Skolverket

Matematik – Gymnasieskola

Konkreta exempel på språklig stöttning

Lisa Österling och Kicki Skog, Stockholms universitet

Den här texten presenterar tre exempel på stöttning – omformulering, sekvensering, visualisering och kontrastering. Exemplen kan relateras till olika kurser i matematiken. Exempel ett och tre passar för kurs 1, medan exempel två och fyra passar för kurs 4.

Exempel 1: Omformulering, visualisering och sekvensering – Att tillämpa kedjeregeln

Stöttning behöver användas när innehållet är nytt eller svårt. Kedjeregeln upplevs ofta som svår av elever och det är inte säkert att en tillämpad kontext gör det enklare. I det här avsnittet exemplifieras hur en språklig stöttning kan användas i undervisningen om tillämpningar av kedjeregeln.

Figur 1

Uppgiften hämtad från Nationella Provbanken matematik E (Skolverket, 2005)

En liten sten kastas i en damm. Då skapas en våg i form av en cirkel på vattenytan. Enligt en förenklad modell kan man anta att cirkelns radie ökar med den konstanta hastigheten 1,5 m/s.

Med vilken hastighet ändras cirkelytans area 6,0 sekunder efter det att stenen träffat vattenytan?

Här är det viktigt att ge eleverna möjlighet att upptäcka att uppgifter i matematik ofta uttrycks komprimerat. Vad är det som gör att vi känner igen det som en tillämpning av kedjeregeln? Troligen ser vi att det rör sig om två olika hastigheter; hastigheten som arean ändras med och hastigheten som radien ökar med.

Lösningen som föreslås lyder (Skolverket, 2005):

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}r}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\Leftrightarrow\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(\pi r^2)\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=2\pi r\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

Radien efter 6,0 s är $6\cdot 1{,}5\ \mathrm{m}=9{,}0\ \mathrm{m}$.

Vi får då $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=2\pi\cdot 9{,}0\cdot 1{,}5\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}\approx 85\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$

SVAR: 85 m^2/s

Det svåra steget här är antagligen inte att använda kedjeregeln, utan det svåra steget brukar vara att formulera sambandet. Vi kan stötta eleverna i deras tolkning och lösning av uppgiften genom att omformulera texten, genom att visualisera skeendet, eller genom att sekvensera stegen i lösningen. En omformulering kan vara att använda vardagsspråket. Det är vanligt att prata om ringar på vattnet snarare än en våg i form av en cirkel på vattenytan. Ett förslag till sekvensering är att dela upp uppgiften på följande sätt:

- Gör en serie med bilder av händelsen:
  1. när stenen träffar vattenytan
  2. hur ringarna på vattnet ser ut efter 1,5 sekunder och
  3. hur ringarna på vattnet ser ut efter 3 sekunder.
- Vad är känt i uppgiften? Formulera det med matematiska symboler.
- Vad är sambandet mellan radien och arean för en cirkel?
- Kan du hitta tre saker som förändras mellan bilderna? Ange förändringarna med hjälp av matematiska symboler, och ställ upp sambandet mellan förändringarna.
- Hur kan du använda det du funnit för att besvara frågan?

Den här sekvenseringen innehåller en visualisering som ett första steg, som kan stötta tolkningen av uppgiften, och därmed underlätta lösningen. Sekvenseringen medför också att uppgiftens problemlösningskaraktär förändras. Tanken är att stöttningen på lång sikt tränar eleverna att ställa de stöttande frågorna själva.

Exempel 2: Sekvensering – Att tolka statistik

Vid det muntliga delprovet i matematikkurs 1 används frågor som sekvenserar informationen och på så sätt stöttar elevernas tolkning av det matematiska innehållet. Här följer exempel på en uppgift från en frisläppt nationell provuppgift (Skolverket, 2014). Frågorna som ställdes i bedömningsstödet kommer från den muntliga delen av provet.

Figur 2

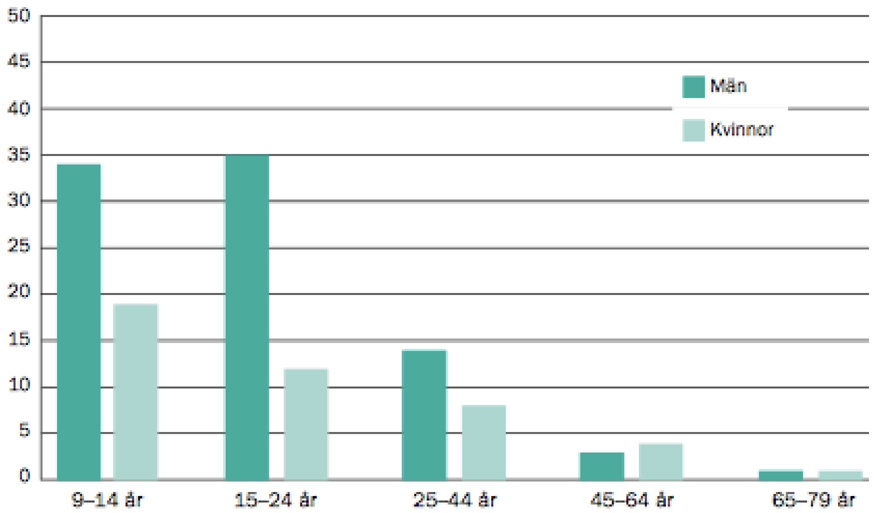
Diagram och tabell som elever ska använda och tolka

Bilaga 1 – Spelande på internet – tabeller

Tabellen visar hur stor andel av befolkningen som spelade spel på internet en genomsnittlig dag under tidsperioden 2004–2010 (%).

		Kön		Ålder				
	Totalt	Män	Kvinnor	9–14	15–24	25–44	45–64	65–79
2004	1	2	0	3	3	1	1	–
2005	3	4	1	9	5	2	1	1
2006	6	10	3	24	15	5	2	1
2007	7	9	4	27	18	4	2	1
2008	6	9	3	26	16	4	2	1
2009	7	10	4	26	19	5	2	1
2010	10	14	7	27	24	11	4	1

Diagrammet visar hur stor andel av befolkningen 9–79 år som spelade spel på internet en genomsnittlig dag år 2010 (%).



Källa: Nordicom-Sverige

Till diagrammet och tabellen finns påståenden och eleverna ska avgöra om påståendena stämmer eller ej och ge en motivering. Frågorna stöttar eleverna genom att de börjar använda och orientera sig i tabell och diagram. De första påståendena, 1 och 3, går snabbt att avläsa, medan de sista, 6 och 7, kräver flera olika avläsningar, kombinerat med beräkningar, tolkningar och resonemang.

Efter påståendena får eleverna diskussionsfrågor:

1. Hur förhåller sig tabell och diagram till varandra?

2. Fanns det inga kvinnor och ingen i åldersgruppen 65-79 år som spelade spel på internet en genomsnittlig dag år 2004?

3. Hur skulle man kunna förändra diagrammet för att förstärka skillnaden mellan andelen män och kvinnor som spelade spel på internet?

4. Hur skulle en speltillverkare kunna använda informationen i tabell och diagram för sin spelutveckling?

För att besvara diskussionsfrågorna krävs att eleverna är väl bekanta med tabell och diagram. Därför fungerar de inledande påståendena som en sekvensering, en möjlighet för eleverna att tolka en del i taget i diagrammet och i tabellen. Det hjälper eleverna att kunna föra matematiska resonemang om de mer omfattande diskussionsfrågorna.

Exempel 3: Kontrastering - Att särskilja yttre och inre funktion.

Kontrasteringar är viktiga när nya och svåra begrepp introduceras. För att känna till vad ett begrepp är behöver man också känna till vad det inte är. Ett begrepp som är svårt i de högre kurserna är att kunna särskilja inre och yttre funktion i sammansatta funktioner. Istället för att utgå från den sammansatta funktionen genereras en sammansatt funktion utifrån två givna funktioner. Övningen kan utvecklas genom att elever får föreslå andra exempel för $f(x)$ och $g(z)$.

Utgå från två funktioner.

$$f(x) = (\sin x) - 2$$

och

$$g(z) = z^2$$

Låt $f(x)$ vara den yttre och $g(z)$ den inre funktionen, och ange den sammansatta funktionen $h(z) = f(g(z))$.

Lösning: $h(z) = \sin(z^2) - 2$

Vi formulerar kontrasteringen, att $f(x)$ är den inre och $g(z)$ den yttre funktionen. Vad blir då den sammansatta funktionen $h(z) = g(f(x))$?

Lösning: $h(x) = ((\sin x) - 2)^2$

Skolverket

Vi ser genom kontrasteringen att $h(x)$ och $h(z)$ är olika, och att det har betydelse vilken funktion som är den inre och den yttre funktionen. Läraren behöver ge elever en språklig stöttning i att tolka och benämna de olika delarna i en symbolisk beteckning som $h(z) = f\big(g(z)\big)$, vilken är en del i det formella matematikspråket. Att förstå skillnaden, kontrasten, mellan begreppen inre och yttre funktion är centralt för att använda kedjeregeln vid derivering. För att kontrasten ska bli tydligare används olika uttrycksformer parallellt: både symboliska beteckningar och språkliga benämningar för begreppen.

Referenser

Hajer, M., & Meestringa, T. (2014). *Språkinriktad undervisning.* Hallgren & Fallgren.

Skolverket (2005). *Nationell provbank i matematik.* Institutionen för utbildningsvetenskapliga mätningar, Umeå universitet.

Skolverket (2014). *Bedömning av muntliga prestationer i gymnasieskolan*. http://www.skolverket.se/bedomning/bedomning/bedomningsstod/matematik/bedomning-av-muntliga-prestationer-i-matematik-1.217047