

Språk- och kunskapsutvecklande undervisning i matematik

Maaïke Hajer, Malmö universitet

Björn Kindenberg och Sara Ramsfeldt, Stockholms universitet

Genom hela skoltiden är språkutveckling central för alla elever eftersom språket är en nyckel till lärande. I matematikämnet utvecklar eleverna matematisk förståelse för olika fenomen. Det gör de genom att till exempel läsa, diskutera, räkna och skriva om nya insikter, begrepp, metoder och matematiska resonemang. Det är därför viktigt att som lärare fundera över språkets roll i matematiken så att undervisningen är anpassad till de språkliga utmaningar eleverna möter i ämnet.

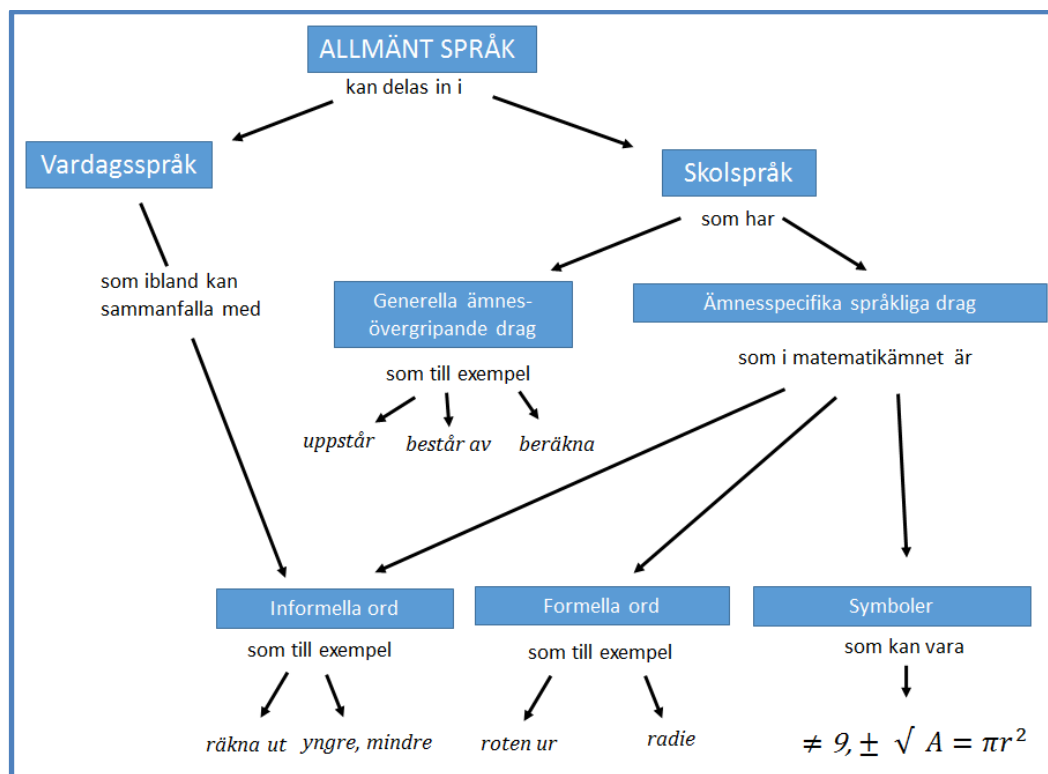
Elevernas framgång i matematik beror till stor del på lärarens arbetssätt (Hattie, 2009). Lärarens arbetssätt speglar lärarens förhållningssätt till ämnet och till undervisningen. Att undervisa språk- och kunskapsutvecklande i matematik innebär att eleverna i undervisningen ges möjligheter att utveckla sina matematikkunskaper vad gäller matematiskt innehåll, men också det matematiska språket. Det handlar om att medvetet använda sig av det man som lärare känner till om språk och språkutveckling för att stödja eleverna att utveckla dessa kunskaper.

Vardagsspråk och matematikens ämnesspråk

Språk i matematik kan ses som en del av det allmänna språkbruket, där även vardagsspråket och det språk som används i skolan, skolspråket, ingår. Relationen mellan vardagsspråk, skolspråk och matematikspråk kan illustreras med en språkbrukskarta. Se Figur 1.

Figur 1 Språkbrukskarta

Språkbrukskarta av Kindenberg och Ramsfeldt (2016), fritt efter Hajer och Meestringa (2014)



Det allmänna språket kan delas in i vardagsspråk, som används i vardagliga, konkreta sammanhang och skolspråk som används för mer abstrakta fenomen. Skolspråket är till stora delar uppbyggt av abstrakta ord som förekommer i alla ämnen. Men varje ämne har också egna språkliga drag, som behövs för just det ämnet. I matematikämnet är matematiska symboler ett sådant ämnesspecifikt språkligt drag. Formella ord som är ämnesspecifika i matematik kallas ofta för matematiska begrepp och kan till exempel vara **tangent** eller **proportionalitet**. Informella ord som **dubbelt så mycket** eller **räkna ut** används också i stor utsträckning i matematikämnet. Många av dessa ord är även vanligt förekommande i vardagsspråket.

Hur olika typer av språk hänger ihop kan exemplifieras inom många olika områden kopplade till matematik. I vardagsspråket talar eleverna till exempel om att en modell av mobiltelefoner snabbt blir billig när en ny modell dyker upp. I matematikämnet förklaras sådana situationer som att prissättningen beskrivs med hjälp av en matematisk modell bestående av olika funktionssamband i olika tidsintervall. Eleverna förväntas då kommunicera om hur de matematiska sambanden ser ut genom att använda både symboler, som beteckningar för funktioner och intervall, och grafer som representerar sambandet.

Vardagsspråket och skolspråket skiljer sig åt i hur man talar om samband. I vardagsspråket används ofta uttryckssätt som ”Om jag gör det här så händer det där.”. I skolspråket används istället uttryckssätt som ”Det här beror på det där.”. Med formella ord i matematik uttrycks det som att ” y är funktionsvärdet för något värde på x ”. Med matematiska symboler skrivs det som $y = f(x)$.

Språket är funktionellt för lärandet i matematik

De matematiska orden och symbolerna bygger upp det matematiska språket och gör det ändamålsenligt. Det matematiska språket renodlar och stöttar logiska matematiska resonemang, språket är på så sätt funktionellt för lärandet i matematik. Ett exempel är innebörden av likhetstecknet vilket uttrycker en exakt likhet i matematiskt hänseende. Uttrycket

$$5 - 3 = 100 - 98$$

betyder att skillnaden mellan talen 5 och 3 är lika stor som skillnaden mellan talen 100 och 98. Att förstå symbolernas innebörd i matematikspråket är nödvändigt för att lära sig matematiken.

Matematikens formella ord, som prioriteringsregler, kvadratmeter, koordinatsystem och variabel har också avgörande betydelse för lärandet. De förekommer i läroboken, i genomgångar, i uppgifter och i prov. De formella matematiska orden kan uppfattas som svåra när de introduceras. Ibland väljer läraren att undvika de formella orden och istället använda en synonym eller en omskrivning med ord hämtade från vardagsspråket. Det kan vara nödvändigt ibland, men här finns också en fallgrop. Språket blir inte lika exakt om man ersätter till exempel växande med lutar uppåt.

Elever kan utveckla matematikspråket i olika aktiviteter där de läser, samtalar, lyssnar och skriver; i helklass, grupp eller enskilt. I välplanerade aktiviteter kan eleverna använda både ord från vardagsspråket och matematikspråket för att utforska och tolka olika situationer. Det kan innebära att tillsammans läsa och tala i klassrummet för att bättre förstå hur en graf tolkas, hur sträckan beror av tiden eller hur medelhastighet beräknas. Det kan också vara att beskriva sina resonemang skriftligt och muntligt. Aktiviteterna ger på olika sätt möjligheter att låta utveckling av matematik och språk gå hand i hand. För elever som har ett annat modersmål än svenska så påverkas deras svenska vardagsspråk, skolspråk och matematikspråk även av deras modersmål. Det pågår flera kunskaps- och språkutvecklande processer samtidigt och olika språk kan samtidigt vara funktionella i matematikklassrummet. Om eleverna har gått i skola i ett annat land tidigare har de även med sig matematikkunskaper som är knutna till det språk de har undervisats på.

Att bli medveten om det matematiska språkets funktion, och hur det förhåller sig till det språk eleverna använder i sin vardag och olika modersmål, gör det lättare att välja ändamålsenliga språkutvecklande aktiviteter. Vad krävs för att eleverna ska kunna visa sin förmåga att tolka ett diagram över befolkningsutveckling? De behöver på något sätt uttrycka sin förståelse. De behöver använda ord som äldre, överbefolkning, y-axel och kurva. De behöver också förstå och kunna använda sig av fraser som "Lutningen visar att sambandet mellan ..." och "Fortsätter ökningen i samma takt så...". Språket i matematiken är en del av en helhetsförståelse som innebär mycket mer än att förstå lösryckta ord eller symboler.

Tre grundprinciper för en språk- och kunskapsutvecklande undervisning

I undervisningen strävar läraren efter att ge eleverna förutsättningar för att gå från det som är bekant till det som är nytt och ämnesspecifikt. I en språkutvecklande matematikundervisning som kan underlätta den processen, betonas ofta tre grundprinciper som särskilt viktiga. Grundprinciperna utgår från vad som brukar lyftas fram i språkinriktad undervisning i skolans ämnen (Hajer & Meestringa, 2014).

1. Att undervisa genom sammanhang

Matematiken kan göras begriplig genom att i undervisningen hitta vardagliga sammanhang som eleverna kan relatera till, och där det matematiska språket fyller en funktion. Här utgår man vanligen från det språk eleverna använder i vardagen för att sedan gradvis, med hjälp av omformuleringar, gå mot ett mer komplext och precist språk. Exempelvis kan samtal med ungdomar innehålla ord och uttryck där till exempel temperaturskillnader uttrycks som dubbelt så kallt. Det kan så småningom leda över till en diskussion om skillnader mellan datanivåer inom statistik. Temperatur är ett typexempel på en intervallskala, där nollpunkten kan väljas på olika sätt. Det krävs en kvotskala för att man ska kunna säga att något är dubbelt mot något, till exempel dubbelt så lång.

När man använder vardagsspråket för att begripliggöra matematiken behöver man samtidigt vara uppmärksam på att ord kan tolkas olika i vardagliga respektive matematiska sammanhang. En vardaglig tolkning av ordet hastighet omfattar inte alltid det innehåll som kommer till uttryck i matematiken. I matematiken uttrycker ordet en relation mellan sträckan och tiden som har både en riktning och ett värde. Hastighet skiljer sig också från begreppet fart rent matematiskt, medan orden ofta är synonyma i vardagsspråket. Det finns också matematiska samband som används frekvent, och som uttrycks med hjälp av matematiska formler, till exempel att $v = \frac{s}{t}$. Kopplat till hastighet finns även enheter som m/s eller km/h. Även dessa notationer innehåller en matematisk symbol, medan de uttalas meter per sekund eller kilometer per timme muntligt. En

hastighet kan i matematiken vara mycket hög, men också noll eller negativ, något som kan ligga långt från en vardaglig tolkning.

Ord som man använder till vardags kan uppfattas som matematiska, men ändå skilja sig från matematiska ord när det gäller precision och generaliserbarhet. Exempelvis kan ordet funktion i vardagsspråk betyda användningsområde, medan det i matematiken används för att mer precist beskriva hur något beror av något annat. Å andra sidan avses med ett ord som cylinder i vardagsspråk ofta ett specifikt föremål, medan det i matematiken är ett generellt uttryck för alla sorters olika kroppar med en viss form och utsträckning i rummet. En begripliggörande och språkutvecklande undervisning kan ibland handla om att bygga vidare på elevernas vardagsspråk, och ibland om att få eleverna att inse att orden i vardagsspråket har en annan innebörd i det matematiska språket. När det gäller flerspråkiga elever visar sig direkta översättningar vara vanskliga. Ett enkelt exempel är ordet kvadrat, som på både norska och danska heter fyrkant. På andra språk kan det vara vinklar eller hörn som fokuseras rent språkligt. Men på till exempel engelska, är ordet för kvadrat square, vilket också är något helt annat än kvadrat i vardagsspråket på engelska, där square betyder torg. Texten, *Mer än matematik – om språkliga dimensioner i matematikuppgifter* (Myndigheten för skolutveckling, 2008), ger flera exempel på sådana språkliga fenomen.

Förutom omformuleringar med hjälp av vardagsspråk, så är multimodalitet, alltså användning av konkreta material, dramatisering, bilder, ljud, filmer med mera, viktigt för att begripliggöra och åskådliggöra sammanhang i matematiken.

2. Att främja aktiv språkanvändning

Det finns många teorier om hur språk och tanke påverkar varandra, om man behöver ett språk för att tänka, eller om man först måste tänka för att kunna använda ett språk. Det är teorier som är svåra att empiriskt undersöka, men klart är att i undervisningssammanhang är språkliga och kommunikativa medel det som står till buds för lärare och elever. All undervisning innebär språk och kommunikation med olika uttrycksformer. All bedömning sker genom det eleven språkligt kommunicerar. Det är därför det är så viktigt att undervisning organiseras så att elever får många möjligheter att använda alla sina språk, både muntligt och skriftligt. I ett flerspråkigt klassrum kan det vara svårt för elever som inte har svenska som modersmål att visa sitt kunnande i matematik på svenska. Kanske behöver de formulera sitt matematiska tänkande på modersmålet först.

För att uppmärksamma hur vardagsspråket förhåller sig till det ämnesspecifika språket och utveckla elevernas matematiska kommunikation behöver eleverna många tillfällen att fråga, samtala, undersöka och skriva om de ord och begrepp som förs in i undervisningen. I samtal mellan elever kan förförståelse samt egna och andras

erfarenheter användas som en brygga till en mer komplex begreppsförståelse. För att stötta elever med andra modersmål än svenska kan undervisningen också fokusera på språkliga strategier som gör att eleverna vågar prata även om de inte känner sig säkra på svenskan.

Ett sätt att få igång muntlig interaktion är att låta elever arbeta med matematikuppgifter i grupp, och låta elever presentera sina lösningar för andra. Arbete med laborativt material eller olika matematikspel stimulerar ofta till samtal mellan elever. De idéer och samband eleverna upptäcker i samtal kan de presentera muntligt och skriftligt. I presentationerna kommer elevernas egna ord, matematiska ord och matematiskt symbolspråk till användning.

Att skriva ger möjlighet att samla tankarna och klä dem i ett lämpligt matematiskt språk med lämplig begreppsanvändning. När eleven formulerar matematiska uttryck med egna ord, eller formulerar matematiska uttryck utifrån läst information kan en förbindelse mellan vardagsförståelsen och ämnesförståelsen uppstå (Barwell, 2009). Att i skrift strukturera vad som är känt och okänt i en problemlösningssituation och reflektera kring möjliga lösningsstrategier är ett annat sätt att använda skrivandet för matematisk förståelse.

3. Att ge språklig stöttning

Att aktivt använda språket stöttar elevernas förståelse. Men, språklig användning, som att delta i en diskussion om olika matematiska lösningar av ett problem eller förstå en textuppgift, kan i sig innebära utmaningar som kräver stöttning. Detta gäller särskilt för elever med andra modersmål än svenska. Även om det oftast är bra att gå från det enkla till det mer komplexa, så bör man som lärare inte väja för språkliga utmaningar. Uppgifter med mer krävande språkanvändning är viktig för alla elever oavsett modersmål. Som lärare bör man alltid ge hög grad av stöttning om uppgiften innebär en hög grad av kognitiv utmaning.

Stöttning kan i praktiken innebära många olika saker och ska anpassas efter elevernas behov. Ett sätt att stötta språkligt kan vara att förse eleverna med uttryck och fraser, som ”Det är korrekt, eftersom...” eller ”Om man avrundar till närmaste hundratal så blir det...”. Ett annat exempel på stöttning kan vara att uppmärksamma elever på signalord i texter, för att de ska kunna inse vikten av att analysera vilken matematisk konsekvens ett signalord kan få i det aktuella sammanhanget.

Ett annat exempel på en klassisk övning för yngre elever är när en lärare ger elever i uppgift att arbeta två och två där den ena eleven ska rita en geometrisk figur, efter anvisningar från kamraten. Eleven som ritat figuren känner inte i förväg till hur figuren ser ut och den elev som ger anvisningar får inte se vad kamraten ritat. Eleven ska i sina anvisningar använda geometriska begrepp, till exempel diagonal, medelpunkt och

vinkel. Den här övningen, och liknande, skulle kunna stötta elever med andra modersmål än svenska i att använda matematikspråket, genom att på sätt och vis tvinga fram användning av matematiska ord och begrepp. Elever med andra modersmål än svenska kan behöva gå via modersmålet. Det är bra om elever tillåts blanda språk och säga ord för begrepp på sitt modersmål när de ännu inte kan de svenska uttrycken.

Eftersom en språkutvecklande matematikundervisning bygger på kommunikation kan hjälp med att föra konstruktiva samtal vara en stöttning. Att respektfullt lyssna på varandra, att ha samtalsregler för ett tillåtande klimat, att visa att man har förstått och kontrollera att man blir förstådd, är exempel på sådant som kan uppmärksammas för att få till stånd en god kommunikation och ett gott klassrumsklimat, och i förlängningen en god matematikförståelse. Stöttning kan även handla om att vid genomgångar förtydliga matematikspråket för eleverna, genom att använda en variation av uttrycksformer: omformuleringar, visualiseringar och kontrasteringar.

Oavsett vilken form stöttningen har är det viktigt att den ger eleverna hållbara strategier för att klara av liknande situationer själva i framtiden. Stöttningen får inte reduceras till att ge eleverna kortsiktiga utantill-strategier som de sedan inte klarar av att anpassa och utveckla i nya situationer. Läraren behöver vara medveten om elevernas kunskapsnivå, både matematiskt och språkligt, för att erbjuda en stöttning som balanserar användandet av vardagsspråk och matematikspråk och som leder till att eleverna utvecklar djupare matematikförståelse.

Språkutveckling och stöttning på rätt nivå

En språk- och kunskapsutvecklande undervisning i matematik förutsätter kännedom om matematikspråkets egenskaper och vad som menas med språkutvecklande. Att förenkla matematikspråket kan vara den bästa lösningen för stunden, men i det långa loppet är det inte språkutvecklande och inte heller kunskapsutvecklande. Alla elever behöver behärska matematikspråket, då det är en del av matematikkunskaper. En medveten planering av aktiviteter där matematikspråk och matematikinnehåll utvecklas parallellt skapar goda förutsättningar för elevernas utveckling i ämnet matematik. Eleverna ska i undervisningen få tillfälle att tala, läsa, skriva och lyssna.

Språket och olika uttrycksformer är viktiga i stöttningen av elevers kunskapsutveckling i matematik. Behovet av stöttning är störst när innehållet är nytt och svårt. Lärare kan ofta förutsäga vad som kommer att vara nytt och svårt inför en lektion. Ibland är elevernas behov av språklig stöttning olika mellan individer. Variationen kan bero på skillnader i elevernas ordförråd och språkbakgrund, skillnader i matematiska förkunskaper, skillnader i tidigare erfarenheter eller på skillnader i hur man lär sig nya saker.

Att kommunicera i matematikklassrummet leder inte automatiskt till att matematikkunskaperna utvecklas. Genom en varierad undervisning och många tillfällen för muntlig och skriftlig kommunikation kan elevernas språk- och kunskapsutveckling synliggöras för både läraren och eleverna själva.

Referenser

Barwell, R. (2009). Mathematical word problems and bilingual learners in England. I R. Barwell, (Red.), *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives* (Vol. 72) (s. 63–77). Multilingual Matters.

Hajer, M., & Meestringa, T. (2014). *Språkinriktad undervisning: En handbok*. Hallgren & Fallgren.

Hattie, J. (2009). *Visible Learning*. Routledge.

Myndigheten för Skolutveckling (2008). *Mer än matematik. Om språkliga dimensioner i matematikuppgifter*.

<https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a656ab1/1553960027615/pdf1891.pdf>