det officiella undervisningsspråket (Ellerton & Clements 1996).

Språket har stor betydelse för att utveckla tänkandet och det är viktigt att man får förtydliganden av sådant man inte förstår på andraspråket. Därför har det stor betydelse om eleven får stöd och studiehandledning på sitt modersmål (Licón Khisty,

1995; Doty m.fl., 1999). Saville-Troike (1984) visar att det är tillräckligt att eleverna får prata om de begrepp de håller på att utveckla i ämnesstudierna på sitt modersmål, för att det ska påverka begreppsutvecklingen positivt.

Adler (1998) anser att för att underlätta kodväxling mellan språken, är det viktigt att skillnader mellan modersmålet och undervisningsspråket gällande talbenämningar och registret i övrigt synliggörs för elev och lärare. Att tydliggöra skillnader i hur tal benämns på modersmålet och undervisningsspråket leder sannolikt också till fördjupad förståelse (Setati, 1998).

3.7. Innehållet i undervisningen

3.7.1. Att utgå från elevernas verklighet

Vi har ovan beskrivit att det kan vara svårt att utgå från elevernas verklighet om man inte vet hur elevernas livssituation utanför skolan ser ut. För lärare i en klass med barn från många olika kulturer kan det vara ännu svårare. Ett sätt för lärare att skaffa sig kunskap om detta är att låta eleverna skriva loggböcker. Ett annat sätt att utgå från elevernas verklighet och egna livserfarenheter i matematikundervisningen beskriver Lo Cicero m.fl. (1999). I ett projekt med spansktalande lågstadbarn i USA utgick man från elevernas egna berättelser om upplevelser utanför skolan, t.ex. en semesterresa eller annan händelse, för att utveckla matematiska begrepp, matematiskt språk och formulera frågor tillsammans i klassen (Jfr Massingila & King, 1997). I projektet QUASAR försöker man på flera sätt öka skolmatematikens relevans för eleverna. Man försöker ge matematikuppgifterna en kontext som eleverna känner igen genom att relatera uppgifterna till elevernas intressen som musik, böcker, seriefigurer mm. Man utgår också från de problemlösningsförmågor som eleverna har utvecklat och använder i sin vardag utanför skolan (Silver m.fl., 1995).

3.7.2. Att utgå från elevernas tänkande

Carey m.fl. (1995) visar i projektet "CGI", Cognitively Guided Instruction", att lärare kan utforma en mer meningsfull undervisning om de får kunskap om hur elever tänker om addition och subtraktion. Undervisningen blev mer framgångsrik då lärarna gav eleverna mer tid att lösa ordproblem och fler tillfällen att förklara hur de hade löst dem. Detta gav i sin tur lärarna insyn i elevernas tänkande, vilket möjliggjorde för dem att ha det som utgångspunkt i planeringen av den fortsatta undervisningen.

3.7.3. Uppgifternas utformning

Enligt Hiebert m.fl. (1997) måste de uppgifter som eleverna arbetar med i matematik uppfylla tre kriterier för att de ska utgöra genuina problem för samtliga elever och dessutom ge tillfälle till reflektion och kommunikation. Det första kriteriet är att uppgifterna måste innebära att varje elev får möjlighet att problematisera det matematiska i situationen. Det andra är att uppgifterna måste ge eleverna möjlighet att använda den kunskap de redan har. Det tredje kriteriet är att genomförandet av uppgiften måste ge något av matematiskt värde. De första två kriterierna är mycket viktiga när det gäller jämställdheten i klassrummet. Hiebert m.fl. anser att uppgifter allt för ofta inte har passat flickor eller minoritets elever p.g.a. att eleverna har saknat erfarenheter av kontexten i uppgifterna. Att anknyta uppgifter till elevernas kulturella kontext, kan enligt Hiebert m.fl. ske antingen genom att anknyta till olika etniska kulturer, eller genom att anknyta till den vardagskultur som eleverna lever i.

Om man vill att eleverna ska utveckla färdigheter i att lösa uppgifter som innehåller mer komplex aritmetik, är det enligt vår erfarenhet viktigt att tänka på att inte samtidigt försvåra för eleven genom att välja uppgifter som inte är situationsbundna eller ges i en för eleven obekant kontext. Om man tänker sig den aritmetiska komplexiteten, graden av situa-

tionsbundenhet, kontexten och meningsfullheten som olika svårighetsvariabler i en uppgift, är det bra att inte försvåra alla samtidigt. Detta gäller naturligtvis alla elever, men problemen blir större för andraspråkselever genom att de behöver mer kontextuellt stöd.

3.8. En pedagogik grundad på bekräftelse av eleven

Flera forskare från olika discipliner understryker att minoritetselever lyckas bättre i undervisningen om de får bekräftelse på att deras språk och kultur är värdefull (Ogbu, 1992; Silver m.fl., 1995; Cummins, 1994, 1996 & 1997; Ladson-Billings, 1992, 1994, 1995 & 1998; Parszyk, 1999; Axelsson, 1999). Några av dessa har undersökt och/eller reflekterat över detta mera ingående.

Enligt Cummins är samspelet mellan lärare och elev av avgörande betydelse för hur minoritetselever lyckas i sina studier. Mötet mellan lärare, elever och samhälle är aldrig neutralt. De maktrelationer som råder i kontakten mellan dominerande och dominerade grupper utanför skolan får sitt genomslag i undervisningen genom att de påverkar utbildningssystemets strukturer i stort och hur lärare, medvetet eller omedvetet, definierar sina roller i relation till minoritetselever. Antingen förstärks de förtryckande maktrelationer som finns i samhället, eller också gynnas utvecklingen av maktrelationer som utmärks av samarbete. Detta får som konsekvens att minoritetselever antingen blir försvagade, "disabled", eller stärkta, "empowered", som personer och studerande.

Förhållandena i samhället påverkar de antaganden, förväntningar och mål som läraren för med sig in i undervisningen. Cummins anser att det är antaganden utefter fyra olika dimensioner i lärarens rolldefinition som är särskilt betydelsefulla. Dessa är i vilken utsträckning man inkorporerar elevernas språk och kulturer i undervisningen, i vilken utsträckning

man inkluderar familjen/samhället, vilken pedagogik man har och hur man gör när man bedömer eleverna. Beroende på vilka antaganden i dessa fyra avseenden som ingår i lärarens rolldefinition, betraktar Cummins rolldefinitionen som *assimilationsorienterad* eller *interkulturellt orienterad*. Det som utmärker ett interkulturellt förhållningssätt är bland annat att läraren ser det som sin uppgift att utvidga elevens språkliga och kulturella kompetens utifrån det eleven redan kan och att uppmuntra användandet av modersmålet. Vidare innebär det samarbete med föräldrar och andra från elevens grupp, i klassrummet, i hemuppgifter och genom att t.ex. använda tolk när så behövs. En interkulturell rolldefinition hos läraren innebär att eleven blir stärkt både som människa och studerande. Ett lärar- elevsamspel som styrs av en assimilationsorienterad rolldefinition hos läraren leder däremot till att eleven blir studiemässigt handikappad eller att han/hon gör motstånd mot undervisningen.

I begreppet "empowerment" ligger mer än vad någon enkel direktöversättning förmedlar, men på svenska blir den ungefärliga betydelsen "bemyndigande", att göra det möjligt för någon. Det handlar om att bli förmögen att förstå och kunna påverka sin livssituation. Termen har enligt Cummins både sociologiska och psykologiska dimensioner. Att skapa ett samspel som utmärks av empowerment i klassrummet innebär inte bara att man utvecklar den respekt, trygghet och bekräftelse som är nödvändig för att elever (och lärare) ska kunna reflektera kritiskt över sina erfarenheter och identiteter. Det innebär också en öppen utmaning av den nedvärdering och marginalisering som många minoritets elever och deras omgivning är utsatta för i samhället som helhet.

Ladson-Billings (1994) har specialstuderat några lärare som i olika avseenden lyckas väl med att undervisa elever från den afro-amerikanska minoriteten i USA. Hon benämner deras undervisning "Culturally relevant teaching". I studien förekommer såväl lärare från den afroamerikanska minoriteten

som från den vita majoriteten. Utmärkande för dessa lärare är likheter med avseende på tre dimensioner: hur de uppfattar sig själva, hur de strukturerar det sociala samspelet i klassrummet och hur de ser på kunskap. Lärarna har ett bra självförtroende och stor respekt för andra och de ser sig själva som medlemmar av det lokala samhället. De har en övertygelse om att alla kan lyckas och de har en mänsklig, "jämställd" relation till eleverna. De ser undervisning mer som gruvbrytning där man "gräver fram" kunskaper, än som något som fyller på eleven. De hjälper eleverna att göra kopplingar mellan lokalsamhället, nationen och mänskligheten som helhet. De förstår den betydelse som det sociala samspelet i klassrummet har för studieresultatet och uppmuntrar utvecklandet av "a community of learners" där elever samarbetar och tar ansvar för varandra. Lärarna har en dynamisk och kritisk syn på kunskap och innehåll och visar ett stort engagemang för ämnet.

Parszyk (1999) argumenterar, i anknytning till idéer hos Taylor (1994) om en erkännande politik, för behovet av vad hon benämner en *erkännande* pedagogik. I den privata sfären pågår dialogen med betydelsefulla andra. Dialogen i den offentliga sfären bör ske i en politik av lika erkännande. En förutsättning för att minoriteter ska ha möjligheter i ett mångkulturellt samhälle är att olika etniska grupperns identitet respekteras. I skolan borde detta enligt Parszyk innebära en "erkännande pedagogik" utifrån alla elevers lika värde, men i enlighet med "erkännandets diskurs", så att man undviker en likvärdighetspolitik som är likriktad. Var och en ska i stället erkännas för sin unika identitet, sin enastående livshistoria, i relation till andras.

Att bygga upp "a community of learners" bidrar enligt Hiebert m.fl. (1997) till bekräftelse av eleven. När varje elev i klassen deltar i kommunikationsprocessen, där hans eller hennes tänkande har ett värde för lärare och kamrater, ger det signaler till alla att han eller hon är en del av gemenskapen. Man

uppskattas för att man deltar i att lösa och reflektera över problem och rapportera sitt tänkande. Var och en lär sig också att respektera och uppskatta varandras tänkande.

3.9. Multicultural Mathematics, etnomatematik och kritisk matematik.

I den litteratur vi har tagit del av förekommer tre begrepp som används för att beskriva olika sätt att utforma undervisningen för att alla elever, oavsett etnisk, social eller språklig bakgrund, ska lyckas i matematik. Begreppen är "Multicultural Mathematics", "etnomatematik" och "kritisk matematik". Innehållet i dessa begrepp överlappar delvis varandra och skiljer sig åt mellan olika användare.

3.9.1. Multicultural Mathematics

Multicultural Mathematics innebär för Joseph (1993) att man i en västerländsk undervisning även använder matematik från icke europeiska kulturer. Han menar att det kan förenas med vilken befintlig kursplan som helst. Man behöver alltså inte omforma kursplanerna för att undervisa i Multicultural Mathematics. Enligt hans uppfattning är det nödvändigt att undervisningen införlivar innehåll från flera olika kulturer, dels för att vara effektiv, dels av moraliska skäl. Det senare inte bara för att förstärka minoritets elevernas självbild, utan också för att ge alla barn den kulturkompetens som krävs för att leva i ett mångkulturellt samhälle. Enligt Joseph bör den som tillämpar ett mångkulturellt perspektiv i sin matematikundervisning, förutom att ställa sig frågor som vilket det matematiska målet för att introducera ett visst moment är och vilket som är det bästa sättet att nå detta mål i undervisningen, också fråga sig om det finns någon mångkulturell potential i momentet.

Zaslavsky (1997) rekommenderar anknytning till olika aktiviteter som fingerräkning, mönster, arkitektur och spel från olika kulturer i matematikundervisningen. Syftet med detta är

att göra eleverna medvetna om matematikens roll i olika samhällen och att de ska förstå att matematisk praktik utvecklats utifrån människors behov och intressen. Enligt henne blir eleverna på så sätt medvetna om bidrag från andra kulturer än den egna, kan känna stolthet över den egna bakgrunden och stimuleras till ett större intresse för matematik.

För Anderson (1997) innebär Multicultural Mathematics att han för in ett icke eurocentriskt perspektiv på matematikens historia i sin undervisning av afro-amerikanska elever i syfte att placera matematiken i en mänsklig kontext. Hans erfarenhet av detta är att markant fler av hans elever än tidigare fortsatt att studera matematik på högre nivåer.

3.9.2. *Etnomatematik*

Begreppet etnomatematik har olika innebörd för olika matematikdidaktiker och andra av dess förespråkare. En vanlig användning av begreppet är att man i enlighet med d'Ambrosio (1997) kontrasterar etnomatematiken mot den akademiska matematik som lärs ut i skolan. Det avser därmed den matematik som praktiseras av identifierbara kulturella grupper i samhället som stamsamhällen, olika yrkesgrupper, såväl hantverksyrken som akademiska yrken, barn i en viss ålder osv. Borba (1997) har ett vidare innehåll i begreppet. Han inkluderar alla gruppers matematik och matematiska tillämpningar, även den matematik som professionella matematiker sysslar med eftersom den också utvecklas av en identifierbar kulturell grupp. Ascher & Ascher (1997) har ett betydligt mer begränsat begrepps innehåll. De reserverar beteckningen etnomatematik för studier av matematiska idéer i illiterata kulturer.

Masingila och King (1997) anser att etnomatematik kan användas som ett verktyg i undervisningen för att hjälpa eleverna att se samband och att utveckla djupare matematisk förståelse. Detta kan göras på olika sätt. Ett sätt är att utgå från etnomatematik som *andras* matematiska praktik. Man tar

exempel från andra kulturer som t.ex. olika talsystem och deras egenskaper, geometri och mätsystem, konst, symboler, korgflätning, husformer och logik och sannolikhet i spel. Man utnyttjar exempel på etnomatematisk praktik i vardagssituationer och hos olika yrkesgrupper. Man kan också utgå från andras matematiska praktik genom att eleverna tar kontakt med olika yrkesmän och intervjuar dem om vad de använder för matematik och vilka matematiska problem de möter i sitt arbete. Detta är ett sätt för eleverna att möta knepiga men realistiska vardagsproblem och se hur de hanteras i praktiken.

Att utgå från etnomatematik som *vår egen* matematiska praktik, innebär att man synliggör elevers och lärares etnomatematik för att använda denna som kontext vid problemlösning. En svårighet är att det är svårt för eleverna att upptäcka sin egen etnomatematik eftersom de har svårt att föreställa sig att matematik kan vara något annat än skolans matematik. Ett förslag att komma tillrätta med detta är att man låter eleverna skriva dagbok utan att särskilt fokusera på matematik. Utifrån dessa beskrivningar försöker man sedan hitta de olika tillfällen då eleven varit inblandad i matematiska aktiviteter (Jfr Lo Cicero m.fl., 1999).

3.9.3. Kritisk matematik

Frankenstein (1997) och Skovsmose (1994a & 1994b) argumenterar för en kritisk emancipatorisk matematikundervisning. Frankenstein utgår i sin undervisning av vuxna ofta från läsning av olika texter som kräver matematikkunskaper för att man ska förstå innehållet, t.ex. tidningsartiklar. Hennes studenter får studera matematik som är integrerad i andra ämnen eller kunskapsområden. Etnomatematik från andra kulturer är också föremål för studier. Hon fokuserar på kunskapens politiska natur, hur matematik används för att ge snedvridna perspektiv eller kan användas för att synliggöra orättvisor och förtryck. Syftet är att eleverna ska utveckla "criticalmathematical literacy". Olika matematiska kunskaper

behandlas när de behövs för att lösa eller formulera problem i aktuella teman. Utöver att utveckla studenternas matematiska kunskaper, syftar undervisningen till att stärka deras självförtroende, förståelse för samhället och tilltro till sin egen förmåga att påverka sina liv. I "Equity in Mathematics Education: Class in world outside of class", utvecklar Frankenstein (1995) sin målsättning att utifrån ett klassperspektiv göra eleverna klassmedvetna.

Skovsmose betonar matematikkunskapers betydelse för varje medborgare. På grundval av erfarenheter från försök med samhällsanknutna tematiska studier i matematik, menar Skovsmose att det är angeläget och förefaller möjligt att utveckla en kritisk matematikundervisning som leder till "mathemacy", en motsvarighet till "literacy" och med samma slags nyckelroll för medborgarna i en fungerande demokrati. "Mathemacy" är speciellt angeläget att utveckla i ett allt mer teknologiskt avancerat samhälle, där kvantifierade ekonomiska och teknologiska företeelser har mycket stor betydelse. För att utveckla den önskvärda "Mündigkeit" (jfr "empowerment") måste undervisningen bedrivas i mer demokratiska former där eleverna är med och beslutar, t. ex. om vilka teman som ska studeras (Skovsmose, 1994a & 1994b).

3.10. Särskild kursplan i matematik för minoritets elever

Enligt Bishop (1988a & 1988b) utvecklas matematik utifrån sex fundamentala aktiviteter i alla kulturer. Dessa är: räkna, lokalisera, mäta, leka och spela, formge, klassificera och generalisera. Olika kulturer utvecklar olika verktyg för att hantera dessa universella aktiviteter. Bishop anser att en kursplan som baseras på dessa aktiviteter skulle kunna vara ett sätt att undvika de kulturkrockar som uppstår när elever med olika bakgrund upplever skolans matematikundervisning som främ-

mande och meningslös. I "Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education" vidareutvecklar Bishop sina kursplaneidéer.

Ett sätt att tackla problemet med att skolan lyckas sämre med minoritetselever i matematik som diskuteras i litteraturen är att utarbeta särskilda kursplaner för olika minoritetsgrupper. På Nya Zeeland har man arbetat fram en särskild kursplan i matematik för maorier. Bakgrunden är att den traditionella matematik som maorierna har utvecklat och undervisat i innan öarna koloniserades, helt har saknats i det officiella engelskspråkiga skolsystem som har utvecklats under arton- och nittonhundratalen. I detta system har maorielever lyckats markant mycket sämre än elever från den politiskt dominerande engelskspråkiga gruppen. Särskilt dåliga har resultaten varit i matematik. Mycket få maorier och knappast någon flicka med maoribakgrund har läst avancerade matematikkurser. Under 1980-talet startades flera skolor med tvåspråkig undervisning och 1993 formulerades en speciell kursplan i matematik för maorier. Denna kursplan anknyter både till maorisk kultur i allmänhet och till innehåll i den traditionella maorimatematiken (Forbes, 1994; Knight 1994; Barton 1995). Undervisningen bedrivs på maori, vilket har krävt ett omfattande arbete med att utarbeta ett "västerländskt" matematiskt register på detta språk. (Barton, Fairhall & Trinick, 1998).

4. Diskussion och överväganden

4.1. *Relevans*

I vilken utsträckning de analyser och förändringar av matematikundervisning som man har gjort i andra delar av världen kan överföras till svenska förhållanden kan naturligtvis diskuteras. En skillnad mellan svenska och t.ex. amerikanska förhållanden är den långt gångna nivågruppering man har i USA. Grupperingen påminner om den uppdelning i allmän och särskild kurs som vi tidigare hade i Sverige. Eleverna väljer emellertid inte själva vilken kurs de ska läsa och kursinnehållet i de lägre nivåerna är mycket begränsat och kan också variera mellan olika skolor.

I Sverige är det numera rektor på respektive skola som beslutar om hur man grupperar eleverna. Detta kan innebära att man i olika stor utsträckning fortfarande nivågrupperar eleverna i matematikundervisningen, vilket i sin tur kan innebära att undervisningen för många elever styrs av kursplanens "Mål att uppnå", istället för av strävansmålen. Om uppnåendemålen styr undervisningen finns en risk att eleverna inte får tillräckliga utmaningar och den undervisning de har rätt till (Johansson & Emanuelsson, 1999).

Trots olikheter mellan länderna är jämförelser av intresse. De flesta av de erfarenheter som man gjort i undervisning och forskning om undervisning för minoritets elever i matematik i bl.a. USA, Sydafrika och Nya Zeeland har relevans för svenska förhållanden eftersom det i grunden handlar om samma problematik, att man låter elever misslyckas i matematik i en skola för "andra".

4.2. Att flytta fokus

Vår egen erfarenhet från studiedagar, regionala nätverk för skolor med många minoritets elever, ämneskonferenser och ämnesnätverk är att det är mycket vanligt att man förklarar dåliga resultat för minoritets elever med brister hos eleverna. I Skolverkets delredovisning av "Regeringsuppdrag 8 - Utan fullständiga betyg" har man frågat förvaltningschefer och rektorer om deras uppfattning om orsaker till att elever (oavsett härkomst) lämnar grundskolan utan betyg. I dessa svar förekommer också en fokusering på eleverna. Av rapporten framgår att rektorer och förvaltningschefer anser att fem faktorer på individnivå är de främsta orsakerna till att elever lämnar skolan utan betyg. De fem faktorerna är: familjers sociala problem, inlärnings svårigheter, föräldrars låga utbildningsnivå, utländsk bakgrund och bristande motivation (Skolverket, 2000b). Detta överensstämmer i stort med de uppfattningar som flertalet av lärarna i Lahdenperäs studie (1997) angav som orsaker till *minoritets elevers* svårigheter i skolan. Skolverksrapporten visar att rektorer och förvaltningschefer förlägger problemet till den enskilde eleven och till elevens intellektuella resurser. Detta är ett perspektiv som allt mer ifrågasätts i forskning om lärande (Skolverket, 2000b). Av rapporten framgår inte om man gör någon skillnad mellan minoritets elever och majoritets elever när det gäller de olika faktorernas betydelse, men vi förmodar att man inte gör någon skillnad därvidlag. Faktorn "inlärnings svårigheter" anses sannolikt gälla elever med annan kulturell bakgrund i samma omfattning som svenska elever.

Av vår litteraturgenomgång framgår att det är många faktorer som komplicerar för elever med annan språklig och kulturell bakgrund att skapa mening i matematikundervisningen. Mot bakgrund av detta kan man förstå att det ur ett lärar- eller skolperspektiv kan framstå som att eleverna har inlärnings svårigheter. Det kan vara svårt för lärare att se att det som före-

faller vara inlärningssvårigheter, istället kan bero på skolans oförmåga att möta elever med annan språklig och kulturell bakgrund.

Av Skolverkets rapport framgår vidare att av faktorer på processnivå, d.v.s. faktorer som ligger inom skolans och skolpersonalens ansvarsområde, anser rektorer och förvaltningschefer att förlegade eller ickeflexibla arbetssätt har mycket stor betydelse när det gäller elevers svårigheter att nå målen för utbildningen. Trots detta är det endast ett fåtal som nämner insatser i form av utveckling av arbetsmetoder och arbetssätt när det gäller de insatser som kommunerna har genomfört eller planerar att genomföra.

Hur ska en förskjutning av fokus, från att söka förklaringar till dåliga resultat i brister hos eleven, till att förändra undervisningen åstadkommas? Ett sätt kan vara att *lärare får stöd och uppmuntran* av personer från regionala och nationella resurssentra att genomföra någon typ av förändring och sedan utvärdera resultatet på det sätt som man har gjort i olika projekt i USA och i Johanssons projekt i Norrbotten. Om resultatet är att eleverna lyckas bättre än tidigare, kan ju det bidra till att lärare omprövar tidigare uppfattningar om elevers förmåga.

4.3. Om behovet av att kartlägga elevers kunskande

Av litteraturen framgår att man anser att alla barn, oavsett kulturell och språklig bakgrund, utvecklar grundläggande informella matematiska begrepp innan de börjar skolan. Att många lärare som undervisar elever med annan språklig bakgrund uppfattar det som att eleverna inte har nödvändiga begrepp för att kunna tillgodogöra sig undervisningen, kan bero på att elevens begrepp är förankrade i elevens språk och erfarenheter och att de därför har svårt att använda dem i en undervisning på andraspråket. Weschke (2000) beskriver att hennes

och kollegornas nybörjare med annat modersmål än svenska hade matematikkunskaper jämförbara med jämnåriga svenska elevers men att de hade mycket svårt att beskriva sina tankar i ord. Eleverna saknade ett verbalt språk för att uttrycka dessa kunskaper. Däremot hade de ett bra bildspråk som de gärna använde sig av. I den av NCM bildade diskussionsgruppen "Matematikundervisning för minoritets elever" har liknande svårigheter diskuterats: Hur kartlägger man elevernas kunskaper i matematik om man inte talar samma språk som eleven (Diskussionsgrupper, 2000)? Detta visar dels på behovet av lärare som talar samma språk som eleven, dels på behovet av att utforma metoder att synliggöra och kartlägga elevernas kunskande i matematik.

4.4. Tvåspråkig undervisning

En samstämmig internationell forskning om lärande på ett andraspråk visar att en tvåspråkig undervisning som regel är effektivare än vad en enspråkig undervisning på andraspråket är. Det gäller inte bara ämnesstudier, inklusive matematik, utan också utvecklingen av andraspråket (Hyltenstam & Tuomela, 1997; Cummins, 1996; JET, 1997; Thomas & Collier, 1997). På skolor i Sverige där det finns många elever med samma modersmål skulle det inte krävas mer resurser för att organisera en tvåspråkig undervisning än en svenskspråkig. Av alla minoritets elever i Sverige har för närvarande 95 procent undervisning på enbart svenska. 5 procent av eleverna har tvåspråkig undervisning. Av de elever som har enspråkig undervisning på svenska har bara hälften modersmålsundervisning en eller ett par timmar per vecka. Av de 5 procent som har tvåspråkig undervisning är de flesta finskspråkiga (Tuomela, 2000).

Många minoritets elever har svårt att utveckla såväl sitt modersmål som andraspråket svenska till en nivå som en tra-

ditionell läroboksbaserad undervisning kräver. Det antal timmar som eleverna får i modersmålsundervisning inom ramen för en svenskspråkig undervisning är för de flesta inte tillräckligt för att utveckla skriftspråklighet om eleverna inte redan påbörjat en sådan utveckling utanför undervisningen. Svenska elever har betydligt fler lektioner under hela grundskoletiden för att utveckla skriftspråklighet på *sitt* modersmål. Eftersom många minoritets elever lever i segregerade bostadsområden, omges de dessutom inte av andraspråket svenska i den omfattning som enligt forskningen är en förutsättning för att en *enspråkig* undervisning på andraspråket ska leda till goda färdigheter i andraspråket. Detta påverkar naturligtvis elevernas matematikstudier negativt.

Undervisningen i matematik ställer andra och högre krav på språkbehärskning än vad undervisning i andra ämnen gör. Språket har så stor betydelse för att utveckla tänkandet att eleverna borde få använda sitt eget språk i stor utsträckning. Det är därför viktigt att man diskuterar om det är rimligt att nästan alla minoritets elever i Sverige får en enspråkig matematikundervisning på andraspråket. Man måste också diskutera vad som kan göras för att eleverna ska kunna utveckla färdigheter i sitt modersmål i större utsträckning än nu, i en enspråkig undervisning.

En uppfattning som ofta hörs i debatten om språkutveckling och som förmodligen bidrar till att man inte anser att en tvåspråkig undervisning skulle vara bra, är att man tror att det handlar om ett "antingen eller". Antingen satsar man på att eleverna utvecklar det svenska språket eller också satsar man på modersmålet. En satsning på en tvåspråkig undervisning anses innebära att eleverna bara utvecklar sitt modersmål och inte det svenska språket (Jfr Hyltenstam & Tuomela, 1997). Man anser att inlärn timer av två språk ger subtraktiva effekter och inte additiva effekter (Cummins, 1996).

I Skolverkets rapport Regeringsuppdrag 8 framkommer inte om rektorer och förvaltningschefer ser undervisning i och på

modersmålet som ett medel att förbättra resultaten för minoritetselever. Vår erfarenhet är emellertid att många skolledare och kommunpolitiker är okunniga om den uppfattning om modersmålets betydelse för minoritetselevs skolframgång som framkommit i den internationella andraspråksforskningen.

4.5. Matematikundervisning på ett andraspråk

Det kan vara svårt att organisera en tvåspråkig undervisning för elever med modersmål som talas av enstaka elever på skolan eller i kommunen. Genomgången av litteraturen visar dock att det finns en hel del faktorer i undervisningssituationen som man anser påverkar elevernas möjligheter att lära matematik, trots att undervisningen sker på andraspråket. Eftersom de flesta av dessa faktorer är möjliga att påverka utan att det krävs mer resurser, innebär det att det finns en potential för förbättring av elevernas resultat. Med tanke på de kostnader det innebär att utbildningstiden förlängs för elever som inte når gymnasiebehörighet med nioårig grundskola, bör man emellertid överväga om inte en satsning på modersmålsundervisning och studiehandledning för elever som inte kan erbjudas en tvåspråkig undervisning, är mer lönsam i längden.

4.6. Problem som har med språket att göra

De svårigheter som undervisning på ett andraspråk innebär för eleven handlar inte bara om att förstå och bli förstådd språkligt, utan också om att man måste behärska dekontextualiserat språk. För att vara framgångsrik i skolans matematikundervisning måste man enligt litteraturen klara av att lösa uppgifter som ges i en obekant kontext, som ofta är hypotetiska och som man inte uppfattar som meningsfulla. Allt detta utan att dra in personliga erfarenheter. För att klara detta

krävs färdigheter i att hantera dekontextualiserat språk. Elever kan alltså få problem i matematik p.g.a. att de inte har utvecklat färdigheter i att hantera denna typ av språk och inte för att de har svårt att förstå det matematiska innehållet. Man måste därför försöka utforma en undervisning där eleverna utvecklar önskvärda begrepp utan att det förutsätter att eleverna kan använda kontextreducerat språk. Man måste utveckla andra sätt att undervisa i matematik än att arbeta med ordproblem utan förankring i elevernas verklighet innan eleverna har utvecklat de språkfärdigheter som krävs för att lära matematik med hjälp av läroböcker.

Svårigheterna handlar också om nödvändigheten av att få använda ett fungerande språk för att formulera och utveckla sitt tänkande i ett ämne som ställer andra och högre språkliga krav än vad undervisning i andra ämnen gör. Det matematiska symbolspråket och det speciella registret i matematik innebär sannolikt också att det ställs större krav på korrekthet i elevernas sätt att uttrycka sig än i andra ämnen. Detta kan hämma eleverna när de försöker formulera sina tankar. I kommentarmaterialet för svenska som andraspråk betonas att det primära är att få eleverna att formulera sina tankar på andraspråket, och först när de är trygga i att göra det, lägga större vikt vid språklig korrekthet (Skolverket, 1994). Om det krävs ett korrekt användande av det matematiska symbolspråket, ett korrekt användande av det matematiska registret på ett andraspråk och en korrekt varietet av andraspråket i en och samma situation, måste man känna sig trygg, eller ha ett stort mod, för att överhuvudtaget våga formulera sig på matematiklektionerna.

Även om lärare intellektuellt inser svårigheterna, eller snarare omöjligheten, i att förstå begrepp man inte behärskar med hjälp av ett språk man inte behärskar, kan det vara svårt att se när den egna undervisningen försätter eleverna i en sådan situation. Med tanke på olika språkliga faktorerers bety-

delse för begreppsutveckling i matematik, borde kunskaper om språk och tänkande, de lingvistiska aspekterna på matematikinläring och insikter i andraspråksutveckling ingå i utbildning och kompetensutveckling för matematiklärare.

4.7. Undervisningens innehåll och inriktning

Av litteraturgenomgången framgår att minoritets elever i större utsträckning än andra elever får arbeta med kontextlösa uppgifter. Det bör framhållas att den forskningen inte är svensk. Det har inte framgått i vilken utsträckning detta också gäller Sverige. På många skolor i Sverige diskuteras de svårigheter som minoritets elever har när det gäller att arbeta med så kallade "benämnda" uppgifter i läroböcker och hur man ska hitta böcker som fungerar. Hur lärare generellt sett hanterar denna svårighet vet vi inte, men vår erfarenhet är att många minoritets elever arbetar med läroböcker trots de svårigheter som finns och att lärare ofta stryker avsnitt som ställer stora krav på språkbehärskning eller väljer böcker med färre och mindre textrika ordproblem. Detta kan innebära att minoritets elever får arbeta med kontextlösa uppgifter i större utsträckning än svenskspråkiga elever.

Av litteraturen framgår nödvändigheten av en förskjutning, från en matematikundervisning med fokus på procedurer som ska läras in, till en undervisning som fokuserar på förståelse av begrepp. Kritiker till en sådan förändring menar att det skulle innebära att eleverna inte utvecklar färdigheter i önskvärd omfattning. Hiebert (1999) refererar emellertid till forskning som visar att en undervisning med inriktning på förståelse inte hindrar utvecklandet av önskvärda basfärdigheter. Den mest omfattande empirin, eller "databasen" som han uttrycker det, är den som visar att en *traditionell* undervisning inte ger önskvärda resultat.

Utveckling av förståelse kräver i sin tur att eleverna får möjlighet att reflektera och kommunicera. När det gäller att förändra undervisningen i den riktningen kan man invända att en sådan undervisning inte fungerar för alla minoritets elever eftersom den kräver en viss grad av språkbehärskning. Istället för att dessa elever uteslås från en undervisning som anses nödvändig för att utveckla förståelse, måste man diskutera hur en sådan undervisning ska kunna organiseras för att den ska fungera också för denna elevgrupp. För elever som inte kommit långt i sin språkutveckling på andraspråket är det av avgörande betydelse att få hjälp av kamrater och lärare med samma modersmål. Att formulerandet av tankar inte hämmas av krav på korrekthet i andraspråket är också mycket viktigt. Att arbeta i smågrupper med uppgifter som är utformade så att de skapar ett genuint behov av att kommunicera sina idéer med andra och att argumentera för sina uppfattningar har flera fördelar. Det borde enligt vår uppfattning ge eleverna fler tillfällen till både begreppsutveckling i matematik och språkutveckling i såväl modersmålet som svenska, än vad individuellt arbete i en stor grupp på respektive språk gör.

När det gäller innehållet i undervisningen betonar många forskare nödvändigheten av ett kulturellt eller mångkulturellt innehåll. För en del innebär det att man har ett föreskrivet innehåll och för andra att läraren måste utforma innehållet utifrån de elever man har. Hos en del författare framgår det inte om man samtidigt vill reformera arbetssätt och arbetsformer, eller om man menar att enbart ett annat innehåll är en tillräcklig förändring för att minoritets elever ska lyckas bättre. Andra betonar att det är tillräckligt att utgå från hur eleverna tänker och de erfarenheter de har med sig i undervisningssituationen för att undervisningen ska vara kulturellt/ interkulturell. Ett sådant förhållningssätt innebär enligt dess förespråkare att man bemöter eleven som en person som har resurser, och därmed med den respekt som krävs för att eleven ska känna sig bekräftad. Ett av andra föreskrivet inne-

håll som anknyter till elevernas erfarenheter behöver däremot inte på något sätt påverka lärares attityder. Det är inte heller säkert att innehållet verkligen knyter an till enskilda elever om det bygger på stereotypa uppfattningar om olika kulturer och generaliseringar om elever med samma kulturella bakgrund.

Secada (1995) anser att det ligger en risk i att hävda att en reformerad matematikundervisning är tillräcklig för att komma tillrätta med de svårigheter som minoritets elever har i en traditionellt upplagd undervisning. Man måste enligt honom också ta hänsyn till att kommunikationen i ett mångkulturellt matematikklassrum inte bara handlar om matematik, utan också innebär vad han kallar en "cross-cultural communication". Denna aspekt av kommunikationen hänger enligt Secada ihop med den mångfald av olikheter i socialisationsmönster, framför allt språksocialisationsmönster, som eleverna har. Enligt Secada måste lärare känna till och förstå kommunikationsnormerna i olika sociala och kulturella grupper (Secada, 1995; Jfr Obondo, 1999).

En risk som vi ser med att bara fokusera på det universella i barns räknefärdigheter är att det kan innebära att man inte är tillräckligt nyfiken på, eller lyhörd för, olikheter i barns tänkande. Davidson och Kramer (1997) anser att det inte räcker med att bara förändra enstaka faktorer i undervisningen. För att ett förbättrat resultat för minoritets elever verkligen ska komma till stånd måste man enligt dem förändra såväl innehållet i matematikundervisningen som sättet att undervisa, lika väl som det sociala klimatet i klassrummet, inklusive lärares förhållningssätt till elever med annan kulturell bakgrund.

4.8. Om behovet av att förändra uppfattningar och attityder

Enligt Sjögren (1996b) kan lärare välja att förhålla sig på olika sätt till att minoritets elever inte har de erfarenheter och färdigheter som skolan förutsätter att de har. Antingen uppfattar man detta som brister hos eleven eller också förändrar man undervisningen så att de erfarenheter eleverna har, utnyttjas som resurser. Hur man väljer att förhålla sig beror på vilka attityder man har till elever med annan språklig och kulturell bakgrund. För att undervisningen i matematik för minoritets elever ska bli bättre krävs enligt litteraturen dessutom förändringar av uppfattningar om matematikämnet, hur elever lär matematik och om den egna lärarrollen.

En kompetensutvecklingsmodell som har visat sig vara framgångsrikt i bl.a. projektet QUASAR är att lärare på den egna skolan eller distriktet gemensamt deltar i kompetensutveckling som är utlagd under en längre tid, med nödvändighet flera år. Då har man möjlighet att tillsammans utpröva och utvärdera alternativa sätt att undervisa i samarbete med resurspersoner utifrån aktuell forskning (Silver m.fl., 1995). Ett projekt som bedrivs utifrån samma synsätt är det projekt som pågår i Fittja skolområde, där samarbetet sker med resurspersoner som har matematikdidaktisk, etnologisk respektive språkvetenskaplig kompetens (Rönnerberg, 1998 & 1999). För att man som lärare ska kunna ändra attityder till elever från andra kulturer är det nödvändigt att man först blir medveten om sina egna etnocentriska föreställningar och värderingar när det gäller migrations- och integrationsfrågor och synen på "de andra". De egna uppfattningarna måste också konfronteras med andra uppfattningar eller med en annan verklighet än den egna. En sådan reflexivitet är nödvändig för att granska vilka antaganden man tar för givet och som de egna attityderna och den egna undervisningen grundar sig på. Enligt Lahdenperä (1997) är det omöjligt för oss att själva upptäcka

vårt etnocentriska perspektiv. Det krävs hjälp av människor med andra perspektiv. Enligt Lahdenperä har personer från andra kulturer lättare att uppfatta och avslöja det som är etnocentriskt i uttalanden och förhållningssätt. Man bör därför diskutera vilken betydelse det har om skolledare och elevvårdspersonal på skolor med minoritets elever, d.v.s. personer som ska stötta lärare i det pedagogiska och elevvårdande arbetet med att upprätta åtgärdsprogram mm, uteslutande är från majoritetskulturen.

Cummins (2000) är mycket kritisk till att många kanadensiska skolor har en policy som innebär att eleven ska lämna sitt språk och sin kultur vid skolans ingång. I många svenska skolor finns samma förhållningssätt, fast i vissa skolor är det klassrumsdörren som är gränsen, medan det på andra skolor kan vara skolgården. Cummins betonar betydelsen av att skolor skaffar sig en på forskningsresultat välgrundad och uttalad policy när det gäller synen på elevernas språk.

4.9. Styrdokument och styrsystem

Det nya styrsystem för grundskolan som infördes 1994 innebär både ökad frihet och ökat ansvar för enskilda kommuner, skolor och lärare. Regler för undervisningens organisation har reducerats till ett minimum och kursplanerna har inriktats på mål att uppnå och strävansmål. Riktlinjer för metoder, arbetsätt och arbetsformer har försvunnit. Friheten att utforma undervisningen på det sätt man finner bäst har ökat. Samtidigt har rektor och ytterst skolhuvudmannen, kommunen, ålagts ett resultatansvar. Alla elever i grundskolan ska nå uppnåendemålen. I denna förändring av styrsystemet ligger en förskjutning av fokus, från brister hos eleven till resultatet av undervisningen. Detta gynnar enligt vår mening elever som avviker från den svenska medelklassnormen.

Skolans ökade frihet tillsammans med resultatansvaret borde, med tanke på att så många elever inte når nationellt uppsatta mål, ha lett till att det i nuläget pågick en utvecklings- och försöksverksamhet i större omfattning än vad det gör. Syftet med att avskaffa metodanvisningar har varit att ge möjligheter att lokalt välja den utformning av verksamheten som på bästa sätt uppfyller resultatansvaret. I likhet med läroplanen bygger styrsystemet enligt vår uppfattning på en humanistisk människosyn som inte diskvalificerar elever på grund av socioekonomisk eller kulturell bakgrund. Huvuddelen av de förändringar som föreslås i litteraturen för att förbättra undervisningen i matematik för minoritets elever ligger helt i linje med, och inom ramarna för, den svenska läroplanen och gällande kursplan i matematik. Detta innebär att det finns många förändringar att pröva och utvärdera.

Referenser

- Adler, J. (1995). Dilemmas and a Paradox - Secondary Mathematics Teachers Knowledge of their Teaching in Multilingual Classrooms. *Teaching & Teacher Education*. 11 (3), 363-374.
- Adler, J. (1997a). A Language of Teaching Dilemmas: Unlocking the Complex Multilingual Secondary Mathematics Classroom. *For the Learning of Mathematics*, feb, 1998, 24-33.
- Adler, J. (1997b). A Participatory-Inquiry Approach and the Mediation of Mathematical Knowledge in a Multilingual Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 235-258.
- Adler, J. (1998). Lights and Limits: Recontextualising Lave and Wenger to Theorise Knowledge of Teaching and of Learning Schoolmathematics. In A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics* (pp. 161-177). Oxford: Center for Mathematics Education Research. University of Oxford Departement of Educational Studies.
- Adler, J. (1999a). The Dilemma of Transparency: Seeing and Seeing Through Talk in the Mathematics Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*. 30 (1) 47-64.
- Adler, J. (1999b). Personlig kommunikation.
- Allardice, B. & Ginsburg, H. (1983). Children's Psychological Difficulties in Mathematics. In H. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 319-350). Orlando: Academic Press, INC.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (1999). *Samtalen som et støttende stillads*. København: Danmarks Lærarhøjskole.
- Anderson, S. E. (1997). Worldmath Curriculum: Fighting Eurocentrism in Mathematics. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 291-306). Albany: State University of New York Press

Arpi, T. (1997). Det är fint att vara meikäläiset. *Pedagogiska magasinet* 3. 14-19.

Ascher, M. & Ascher, R. (1997). Ethnomatematics. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (p.25-50). Albany: State University of New York Press

Atweh, B., Owens, K. & Sullivan, P. (Eds.). (1996). *Research in Mathematics Education in Australasia 1992-1995*. Cambelltown: MERGA

Axelsson, M. (1999). Skolframgång och minoritetsstatus. Skolan - en kraft att räkna med. I M. Axelsson (Red.), *Tvåspråkiga barn och skolframgång - mångfalden som resurs*. Stockholm: Rinkeby språkforskningsinstitut.

Axelsson, M. (2000). Organisation och lärande i skolor med språklig och kulturell mångfald. I M. Axelsson, I. Gröning & B.Hagberg-Persson (2000). *Organisation, lärande och elevsamarbete i skolor med språklig och kulturell mångfald* 1-37. Uppsala universitet, Lärarutbildningsområdets utbildnings- och forskningsnämnd.

Axelsson, M. (Red.). (1999). *Tvåspråkiga barn och skolframgång - mångfalden som resurs*. Stockholm: Rinkeby språkforskningsinstitut.

Axelsson, M., Gröning, I. & Hagberg-Persson, B. (2000). *Organisation, lärande och elevsamarbete i skolor med språklig och kulturell mångfald*. Uppsala universitet, Lärarutbildningsområdets utbildnings- och forskningsnämnd.

Baker, C. (1988). *Key Issues in Bilingualism and Bilingual Education*. Clevedon Philadelphia: Multilingual Matters Ltd.

Banks, J. A. & McGee Banks, C. A. (Eds). (1995). *Handbook of Research on Multicultural Education*. New York: Macmillan Publishing.

Barnes, D. (1978). *Kommunikation och inläring*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.

Barton, B. (1995). Cultural Issues in NZ Mathematics Education. In J. Neyland (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers. Volume 11* (pp. 150-164). Wellington: The Wellington College of Education.

Barton, B. (2000). *Personlig kommunikation*

Barton, B., Fairhall, U. & Trinick, T. (1998). Tikanga Reo Tātai: Issues in the Development of a Māori Mathematics Register. *For the Learning of Mathematics* 18(1), 3-9.

- Biehler, R., Scholz, R.W., Strässer, R. & Winkelmann, B. (Eds.). (1994). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Belcher, T., Davila Coates, G., Franco, J. & Mayfield-Ingram, K. (1997). Assessment and Equity. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity. Yearbook NCTM* (pp. 195-200). Reston: NCTM
- Bishop, A.J. (1988a). *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A.J. (1988b). Mathematics Education in Its Cultural Context. In A.J. Bishop (Ed.), *Mathematics Education and Culture*. (179-191). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A.J. (Ed.). (1988). *Mathematics Education and Culture*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. et al. (Eds.). (1996). *International Handbook of mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Borba, M. (1997). Ethnomatematics and Education. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 261-272). Albany: State University of New York Press
- Bratt, B. & Wyndhamn, J. (1996). Språket - Vår mentala tumme Nämnaren 18(3/4), 78-82.
- Brodrej, M. (2000). *Personlig kommunikation*.
- Campbell, P. & Rowan, T. (1997). Teacher Questions + Student Language + Diversity = Mathematical Power. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity. Yearbook NCTM* (pp. 60-70). Reston: NCTM
- Carey, D. Fennema, E. Carpenter, T. & Franke, M. (1995). Equity and mathematics education. In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 93-125). Cambridge: Cambridge University Press

Carr, M. Peters, S. & Young-Loveridge, J. (1994a). Early Childhood Mathematics: A Framework. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (pp. 262-270). Wellington: The Wellington College of Education.

Carr, M. Peters, S. & Young-Loveridge, J. (1994b). Early Childhood Mathematics: Finding the Right Level of Challenge. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (pp. 271-282). Wellington: The Wellington College of Education.

Chamot, A. U. & O'Malley, J. M. (1987). The Cognitive Academic Language Learning Approach: A Bridge to the Mainstream. *TESOL Quarterly* . 21(2). 227-249.

Chamot, A. U. & O'Malley, M. (1994). *The CALLA handbook. Implementing the Cognitive Academic Language Learning Approach*. Reading: Addison-Wesley Publishing Company.

Charbonneau, M. P. & John-Steiner, V. (1988). Patterns of Experience and the Language of Mathematics. In R.R. Cocking & J.P. Mestre (Eds.), *Linguistic and Cultural Influences on Learning Mathematics* (pp. 91-100). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Cocking, R.R. & Mestre, J.P. (Eds.). (1988). *Linguistic and Cultural Influences on Learning Mathematics*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Cowie, B. & Saunders, J. (1994). Reflection. In J. Neyland (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers. Volume 1* (pp. 379-385). Wellington: The Wellington College of Education.

Cox, L., Gammon, A. & Penfold, C. (Eds). (1993). *Talking Maths. Talking Languages*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Cummins, J. (1981). Age on arrival and immigrant second language learning in Canada. A reassessment. *Applied Linguistics 11:2* (pp. 132-149)

Cummins, J. (1984). *Bilingualism and special education: Issues in assessment and pedagogy*. Clevedon UK: Multilingual Matters.

Cummins, J. (1994). Knowledge, power, and identity in teaching English as a second language. In F. Genesee (Ed.), *Educating Second Language Children* (pp. 33-58). Cambridge: Cambridge University Press

- Cummins, J. (1996). *Negotiating Identities: Education for Empowerment in a Diverse Society*. Ontario, CA: CAFE
- Cummins, J. (1997). Educational attainment of minority students. A framework for intervention based on the constructs of identity and empowerment. In A. Sjögren (Ed.), *Language and Environment. A Cultural Approach to Education for Minority and Migrant Students* (pp. 89-101). Tumba: The Multicultural Center.
- Cummins, J. (2000). *Second language teaching for academic success: An emerging consensus*. Föreläsning på Symposium 2000. Ett andraspråksperspektiv på lärande.
- Cummins, J. & Swain, M. (1986). *Bilingualism in Education. Aspects on theory, research and practice*. London: Longman.
- D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 13-24). Albany: State University of New York Press
- Davidson, E. & Kramer, L. (1997). Integrating with Integrity: Curriculum, Instruction, and Culture in the Mathematics classroom. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity Yearbook NCTM* (pp. 131-141). Reston: NCTM
- De Avila, E.A. (1988). Bilingualism, Cognitive Function, and Language Minority Group Membership. In R.R. Cocking & J. P. Mestre (Eds.), *Linguistic and Cultural Influences on Learning Mathematics* (pp. 101-121). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Diskussionsgrupper 2000. *Nämnen* 27(2) 8-12.
- Dnr 98:3022/1. *Studie om minoritetselever och matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket.
- Dossey, J.A. (1992). The Nature of Mathematics: Its Role and Its Influence. In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 39-48). New York: Macmillan Publishing Company.
- Doty, R.G., Mercer, S. & Henningsen, M.A. (1999). Taking On the Challenge of Mathematics for All. In L. Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Faces of Mathematics: Perspectives on Latinos*. (pp. 99-111). Reston, VA: NCTM

Dysthe, O. (1996). *Det flerstämmiga klassrummet. Att skriva och samtala för att lära*. Lund: Studentlitteratur.

Edwards, C. A. (Ed.). (1999). *Perspektives on Asian Americans and Pacific Islanders*. Reston, VA: NCTM.

The Economist. 6/5 2000.

Ellerton, N. F. & Clarkson, P. C. (1996). Language Factors in Mathematics Teaching and Learning. In A.J. Bishop et.al (Eds), *International Handbook of mathematics Education* (pp. 987-1033) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ellerton, N.F. & Clements, K. (1996). Researching Language Factors in Mathematics Education: The Australasian Contribution. In Atweh, B., Owens, K. & Sullivan, P. (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 1992-1995* (pp. 191-235). Cambelltown: MERGA

Elliot, P. & Kenney, M. (Eds.). (1996). *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. 1996 Yearbook. Reston VA: NCTM.

Emanuelsson, G. (1999). Allt är av herren utom matematiken - den är av djävulen. *Nämnnaren* 26(2), 13-19.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.

Ernest, P. (1994). The Philosophy of Mathematics and the Didactics of Mathematics. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 335-349). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ernest, P. (Ed). (1991). *Mathematics Teaching. The State of the Art*. London: The Falmer Press.

Forbes, S. (1994). Cultural Differences in Mathematics. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (pp. 348-357). Wellington: The WellingtonCollege of Education.

Frankenstein, M. (1995). Equity in mathematics education: Class in the world outside the class. In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian. (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 165-190). Cambridge: Cambridge University Press.

- Frankenstein., M. (1997). In Addition to the Mathematics: Including Equity Issues in the Curriculum. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity Yearbook NCTM* (pp. 10-22). Reston: NCTM
- Fuson, K., Wearne, D., Hiebert, J., Murray, H., Human, P., Oliver, A., Carpetner, T. & Fennema, E. (1997). Childrens Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit of Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (2), 130-162.
- Fuson, K., Smith, S. & Lo Cicero, A. M. (1997). Supporting First-Graders Ten-Structured Thinking in Urban Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(6), 738 -766.
- Garrison, L. & Kerper Mora, J. (1999). Adapting Mathematics Instruction for English-Language Learners. The Language-Concept Connection. In L. Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Faces of Mathematics: Perspectives on Latinos* (pp. 35-47). Reston, VA: NCTM
- Genesee, F. (1994). (Ed.). *Educating Second Language Children*. Cambridge: Cambridge University Press
- Ginsburg, H. (1997). The Myth of the Deprived Child: New Thoughts on Poor Children. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 129-154). Albany: State University of New York Press
- Ginsburg, H. (Eds.). (1983). *The Development of Mathematical Thinking*. Orlando: Academic Press, INC.
- Ginsburg, H. & Allardice, B. (1984). Children's Difficulties with Schoolmathematics. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday Cognition. Its Development in Social Context* (pp. 194-219). Cambridge: Harvard University Press
- Good, T., Mulryan, C. & McCaslin, M. (1992). Grouping for Instruction in Mathematics: A Call for Programmatic Research on Small-Group Processes. In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.165-196). New York: Macmillan Publishing Company.
- Granström, K. & Einarsson, C. (1995). *Forskning om liv och arbete i svenska klassrum - en översikt*. Stockholm: Skolverket.

- Grant, C. (Ed.). (1992). *Multicultural Education: From the Margins to the Mainstream*. London: The Falmer Press.
- Grouws, D.A. (Ed.) (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Gustein, E., Lipman, P., Hernandez, P. & de los Reyes, R. (1997). Culturally Relevant Mathematics Teaching in a Mexican-American Context. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(6), 709 -737.
- Halliday, A.K. (1978). *Language and social semiotic. The social interpretation and meaning*. London: Edward Arnold.
- Heath, S.B. (1983). *Ways with Words. Language, life and work in communities and classrooms*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Heath, S.B. (1999). Seminarium på Mångkulturellt Centrum, Botkyrka.
- Heesch, E. J., Storaker, T. & Lie, S. (1998). *Språklige minoriteters prestasjoner i matematikk og naturfag. En komparativ studie av TIMSS-resultatene i matematikk og naturfag till språklige minoriteter og barn av norske foreldre*. Universitetet i Oslo, Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling.
- Heine, L., Kjellberg, F., Rönnberg, I & Rönnberg, L. (1997). *Mötet mellan invandrareleverna och den svenska skolan*. Opublicerat projektarbete, Uppsala universitet, Pedagogiska institutionen.
- Hiebert, J. (1999). Relationships Between Research and the NCTM Standards. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (1) 3-19
- Hiebert, J. & Carpenter T.P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan Publishing Company.
- Hiebert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A. & Human, P. (1997). *Making Sense, Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (2000). *How Other Countries Teach Mathematics: What Can We Learn About Ourselves*. Föredrag matematikprojektet Fittja.
- House, P. (Ed.). (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum*. NCTM Yearbook. Reston Va.: NCTM.

- Hvenekilde, A. (Red.). (1991). *Matte på ett språk vi förstår*. Stockholm: Scriptor.
- Hultinger, E-S. & Wallentin, C. (Red.). (1996). *Den mångkulturella skolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Hyltenstam, K. (Red.). (1996). *Tvåspråkighet med förhinder*. Lund: Studentlitteratur.
- Hyltenstam, K. & Tuomela, V. (1996). Hemspråksundervisningen. I K. Hyltenstam (Red.), *Tvåspråkighet med förhinder*. Lund: Studentlitteratur.
- Ivory, G., Chaparro, D. & Ball, S. (1999). Staff Development to Foster Latino Students, Success in Mathematics: Insights from Constructivism. In L. Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Faces of Mathematics: Perspectives on Latinos* (pp. 113-122). Reston, VA: NCTM.
- Jacobs, J. & Rossi Becker, J. (1997). Creating a Gender-Equitable Multicultural Classroom Using Feminist Pedagogy. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity. Yearbook NCTM* (pp. 107-114). Reston: NCTM.
- Jaworski, B. (2000). *The Student-Teacher-Educator-Researcher in the mathematics Classroom: Co-learning partnerships in mathematics teaching and teaching development*. Plenary talk at the second Mathematics Education Research Seminar with SMDF, the Swedish Society for Research in Mathematics Education. Göteborg
- Jernström, E. & Johansson, H. (1997). *Kulturen som språngbräda. Lärande i ett flerkulturellt samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- JET. (1997). *Teaching in Multilingual Classes: A Report of a Literature Survey Commissioned by the Joint Education Trust*. Johannesburg: JET/DANDA.
- Johansson, B. & Emanuelsson, G. (1999). Reviderad kursplan för grundskolan och förskoleklassen. *Nämnamn* 26 (1), 40-41.
- Johansson, B. & Emanuelsson, J. (1997). *Utvärdering i naturkunskap och matematik. Lärare i grundskolan berättar*. Stockholm: Skolverket

Johansson, C. (Under utgivning). *Har tvåspråkiga elevers modersmål någon plats vid undervisningen i svenska som andra språk?* I Rapport från projektet Undervisningsstilar och interaktionsmönster i SFI-undervisningen. Stockholm: Centrum för tvåspråkighetsforskning. Stockholms universitet.

Johansson, H. (1996). Invandrarelevers skolsituation. I E-S. Hultinger & C. Wallentin (Red.), *Den mångkulturella skolan* (s. 182-205) Lund: Studentlitteratur.

Johnsen-Høines, M. (1990). *Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Stockholm: Utbildningsförlaget.

Joseph, G. G. (1997). Foundations of Eurocentrism in Mathematics. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 61-81). Albany: State University of New York Press

Joseph, G. G. (1993). A Rational for a Multicultural Approach to Mathematics. In D. Nelson, G. G. Joseph & J. Williams (Eds.), *Multicultural Mathematics. Teaching Mathematics from a Global Perspective* (pp. 1-24). Oxford University Press: Oxford

Kashe, A. (2000). *Personlig kommunikation*.

Kilborn, W. (1991). Matematikundervisning och hemspråk. *Nämnaven* 18(3/4), 54-62.

Kilborn, W. (1979). *PUMP-projektet. Bakgrund och erfarenheter*. (Utbildningsforskning, Fou-rapport nr 37). Stockholm: Skolöverstyrelsen och Liber.

Knight, G. (1994). Mathematics and Maori Students: An Example of Cultural Alienation? In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (pp. 284-290). Wellington: The Wellington College of Education.

Ladson-Billings, G. (1992). Culturally Relevant Teaching: The Key to Making Multicultural Education Work. In C. Grant (Ed.), *Multicultural Education: From the Margins to the Mainstream*. (pp. 107-121). London: The Falmer Press.

- Ladson-Billings, G. (1994). *The Dreamkeepers. Successful Teachers of African Children*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Ladson-Billings, G. (1995). Making mathematics meaningful in multicultural contexts. In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 126-145). Cambridge: Cambridge University Press
- Ladson-Billings, G. (1998). It Doesn't Add Up: African American Students' Mathematics Achievement. In C. Malloy & L. Brader-Araje (Eds.), *Challenges in the Mathematics Education of African American Children* (pp. 7-14). Reston VA: NCTM.
- Lahdenperä, P. (1997). *Invandrabakgrund eller skolsvårigheter? En textanalytisk studie av åtgärdsprogram för elever med invandrabakgrund*. Stockholm: HLS Förlag.
- Leap, W.L. (1988). Assumptions and Strategies Guiding Mathematics Problemsolving by Ute Indian Students. In R.R. Cocking & J. P. Mestre (Eds.), *Linguistic and Cultural Influences on Learning Mathematics* (pp. 161-186). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Licón Khisty, L. (1995). Making inequality: Issues of language and meanings in mathematics teaching with Hispanic students. In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 279-297). Cambridge: Cambridge University Press
- Literacy, Economy and Society. Results of the first International Adult Literacy Survey*, 1995. OECD. Ottawa: Statistics Canada.
- Lo Cicero, A. M., Fuson, K. & Alleksaht-Snyder, M. (1999). Mathematizing Childrens Stories, Helping Children Solve Word Problems, and Supporting Parental Involvement. In L.Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Faces of Mathematics:Perspectives on Latinos* (pp. 59-70). Reston ,VA: NCTM.
- Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet*. (1998). Stockholm: Skolverket och CE Fritzes AB.
- Löwing, M. (2000). *Kartläggning av utländska lärares utbildning och arbetssituation. Delrapport 1: Bakgrund och instrument*. Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik och ämnesdidaktik.

- Malloy, C. & Brader-Araje, L. (1998). (Eds.), *Challenges in the Mathematics Education of African American Children*. Reston VA: NCTM.
- Massingila, J. & King, J. (1997). Using Ethnomatematics as a Classroom Tool. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity* (pp. 115-120). 1997 Yearbook NCTM. Reston: NCTM.
- Milman, J., Wolf, I. & Tam, W. (1999). Connecting Mathematics, Language, and Culture for ESL- Students: A Guam Classroom. In C.A. Edwards (Ed.), *Perspectives on Asian Americans and Pacific Islanders* (pp. 37-44). Reston, VA: NCTM
- Minami, M. & Ovando, C. J. (1995). Language Issues in Multicultural Contexts. In J. A. Banks & C. A. McGee Banks (Eds.), *Handbook of Research on Multicultural Education* (pp. 427-444). New York: Macmillan Publishing.
- Miura, I. T. & Okamoto, Y. (1999). Counting in Chinese, Japanese, and Korean: Support for Number Understanding. In C.A. Edwards (Ed.), *Perspectives on Asian Americans and Pacific Islanders* (pp. 31-36). Reston, VA: NCTM.
- Mohan, B. A. (1986). *Language and Content*. Reading: Addison-Wesley Publishing Company.
- Moses, R., Kami, M., McAllister Swap, S. & Howard, J. (1989). The Algebra Project: Organizing in the Spirit of Ella. *Harvard Educational Review* 59(4), 423-443.
- Naucér, K. & Boyd, S. (1997). Telling a story - Norms for interaction with Turkish and Swedish children at home and in pre - school. In A. Sjögren (Ed.), *Language and Environment. A Cultural Approach to Education for Minority and Migrant Students* (pp. 129-146). Tumba: The Multicultural Center.
- Nelson, D., Joseph G.G. & Williams, J. (Eds.) (1993). *Multicultural Mathematics. Teaching Mathematics from a Global Perspective*. Oxford: Oxford University
- Neubrand, M. (2000). (Her). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2000*. Berlin: Verlag Franzbecker.

- Neyland, J. (Ed.). (1994). *Mathematics Education. A Handbook for Teachers. Volume I*. Wellington: The Wellington College of Education.
- Neyland, J. (Ed.). (1995). *Mathematics Education. A Handbook for Teachers. Volume II*. Wellington: The Wellington College of Education.
- Nickson, M. (1991). What is Multicultural mathematics? In P. Ernest. (Ed), *Mathematics Teaching. The State of the Art* (pp. 236-240). London: The Falmer Press
- Nickson, M. (1992). The Culture of the Mathematics Classroom: An Unknown Quantity? In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 101-115). New York: Macmillan Publishing Company.
- Nissen, G. & Blomhøj. M. (Red.). (1994). *Hul i kulturen. Sæt matematiken på plads*. København: Spektrum
- Obondo, M. (1999). Olika kulturer, olika språksocialisation - konsekvenser för utbildning och social integrering av invandrarbarn. I M. Axelsson (Red.), *Tvåspråkiga barn och skolförändring - mångfalden som resurs*. Stockholm: Rinkeby språkforskningsinstitut.
- Ogbu, J. U. (1992). Understanding Cultural diversity and Learning. *Educational Researcher* 21(8), pp. 5-14.
- Olivares, R. A. (1996). Communication in Mathematics for Students with Limited English Proficiency. In P. Elliot & M. Kenney (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond. 1996 Yearbook* (pp. 219-230). Reston VA: NCTM.
- Ortiz-Franco, L., Hernandez, N.G. & De La Cruz, Y. (Eds.). (1999). *Changing the Faces of Mathematics: Perspectives on Latinos*. Reston, VA: NCTM
- Parzyk, I-M. (1999). *En skola för andra. Minoritetselevers upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan*. Stockholm: HLS Förlag
- Paulsson, K-A. (1985). *Hur räknar du människa? En rapport om aritmetikalgorithm i bruk världen över*. Högskolan för Lärarutbildning i Stockholm.
- Pimm, D. (1989). *Speaking Mathematically Communications in Mathematics Classrooms*. London: Routledge.

Powell, A. & Frankenstein, M. (Eds.). (1997). *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany: State University of New York Press.

Peressini, D. (1997). Building Bridges between Diverse Families and the Classroom: Involving Parents in School Mathematics. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity* (pp. 222- 229). 1997 Yearbook NCTM. Reston: NCTM

Resnick, L. (1983). A Developmental Theory of Number Understanding. In H. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 110-151). Orlando: Academic Press, INC.

Reuterberg, S-E. & Svensson, A. (2000). *Köns- och socialgruppskillnader i matematik - orsaker och konsekvenser*. Göteborg universitet, Institutionen för pedagogik och didaktik.

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in Thinking. Cognitive Development in Social Context*. New York: Oxford University Press.

Rogoff, B. & Lave, J. (Eds.). (1984). *Everyday Cognition. Its Development in Social Context*. Cambridge: Harvard University Press.

Ron, P. (1999). Spanish-English Language Issues in the Mathematics Classroom. In L. Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Faces of Mathematics: Perspectives on Latinos* (pp. 23-33). Reston, VA: NCTM

Runesson, U. (2000). Variation för lärande. *Nämnamnaren*, 27(2), 19-25.

Runfors, A. (1996). Skolan mångfalden och jämlikheten. En diskussion om strukturerande principer vid hantering av olikhet. I A. Sjögren, A. Runfors & I. Ramberg (Red.), *En bra svenska? Om språk, kultur och makt* (s. 41-64). Tumba: Mångkulturellt centrum.

Runfors, A. (1997). Integration as a language issue. Processes of exclusion and inclusion in Swedish suburban schools. In A.Sjögren (Ed.), *Language and Environment. A Cultural Approach to Education for Minority and Migrant Students* (pp. 103-114). Tumba: The Multicultural Center.

Runfors, A. & Sjögren, A. (1996). Introduktion. I A. Sjögren, A. Runfors & I. Ramberg (Red.), *En bra svenska? Om språk, kultur och makt* (s. 7-13). Tumba: Mångkulturellt centrum.

Rönnberg, I. (1998). Utgångspunkt för förändringsarbete. *Nämnamnaren* 25(4), 16-19.

Rönnberg, I. (1999). Minoritetselever i majoritet. *Nämnamnaren* 26(3), 48-54.

Rönnberg, I. & Rönnberg, L. (2000). Minoritetselever och matematikundervisning. I K. Wallby, K. Lindgren, L. Mouwitz & A. Wallby. (Red), *Tid för matematik. Dokumentation av 11:e Matematikbiennalen* (s. 305-306). Göteborg: NCM.

Rönnberg, I. & Sjögren, A. (2000). *Matematik som social och kulturell konstruktion*. Föreläsning på Symposium 2000. Ett andraspråksperspektiv på lärande.

Saville-Troike, M. (1984). What really matters in second language learning for academic achievement? *TESOL Quarterly* 18(2), 199-219.

Secada, W. G. (1991). Agenda setting, enlightened self-interest, and equity in mathematics education. *Peabody Journal of Education* 66 (2), 22-56.

Secada, W. G. (1992). Race, Ethnicity, Social Class, Language, and Achievement in Mathematics. In Grouws (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 623-660). New York: Macmillan.

Secada, W. G. (1995). Social and critical dimensions for equity in mathematics education. In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 146- 164). Cambridge: Cambridge University Press

Secada, W. G., Fennema, E. & Byrd Adajian, L. (Eds.). (1995). *New directions for Equity in Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press

Setati, M. (1998). Code-switching in a Senior Primary Class of Second-language Mathematics learners. *For the Learning of Mathematics*. 18(1), 34-40.

Sfard, A., Necher, P., Streefland, L. Cobb, P. & Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as they Say? *For the Learning of Mathematics*. 18(1), 41-51.

Silver, E. & Smith, M. (1996). Building Discourse Communities in Mathematics Classrooms: A Worthwhile but Challenging Journey. In P. Elliot & M. Kenney (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond. 1996 Yearbook* (pp. 20-28). Reston VA: NCTM.

Silver, E. Schwan Smith, M. & Scott Nelson, B. (1995). The Quasar Project: Equity concerns meet mathematics education reform in the middle school. W.G. Secada, & E. Fenneman & L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press

Sjögren, A. (1996a). Språket, nykomlingens nyckel till samhället men också en svensk försvarsmekanism. I A. Sjögren, A. Runfors & I. Ramberg (Red.), *En bra svenska? Om språk, kultur och makt* (s. 19-40). Tumba: Mångkulturellt centrum.

Sjögren, A. (1996b). Bygga en ny värld utifrån olika referenser. I E-S. Hultinger & C. Wallentin (Red.), *Den mångkulturella skolan* (s. 298-300) Lund: Studentlitteratur.

Sjögren, A. (Ed.). (1997). *Language and Environment. A Cultural Approach to Education for Minority and Migrant Students*. Tumba: The Multicultural Center.

Sjögren, A. & Runfors, A & Ramberg, I. (Red.). (1996). *En bra svenska? Om språk, kultur och makt*. Tumba: Mångkulturellt centrum.

Skolverket (1994). *Att undervisa invandrarelever i svenska. Kommentarer till kursplaner i svenska och referensmaterial i svenska som andraspråk*. Stockholm: Liber

Skolverket (1995). *Hur läser invandrarelever i Sverige?* Stockholm: Skolverket.

Skolverket (1998). *Romer och den svenska skolan*. Rapport, Dnr 98:2652. Lund: Skolverket.

Skolverket (1999). *Ämnesproven skolor 9, 1999*. Dnr 99:502. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2000a). *Grundskolan. Kursplaner och betygskriterier*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket (2000b). *Regeringsuppdrag 8 - Utan fullständiga betyg*. Dnr 2000:1838 Stockholm: Skolverket

Skolverket (2000c). *Barnomsorg och skola 2000*. Skolverkets lägesbedömning. Stockholm: Skolverket

Skoovmose, O. (1994a). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (1994b). Kritisk matematikundervisning? I G. Nissen & M. Blomhøj (Red.), *Hul i kulturen. Sæt matematiken på plads*. København: Spektrum

SOU 1996:143. *Krock eller möte. Om den mångkulturella skolan*. Stockholm: Utbildningsdepartementet

Stacey, K. & Gooding, A. (1998). Communication and Learning in Small-Group Discussions. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (pp. 191-222). Reston VA: NCTM.

Steen, L. A. (Ed.). (1997). *Why Number Counts. Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. New York: The College Board

Steinbring, H., Bartolini Bussi, M. G. & Sierpinska, A. (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. Reston VA: NCTM.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap. Best Ideas from the Worlds Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.

Strutchens, M., Thomas, D. & Davis Perkins, F. (1997). Mathematically Empowering Urban African American Students through Family Involvement. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity* (pp. 230-235). 1997 Yearbook NCTM. Reston: NCTM

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

Tate, W. F. (1995a). School Mathematics and African American Students: Thinking Seriously About Opportunity-to-Learn Standards. *Educational Administration Quarterly*, 31(3), 424-448.

Tate, W. F. (1995b). Economics, Equity, and the national mathematics assessment: Are we creating a national toll road? In W. G. Secada, E. Fennema & L. Byrd Adajian, (Eds.), *New directions for Equity in Mathematics Education* (pp. 191- 206). Cambridge: Cambridge University Press

Taylor, C. (1994). *Det mångkulturella samhället och erkännandets politik*. Göteborg: Daidalos.

Thomas, J. (1997). Teaching Mathematics in a Multicultural Classroom: Lessons from Australia. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity* (pp. 34-45). 1997 Yearbook NCTM. Reston: NCTM.

Thomas, W. & Collier, E. (1997). School Effectiveness for Language Minority Students. *NCBE Resource Collection Series, No. 9*. George Washington University. Downloaded from NCBE web adress: www.ncbe.gwu.edu/ncbepubs/resource/effectiveness/.

Thompson, A.G. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions. A Synthesis of Research. In D. A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan Publishing Company.

Trentacosta, J. & Kenney M. (1997). *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom, The Gift of Diversity*. 1997 Yearbook NCTM. Reston: NCTM.

Trudgill, P. (1994). *Språk och social miljö. En introduktion till sociolingvistik*. Stockholm: Bokförlaget PAN/Norstedts

Tuomela, V. (2000). *På väg mot ett språkutvecklande arbetssätt*. Föredrag Fittja skolor.

U1999/3992/S. *Uppdrag till Göteborgs universitet om utvecklingsinsatser rörande undervisningen i matematik*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Ünlüer, Ö. (2000). *Personlig kommunikation*.

Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a Language. In P. Elliot & M. Kenney (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. 1996 Yearbook (pp. 231-243). Reston VA: NCTM.

Vithal, R. (2000). Differentiation, Equity and Mathematics Education. In M. Neubrand (Her), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2000*. Berlin: Verlag Franzbecker.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and Language*. Cambridge: The MIT Press.

Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2000). *Grupperingar för lärande i matematik. Preliminär version*. Göteborgs universitet, Nationellt centrum för matematikutbildning.

- Wallby, K., Lindgren, K., Mouwitz L. & Wallby, A. (Red.).(2000). *Tid för matematik. Dokumentation av 11:e Matematik-biennalen*. Göteborg: NCM.
- Watson, A. (Ed.). (1998). *Situated Cognition and the Learning of Mathematics*. Oxford: Center for Mathematics Education Research. University of Oxford Departement of Educational Studies.
- Wearne, D. (2000). *Personlig kommunikation*.
- Weschke, K. (2000). Ett gränslöst arbete. *Nämnaven* 27(2), 13-18.
- Wistedt, I., Brattström, G., Jacobsson, C. & Källgård, E-S. (1992). *Att vardagsanknyta matematikundervisningen*. Stockholms universitet, Pedagogiska institutionen.
- Wistedt, I., Brattström, G. & Jacobsson, C. (1993). *Att använda barns informella kunskaper i matematikundervisningen*. Stockholms universitet: Pedagogiska institutionen.
- Wyndhamn, J., Riesbeck, E. & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik. Studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisningen*. Linköpings universitet, Institutionen för tillämpad lärarkunskap.
- Zaslavsky, C. (1997). World Cultures in the Mathematics Class. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 307-20). Albany: State University of New York Press

Övrig ej refererad litteratur

Alrø, H. & Skovsmose, O. (1998). Kommunikation og matematiklæring. I T. Wedege (Red.), *Matematiklæring - et nyt forskningscenter* (s. 15-22). Roskilde: IMFUFA, Roskilde universitetcenter.

Appel, R. & Muysken, P. (1993). *Language contact and bilingualism*. London: Edward Arnold.

Aspray, W. & Kitcher, P. (Eds.). (1988). *History and Philosophy of Modern Mathematics*. Minneapolis: The University of Minnesota Press.

Atweh, B., Owens, K. & Sullivan, P. (Eds.). (1996). *Research in Mathematics Education in Australasia 1992-1995*. Cambelltown: MERGA

Axelsson, M. (2000). *Framgång för alla. Från att inte kunna - till att inte kunna låta bli att läsa. I H. Åhl (Red.), Svenskan i tiden- verklighet och visioner* (s. 9-23). Stockholm: HLS Förlag

Barton, B. (1994). The Politics of Mathematics Education. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 2* (p.165-174). Wellington: The Wellington College of Education.

Bishop, A. J. (1990). Western mathematics: the secret weapon of cultural imperialism. *Race & Class*, 32(2), 51- 65.

Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *Nordisk matematikdidaktik*, 1 (1), 8-17.

Boaler, J. (1998). A Tale of Two Schools: Alternative Teaching Approaches and Situated Learning. In A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics* (p. 83-91). Oxford: Center for Mathematics Education Research. University of Oxford Departement of Educational Studies.

Bringlöv, Å. (1996). Kulturell mångfald inom en ram av eviga värden. I A. Sjögren, A. Runfors & I. Ramberg (Red.), *En "bra" svenska? Om språk, kultur och makt* (s.65-74). Tumba: Mångkulturellt centrum.

Christiansen, I. M. (1998). Kan skolelærdom blive et tænkeredskab? Forholdet mellem abstraktioner, teorier og anvendelse af viden. I T. Wedege (Red.), *Matematiklæring - et nyt forskningscenter* (s. 33-45). Roskilde: IMFUFA, Roskilde universitetcenter.

Cohen, M. & Nagel, E. (1934). *An Introduction to Logic and Scientific Method*. London: Routledge & Kegan Paul Ltd.

Craft, M. (Ed.).(1996). *Teacher Education in Plural Societies. An International Review*. London: The Falmer Press.

Crawford, K. (1990). Language and Technology in Classroom Settings for Students from Non-technological Cultures. *For the Learning of Mathematics*. 10 (1) 2-6.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1991). A Constructivist Approach to Second Grade Mathematics. In E.von Glasersfeld, (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*. (p. 157-176). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cooney, T. J. & Hirsch, C.R. (Eds). (1990). *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. 1990 Yearbook NCTM*. Reston Va: NCTM

Crowe, J. M. (1988). Ten Misconceptions about Mathematics and Its History. In W. Aspray & P. Kitcher (Eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics*. (p.260-277). Minneapolis: The University of Minnesota Press.

Cuevas, G. & Driscoll, M. (Eds.).(1994). *Reaching All Students with Mathematics*. Reston Va: NCTM.

Dahland, G. (2000). *Kompletterande utbildning för personer med utländsk lärar-examen*. Göteborgs universitet, Institutonen för pedagogik och didaktik.

Emanuelsson, G. & Johansson, B. (1997). Matematik det kritiska filtret. *Pedagogiska magasinet* 2/97 (s.42-47).

Engström, A. (Red.). (1998). *Matematik och reflektion*. Lund: Studentlitteratur

Ernest, P. (1998). Mathematical Knowledge and Context. In A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics* (p. 13-31). Oxford: Center for Mathematics Education Research. University of Oxford Departement of Educational Studies.

Frisell, H. & Ålund, A. (1996). Där saker kan sättas i spel. I E-S. Hultinger & C. Wallentin (Red.), *Den mångkulturella skolan* (s. 284-288) Lund: Studentlitteratur

Føllesdal, D., Walløe, L. & Elster, J. (1990). *Argumentasjonsteori, språk og vetenskapsfilosofi*. Oslo: Universitetsforlaget.

Genesee, F. (1994). Introduction. In F. Genesee (Ed.), *Educating Second Language Children* (p.1-12). Cambridge: Cambridge University Press

Grosin, L. (1994). *Effective Schools and Equality*. Opubliserat manuskript, Stockholms universitet, Pedagogiska institutionen.

Jacob, E. (1998). *Anthropological Perspectives for Research in Mathematics Education: Beyond "Cultural Groups"*. Unpublished manuscript, SIG/Research in Mathematics Education AERA.

John-Steiner V. (1985). The road to competence in an alien land: A Vygotskian perspective on bilingualism. In Wertsch J.V. (Ed), *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives* (348-371). Cambridge: Cambridge University Press.

Jonsson, S. (1993). *De andra. Amerikanska kulturkrig och europeisk rasism*. Stockholm: Nordstedts

Jonsson, S. (1995). *Andra platser. En essä om kulturell identitet*. Stockholm: Nordstedts.

Kilpatrick, J. (1992). A History of Research in Mathematics Education. In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.3-38). New York: Macmillan Publishing Company.

Kilpatrick, J. (2000). What Counts? Changing School Mathematics by Appealing to Principals and Standards. I K. Wallby, K. Lindgren, L. Mouwitz & A. Wallby. (Red), *Tid för matematik. Dokumentation av 11:e Matematikbiennalen* (s.18-20). Göteborg: NCM.

Kitcher, P. (1988). Mathematical Naturalism. In W. Aspray & P. Kitcher (Eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics*. (p.3-57). Minneapolis: The University of Minnesota Press.

Kitcher, P. & Aspray, W. (1988). An Opinionated Introduction. In W. Aspray & P. Kitcher (Eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics*. (p.293-325). Minneapolis: The University of Minnesota Press.

- Lahdenperä, P. (1997 b). Lärarrollen i multietniska skolor och klassrum. *Didactica Minima* 43. 7-14.
- Lakatos, I. (1967/1976). A renaissance of empirism in the recent philosophy of mathematics? In J. Worrall & G. Currie (Eds.), *Mathematics, science and epistemology. Philosophical Papers Volume 2*. (p. 24-42). London: Cambridge University Press.
- Lange A. & Hedlund, E. (1998). *Lärare och den mångkulturella skolan. Utsatthet för hot och våld samt attityder till "mångkulturalitet" bland grundskole- och gymnasielärare*. Stockholm: Stockholms Universitet, Centrum för invandringsforskning.
- Lave, J., Murtaugh, M. & de la Rosha, O. (1984). The Dialectic of Arithmetic in Grocery Shopping. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday Cognition* (p. 67-94). Cambridge MA: Harvard University Press.
- Lee Hang, D., Barker, M. (1996). "We need to use both"- the place of indigenous language in science lessons in Western Samoa. *SAME papers* (p. 130-147). Hamilton NZ: University of Waikato, Te Whare Wananga o Waikato.
- Lerman, S. (1998). Learning as Social Practise: An Appreciative Critique. In A. Watson (Ed.), *Situated Cognition and the Learning of Mathematics* (p. 33-42). Oxford: Center for Mathematics Education Research. University of Oxford Departement of Educational Studies.
- Li, C., Nuttall, R. & Zhao, S. (1999). The Effect of Writing Chinese Characters on Success on Water-Level Task. *Journal of Cross-Cultural Psychology* 30 (1) pp 91-104.
- Lindberg, I. (1996). *Språka samman. Om samtal och samarbete i språkundervisningen*. Stockholm: Natur och kultur.
- Lübke, P. (1987). *Vår tids filosofer*. Stockholm: Bokförlaget Forum.
- Mayo, E. (1994). On Power and Equity: Let's Not Blaming the Victim. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (p.291-306). Wellington: The Wellington College of Education.
- Matematik- ett kommunikationsämne.* (1996). Göteborg: Nämnaren.
- Matematik- ett kärnämne.* (1995). Göteborg: Nämnaren.

- McKeon, D. (1994). Language, culture and schooling. In Geneese (Ed.), *Educating Second Language Children* (p.15-32) Cambridge: Cambridge University Press.
- Mingo, C. (1997). Grounded Practice: Lessons in Anasazi Mathematics Emerging from the Multicultural Classroom. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity Yearbook NCTM* (p. 177-185). Reston: NCTM.
- Mouwitz, L. (2000) *Hur kan lärare lära? -aktuella intrnationella erfarenheter*. Göteborgs universitet, Nationellt centrum för matematikutbildning.
- Moyer, J. C., Cai, J. & Grampp, J. (1997). The gift of diversity in Learning through Mathematics exploration. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity Yearbook NCTM* (p. 151-163). Reston: NCTM
- Myrberg, M. (1997). Att möta läs-och skrivsvårigheter. En forskningsöversikt på uppdrag av Läs- och skrivkommittén. *SOU 1997:108 Bilaga 3*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Niss, M. (1994). Mathematics in Society. In R. Biehler, R.W. Scholz, R. Strässer, & B.Winkelmann. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (p.369-378). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Nunes, T. (1992). Ethnomathematics and Everyday Cognition. In D.A. Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p.557-574). New York: Macmillan Publishing Company.
- Ogbu, J.U. (1997) Speech community, language identity and language boundaries. In A.Sjögren (Ed.), *Language and Environment. A Cultural Approach to Education for Minority and Migrant Students* (p.17-42). Tumba: The Multicultural Center.
- Ong, W. (1990). *Muntlig och skriftlig kultur. Teknologisering av ordet*. Göteborg: Anthropos
- Parszyk, I-M. (1994). *Minoritetsungdomar och matematik i nationell utvärdering. Språk- och begreppsförståelse i samband med elevernas lösningar av matematikuppgifter i årskurs 9*. Lärarhögskolan i Stockholm. Institutionen för pedagogik.
- Peura, M & Skutnabb-Kangas, T. (Red.). (1994). *Man kan vara tvåländare också... Sverigefinnarnas väg från tystnad till kamp*. Stockholm: Sverigefinlänarnas arkiv.

Principles and Standards for School Mathematics. (2000). Reston VA: NCTM

Presmeg, N.C. (1988). School Mathematics in Culture-Conflict Situations. In A.J. Bishop (Ed.), *Mathematics Education and Culture*. (163-177). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Rabøl Hansen, V., Wahl Andersen, M. & Robenhagen O. (1998). *Laereprocesser, potentialer og undervisningsdifferentiering* Köpenhamn: Danmarks Pdagogiske Institut.

Rojas, M. (1995). *Sveriges oölskade barn*. Köping: Brombergs

Ronström, O., Runfors, A. & Wahlström, K. (1995). "Det här är ett svenskt dagis." *En etnologisk studie av dagiskultur och kulturmöten i norra Botkyrka*. Tumba: Mångkulturellt centrum.

Runfors, A. (1993). *För barnens bästa*. Tumba: Stiftelsen Sveriges Invandrarinstitut och Museum i Botkyrka

Serpinska, A. (1998). Three Epistemologies, Three views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (p. 30-62). Reston VA: NCTM.

Silver, E. A. & Stein, M. K. (1996) The QUASAR PROJECT: The "Revolution of the Possible" in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. *Urban Education*, 4 (30), 477-521.

Sjögren, A. (1993). *Här går gränsen. Om integritet och kulturella mönster i Sverige och medelhavsområdet*. Tumba: Sveriges Invandrarinstitut och Museum, Bokförlaget Arena.

Sjögren, A. (Red.).(1991). *Ungdom och tradition*. Tumba: Mångkulturellt centrum.

Sjöqvist, L. & Lindberg, I.(1996). Svenska som andraspråk - varför det? I E-S Hultinger & C. Wallentin (Red.), *Den mångkulturella skolan* (s. 78-105) Lund: Studentlitteratur

Sleeter, C. E. (1997). Mathematics, Multicultural Education, and Professional Development. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (6),680-696.

SOU 1992:94. *Skola för bildning*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

SOU 1997:108 *Att lämna skolan med rak rygg. Om rätten till skriftspråket och om förskolans och skolans möjligheter att förebygga och möta läs- och skrivsvårigheter*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Strandberg, M. (1996). Mångfalden en guldgruva. I E-S Hultinger & C. Wallentin (Red.), *Den mångkulturella skolan* (s. 106-127) Lund: Studentlitteratur

Steedman, P. H. (1991). There is No More Safty in Numbers: A New Conception of Mathematics Teaching. In E.von Glasersfeld (Ed.). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. (p. 1-11). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Steffe, L. P. (1991). The Constructivist Teaching Experiment: Illustrations and Implications. In E.von Glasersfeld, (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*. (p. 177-194). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Stigler, J. W., & Baranes, R. (1988). Culture and Mathematics Learning. In E. Z. Rothkopf (Ed.), *Review of research in education (vol. 15)*. (253-306). Washington DC: American Educational Association.

Säljö, R. (1989). Kommunikativ praktik och institutionell inlärnin. I R. Säljö m.fl. *Som vi upppfattar det. Elva bidrag om inlärnin och omvärldsuppfattning* (s.1-17). Lund: Studentlitteratur.

Säljö, R. (1997). Tal, skrift och sociokulturell dynamik: Skriftspråk som kitt och differentierande mekanism i det komplexa samhället. *SOU 1997:108 Bilaga 2*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Tate, W. F. (1997). Race-Etnicity, SES, Gender, and Language Proficiency Trends in Mathematics Achievement: An Update. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (6). 652 -679.

Taylor, C. (1994). Assessement for Measurement or Standards: The Peril and Promise of Large Scale Assessment Reform. *American Educational Research Journal* 2 (31), 231-262.

Taylor, L. (1997). Integrating mathematics and American Indian Cultures. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity Yearbook NCTM* (p. 169-176). Reston: NCTM.

- Thomas, G. (1994). Peer Discussion and Learning in Mathematics. In J. Neyland. (Ed.), *Mathematics Education. A Handbook for Teachers, volume 1* (p.319-329). Wellington: The Wellington College of Education.
- Thors, C. (1997). Många lärare diskriminerar invandrarelever. *Pedagogiska magasinet*, nr 3, 26-29.
- Tingbjörn, G. (1994). *Svenska som andraspråk: En introduktion*. Stockholm: Utbildningsradion & Natur och kultur.
- Unenge, J. & Wyndham, J. (1991). *Från räkning till matematisk klokskap*. Höskolan i Jönköping, Institutionen för undervisning, kultur och information.
- Usiskin, Z. (1994). From "Mathematics for Some" to "Mathematics for All". In R. Biehler, R.W. Scholz, R. Strässer, & B.Winkelmann. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (p.315-326). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Viberg, Å. (1993). Andraspråksinläring i olika åldrar. I E. Ceru (Red.), *Svenska som andraspråk. Mera om språket och inläringen* (s.13-83). Stockholm: Utbildningsradion & Natur och kultur.
- Viberg, Å. (1996). Svenska som andraspråk i skolan. I K. Hyltenstam (Red.), *Tvåspråkighet med förhinder*. Lund: Studentlitteratur.
- Von Glasersfeld, E. (Ed.). (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Walker E. & Mc Coy, L. (1997). Students` Voices: African Americans and Mathematics. In J. Trentacosta & M. Kenney (Eds.), *Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom. The Gift of Diversity*. Yearbook NCTM (p. 71-80). Reston: NCTM
- Wertsch, J. V. (Ed.). (1985). *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives*. New York: Cambridge University Press.
- Working papers on the Organisation of Diversity in Sweden*. (1990). Tumba: The Swedish Immigration Institut and Museum.
- Åhl, H. (2000). (Red.). *Svenskan i tiden- verklighet och visioner*. Stockholm: HLS Förlag.
- Ålund, A. (1991). *Etniskt bricolage och nya gemenskaper*. I Sjögren (Red.), *Ungdom och tradition*. Tumba: Mångkulturellt centrum.

Minoritets elever och matematikutbildning

- en litteraturöversikt

Avsevärt färre minoritets elever når nationellt uppsatta mål och strävansmål i matematik jämfört med majoritets elever. Resultaten på de nationella proven i matematik, 1998 och 1999, visar att det är en betydligt större andel elever med ett annat modersmål än svenska som inte når upp till betyget Godkänd, än elever med svenska som modersmål.

Litteraturöversikten belyser olika faktorer som har betydelse för hur minoritets elever kan tillgodogöra sig matematikundervisningen. Språkbehärskning i svenska och begrepp och erfarenheter grundade på ett västerländskt medelklassperspektiv är några av de andra faktorer som påverkar minoritets elevers möjligheter att lära sig matematik. Översikten tar också upp många av de förslag till förbättring som beskrivs i litteraturen, vilka nödvändigtvis inte behöver medföra ökade kostnader för verksamheten. Det som krävs är en förändring av uppfattningar och attityder hos alla som på något sätt har inflytande över elevens studiesituation.

Rapporten har utarbetats av Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, på uppdrag av Skolverkets handlingsprogram för Mål och resultat och Särskilt stöd i barnomsorg och skola. I programmens uppgifter ingår bland annat att bidra till en kunskapsutveckling när det gäller hur förskoleverksamhet och undervisning kan stödja elevers arbete att nå målen.

NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet för att stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften Nämnaren och medverkar vid planering och genomförande av matematikbiennaler och biennetter. På uppdrag av Skolverket och Utbildningsdepartementet utvecklar NCM förslag till kompetensutvecklingsinsatser för lärare och skolor. I detta ingår att ta fram kunskapsöversikter och kurslitteratur som Nämnaren-TEMA. NCM medverkar också i genomförande och uppföljning av olika utvecklingsinsatser i samverkan med kommuner, högskolor och olika nätverk. Ett nationellt referensbibliotek för matematikläromedel och matematikdidaktisk litteratur är under uppgnads. För mer information om NCM och Nämnaren, se <http://ncm.gu.se>