

## Matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att samhället digitaliseras används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskaper och arbetsliv samt har en avgörande roll inom naturvetenskap. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

## Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa problem och använda matematik i samhälls- och arbetslivet. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att fördjupa och bredda sina kunskaper i matematik samt utveckla sin nyfikenhet och kreativitet. Vidare ska undervisningen bidra till att eleverna utvecklar kunskaper om matematikens betydelse och användning inom andra ämnen samt i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö och med verktyg som används inom karaktärsämnena. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska undervisningen utmana eleverna och ge dem erfarenheter av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang och ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem samt fördjupa sitt matematikkunnande och utvidga de områden där matematikkunskan kan användas.

*Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla följande:*

- Förmåga att använda och beskriva matematiska begrepp och samband mellan begrepp.
- Förmåga att hantera procedurer och utföra rutinuppgifter utan och med verktyg.
- Förmåga att analysera och lösa problem med hjälp av matematik.
- Förmåga att tillämpa, formulera och utvärdera matematiska modeller.
- Förmåga att föra och följa matematiska resonemang.
- Förmåga att kommunicera matematik muntligt, skriftligt och i handling.

## Nivåer i ämnet

Matematik, nivå 1a, 100 poäng, som bygger på grundskolans kunskaper eller motsvarande. Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 1b eller nivå 1c.

Matematik, nivå 1b, 100 poäng, som bygger på grundskolans kunskaper eller motsvarande.

Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 1a eller nivå 1c.

Matematik, nivå 1c, 100 poäng, som bygger på grundskolans kunskaper eller motsvarande.

Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 1a eller nivå 1b.

Matematik, nivå 2a, 100 poäng. Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 2b eller nivå 2c.

Matematik, nivå 2b, 100 poäng. Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 2a eller nivå 2c.

Matematik, nivå 2c, 100 poäng. Betyg i nivån kan inte ingå i elevens examen tillsammans med betyg i matematik, nivå 2a eller nivå 2b.

## Matematik, nivå 1a, 100 poäng

### Centralt innehåll

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 1a ska behandla följande centrala innehåll:*

#### Program- eller yrkesspecifikt innehåll

- Matematiska begrepp som är relevanta för arbetsliv, till exempel proportionalitet, skala, likformighet, vinklar, Pythagoras sats, procent och andelar, indexmått, vinstmarginal, jämvikt, felmarginaler, symmetrier, vektorer, trigonometriska funktioner och barns lärande inom matematik.
- Beräkningsmetoder som är relevanta för arbetsliv, till exempel uppskattningar, beräkningar på störningar eller mätfel, spill- och svinnberäkningar, överslagsräkning, avrundning, användning av kalkylprogram och metoder för kontrollberäkning.
- Hantering av formler som är relevanta för arbetsliv.
- Mätning och hantering av storheter och enheter som är relevanta för arbetsliv, till exempel enhetsbyten, mätning av vinklar, avrundningsprinciper, tidsuppskattningar, beräkning av förbrukningsmaterial, kostnadsberäkningar, säkerhetsmarginaler, hantering av mätverktyg och hantering av mätosäkerheter.
- Hjälpmedel och verktyg som är relevanta för att hantera matematik inom arbetsliv, till exempel formulär, mallar, tumregler, föreskrifter, manualer, referensverk och handböcker.

#### Aritmetik, algebra och funktioner

- Hantering av formler och algebraiska uttryck, däribland faktorisering och multiplicering av uttryck.
- Begreppet funktion. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer.
- Metoder för att bestämma funktionsvärden. Grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen  $f(x) = a$ .
- Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner.
- Metoder för att lösa linjära ekvationer.

- Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner. Skillnader och likheter med linjära funktioner.
- Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg.

## **Sannolikhet och statistik**

- Begreppen oberoende och beroende händelse samt komplementhändelse. Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg. Tillämpningar inom spel samt risk- och säkerhetsbedömningar.
- Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och arbetsliv, däribland signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor.

## **Digitala verktyg**

- Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering.
- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.

## **Problemlösning och tillämpningsområden**

- Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband.
- Problemlösning med särskild utgångspunkt i arbetsliv samt privatekonomi och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## **Matematik, nivå 1b, 100 poäng**

### **Centralt innehåll**

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 1b ska behandla följande centrala innehåll:*

### **Aritmetik, algebra och funktioner**

- Hantering av formler och algebraiska uttryck, däribland faktorisering och multiplicering av uttryck.
- Begreppen funktion, definitionsmängd och värdemängd. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer.
- Metoder för att bestämma funktionsvärden. Digitala och grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen  $f(x) = a$ .
- Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner. Räta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner.
- Metoder för att lösa linjära ekvationer.
- Begreppen intervall och linjär olikhet. Metoder för att lösa linjära olikheter.
- Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner. Skillnader och likheter med linjära funktioner.

- Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer.
- Begreppet potensfunktion.
- Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg.

## **Sannolikhet och statistik**

- Begreppet index.
- Begreppen oberoende och beroende händelse samt komplementhändelse. Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg. Tillämpningar inom spel samt risk- och säkerhetsbedömningar.
- Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och inom vetenskap, däribland signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor.

## **Digitala verktyg**

- Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering.
- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.

## **Problemlösning och tillämpningsområden**

- Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband.
- Problemlösning med särskild utgångspunkt i utbildningens karaktär, privatekonomi och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## **Matematik, nivå 1c, 100 poäng**

### **Centralt innehåll**

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 1c ska behandla följande centrala innehåll:*

### **Aritmetik, algebra och funktioner**

- Hantering av formler och algebraiska uttryck, däribland faktorisering och multiplicering av uttryck.
- Begreppen funktion, definitionsmängd och värdemängd. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer.
- Metoder för att bestämma funktionsvärden. Digitala och grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen  $f(x) = a$ .
- Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner. Räta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner.
- Metoder för att lösa linjära ekvationer.
- Begreppen intervall och linjär olikhet. Metoder för att lösa linjära olikheter.

- Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner. Skillnader och likheter med linjära funktioner.
- Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer.
- Begreppet potensfunktion.
- Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg.

## **Trigonometri och vektorer**

- Begreppen sinus, cosinus och tangens. Begreppet invers funktion i samband med arcusfunktioner. Metoder för att beräkna sträckor och vinklar i koordinatsystem och i rätvinkliga trianglar.
- Begreppet vektor. Representationer av vektorer i koordinatsystem och skrivna i koordinatform. Metoder för beräkningar med vektorer, däribland addition, subtraktion, beräkning av absolutbelopp och multiplikation med skalär.

## **Sannolikhet och statistik**

- Begreppen oberoende och beroende händelse samt komplementhändelse. Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg. Tillämpningar inom spel samt risk- och säkerhetsbedömningar.
- Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och inom vetenskap, däribland signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor.

## **Digitala verktyg**

- Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering.
- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.
- Exempel på hur programmering kan användas som verktyg vid problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder.

## **Problemlösning och tillämpningsområden**

- Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband.
- Problemlösning med särskild utgångspunkt i utbildningens karaktär, privatekonomi och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## **Matematik, nivå 2a, 100 poäng**

### **Centralt innehåll**

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 2a ska behandla följande centrala innehåll:*

### **Program- eller yrkesspecifikt innehåll**

- Breddning eller fördjupning av matematiska begrepp och metoder som är relevanta för arbetsliv och utbildningens karaktär.
- Hjälpmedel och verktyg som är relevanta för att hantera matematik inom arbetsliv och utbildningens karaktär.

## **Aritmetik, algebra och funktioner**

- Råta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner.
- Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem.
- Begreppet potensfunktion.
- Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer.
- Digitala metoder för att lösa exponentialekvationer.
- Motivering och hantering av konjugatregeln och kvadreringsreglerna.
- Begreppet andragsgradsfunktion och egenskaper hos andragsgradsfunktioner, däribland symmetrilinje, extrempunkt och nollställen.
- Metoder för att lösa andragsgradsekvationer.

## **Statistik**

- Lägesmått och spridningsmått, däribland percentiler och standardavvikelse, samt digitala metoder för att bestämma dessa.
- Begreppet normalfördelning och egenskaper hos normalfördelat material. Metoder för att göra enklare beräkningar på normalfördelat material.

## **Logik och geometri**

- Användning och motivering av Pythagoras sats med exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem.

## **Digitala verktyg**

- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.

## **Problemlösning och tillämpningsområden**

- Problemlösning med särskild utgångspunkt i arbets- och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## **Matematik, nivå 2b, 100 poäng**

### **Centralt innehåll**

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 2b ska behandla följande centrala innehåll:*

### **Aritmetik, algebra och funktioner**

- Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem.

- Begreppet logaritm. Hantering av räkneregler för logaritmer i samband med lösning av exponentialekvationer. Metoder för att lösa exponentialekvationer.
- Likheter och skillnader mellan exponential- och potensekvationer.
- Motivering och hantering av konjugatregeln och kvadreringsreglerna.
- Begreppet andragradsfunktion och egenskaper hos andragradsfunktioner, däribland symmetrilinje, extrempunkt och nollställen.
- Metoder för att lösa andragradsekvationer.

## Statistik

- Lägesmått och spridningsmått, däribland percentiler och standardavvikelse, samt digitala metoder för att bestämma dessa.
- Begreppet normalfördelning och egenskaper hos normalfördelat material. Digitala metoder för att göra beräkningar på normalfördelat material.
- Begreppen regressionsanalys och korrelationskoefficient. Digitala metoder för regressionsanalys.

## Logik och geometri

- Begreppen implikation och ekvivalens.
- Begreppen definition, sats och bevis.
- Motivering och användning av enklare geometriska satser om vinklar och likformighet samt Pythagoras sats med exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem.

## Digitala verktyg

- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.

## Problemlösning och tillämpningsområden

- Problemlösning med särskild utgångspunkt i utbildningens karaktär och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## Matematik, nivå 2c, 100 poäng

### Centralt innehåll

*Undervisningen i ämnet matematik på nivån 2c ska behandla följande centrala innehåll:*

### Aritmetik, algebra och funktioner

- Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem.
- Begreppet logaritm. Motivering och hantering av räkneregler för logaritmer. Metoder för att lösa exponentialekvationer.
- Likheter och skillnader mellan exponential- och potensekvationer.
- Motivering och hantering av konjugatregeln och kvadreringsreglerna.

- Begreppet andragradsfunktion och egenskaper hos andragradsfunktioner, däribland symmetrilinje, extrempunkt och nollställan.
- Metoder för att lösa andragradsekvationer.
- Metoder för att lösa rotekvationer.

## Statistik

- Lägesmått och spridningsmått, däribland percentiler och standardavvikelse, samt digitala metoder för att bestämma dessa.
- Begreppet normalfördelning och egenskaper hos normalfördelat material. Digitala metoder för att göra beräkningar på normalfördelat material.
- Begreppen regressionsanalys och korrelationskoefficient. Digitala metoder för regressionsanalys.

## Logik och geometri

- Begreppen implikation och ekvivalens.
- Begreppen definition, sats och bevis.
- Motivering och användning av enklare geometriska satser om vinklar och likformighet samt Pythagoras sats med exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem.

## Digitala verktyg

- Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och problemlösning.
- Exempel på hur programmering kan användas som verktyg vid problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder.

## Problemlösning och tillämpningsområden

- Problemlösning med särskild utgångspunkt i utbildningens karaktär och samhällsliv, däribland frågeställningar som berör hållbar utveckling och hur ämnet kan användas för kritisk granskning av fakta och påståenden.
- Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.
- Orientering om något ur matematikens historia, till exempel hur ett matematiskt begrepp utvecklats, matematikens roll i något historiskt skeende, en betydande person inom matematiken eller ett historiskt matematiskt problem.

## Betygskriterier

### *Betyget E*

Eleven använder och beskriver begrepp och samband mellan begrepp med **godtagbar** bredd och säkerhet.

Eleven hanterar procedurer och utför rutinuppgifter med **godtagbar** bredd och säkerhet, både utan och med digitala verktyg.

Eleven löser **enkla** problem inom nivåns olika områden och bedömer resultatens rimlighet.

Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i **enkla** uppgifter.



Eleven för **delvis** underbyggda matematiska resonemang och följer **enkla** matematiska resonemang.

Eleven kommunicerar matematik med symboler och andra representationer på ett i **huvudsak fungerande** sätt.

## *Betyget D*

Elevens kunskaper bedöms sammantaget vara mellan C och E.

## *Betyget C*

Eleven använder och beskriver begrepp och samband mellan begrepp med **god** bredd och säkerhet.

Eleven hanterar procedurer och utför rutinuppgifter med **god** bredd och säkerhet, både utan och med digitala verktyg.

Eleven löser **relativt komplexa** problem inom nivåns olika områden och bedömer resultatens rimlighet.

Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i **relativt komplexa** uppgifter.

Eleven för **relativt väl** underbyggda matematiska resonemang och följer **relativt avancerade** matematiska resonemang.

Eleven kommunicerar matematik med symboler och andra representationer på ett **till stor del tydligt och korrekt** sätt.

## *Betyget B*

Elevens kunskaper bedöms sammantaget vara mellan A och C.

## *Betyget A*

Eleven använder och beskriver begrepp och samband mellan begrepp med **mycket god** bredd och säkerhet.

Eleven hanterar procedurer och utför rutinuppgifter med **mycket god** bredd och säkerhet, både utan och med digitala verktyg.

Eleven löser **komplexa** problem inom nivåns olika områden och bedömer resultatens rimlighet.

Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i **komplexa** uppgifter.

Eleven för **väl** underbyggda matematiska resonemang och följer **avancerade** matematiska resonemang.

Eleven kommunicerar matematik med symboler och andra representationer på ett **tydligt och korrekt** sätt.