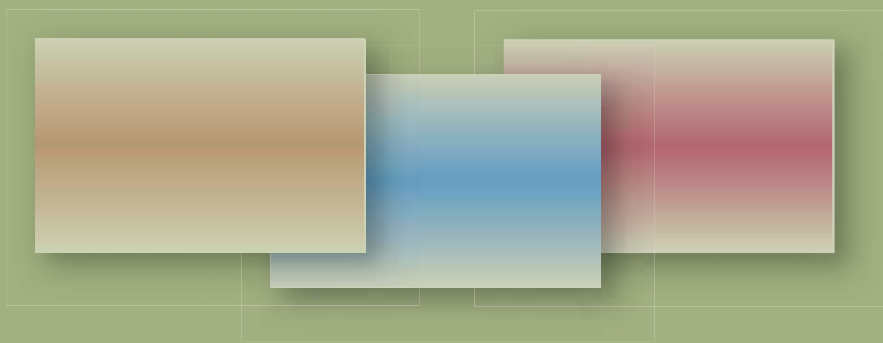


Matematik årskurs 9



Beställningsadress:
Fritzes kundservice
106 47 Stockholm
Telefon: 08-690 95 76
Telefax: 08-690 95 50
E-postadress: skolverket@fritzes.se
www.skolverket.se

Beställningsnummer: 05:892
ISBN: 91-85009-80-6

Tryck: Elanders Gotab
Stockholm 2005
Upplaga: 1 000 ex

PRIM
gruppen



Nationella utvärderingen av grundskolan 2003

Matematik årskurs 9

Katarina Kjellström

I denna ämnesrapport inom ramen för Skolverkets nationella utvärdering av grundskolan 2003 (NU-03), redovisas en fördjupad analys av resultaten i ämnet matematik årskurs 9.

Rapporten är framtagen av Prim-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm som på Skolverkets uppdrag har genomfört utvärderingen av ämnet matematik årskurs 9. De forskare som genomfört studien svarar självständigt för innehållet och de ställningstaganden som redovisas i denna ämnesrapport.

Förord

Nationella utvärderingen av grundskolan 2003 har initierats av Skolverket för att ge en bild av grundskolans utveckling under 1990-talet. Konstruktionen av utvärderingsinstrument, analyser av insamlade data och rapportering från de ämnesstudier som ingått i utvärderingen har lagts ut som särskilda uppdrag på forskargrupper vid universitet och högskolor runt om i landet.

Skolverket har centralt, via en analysgrupp vid utredningsavdelningen, genomfört analyser av gemensamma frågor i de olika ämnesenkäterna till lärare och elever och svarat för slutrapporteringen. I Skolverkets analysgrupp har ingått Oscar Öquist (projektledare), Sten Söderberg (bitr. projektledare), Gunhild Bartholdsson, Daniel Gustavsson, Gunnar Iselau, Caroline Klingenstierna, Christian Lundahl, Gunilla Olsson, AnnSofi Persson-Stenberg (Myndigheten för Skolutveckling), Camilla Thinsz-Fjellström och Aina Tullberg. Skolverket har hittills utgivit en sammanfattning av resultatbilden i rapporten ”Nationella utvärderingen av grundskolan 2003, sammanfattande huvudrapport”. Kopplade till denna rapport finns de olika ämnesstudierna redovisade i tre separata skrifter med den övergripande titeln ”Nationella utvärderingen av grundskolan 2003, huvudrapport”.

Föreliggande rapport utgör den mer fördjupade ämnesrapporteringen från de forskare som svarat för matematik årskurs 9. I Skolverkets analysgrupp har Gunhild Bartholdsson ansvarat för kontakten med forskarna.

Stockholm i januari 2005

Oscar Öquist

Undervisningsråd, projektledare

Innehåll

Bakgrund	10
Syfte	11
Utvärderingsmaterialet i matematik	12
Förändringar av läroplanen och kursplanen i matematik	15
Innehåll	17
Undervisning	18
Bedömning	19
Kunskapsläget och kunskapsutvecklingen	21
Internationella studier	22
Tidigare nationella studier	24
Måluppfyllelse i relation till kursplanens mål att uppnå	25
Måluppfyllelse – ämnesprovet 2003	27
Delprov A – Muntlig kommunikation	28
Del B1 – Kortsvarsdel	29
Del B2 – Problemlösning, en mer omfattande uppgift	30
Delprov C – Problemlösning, flera olika uppgifter	31
Kunskapsutvecklingen 1992 – 2003	32
Kunskapsutveckling – kortsvarsprov	32
Kunskapsutveckling – problemlösningssuppgifter	38
Kunskapsutvecklingen mellan skolår 5 och 9	42
Eleverna	43
Elevers uppfattning om vad de kan i matematik	44
Matematik och andra ämnen	46
Förändringar i attityder till matematik	48
Motivation	49
Elevernas uppfattningar om sina lärare	52
Vad innebär det för en elev att läraren undervisar bra i matematik	52

Lärarna	55
Kompetens och undervisningserfarenhet	56
Fortbildningsbehov	58
Samarbete med ämneskollegor	60
Trivsel	61
Undervisningens utgångspunkter	62
Hur går undervisning och bedömning till	63
Organisation	64
Arbetsformer	66
Grupparbete – Processtudien	70
Möjlighet att påverka	72
Arbetsätt och inflytande hos elever med olika slutbetyg	73
Läxor	74
Bedömning	75
Lärares bedömning	75
Elevens ansvar	76
Gensvar	77
Betyg och självskattning	78
NU-resultaten speglade i ett internationellt perspektiv	79
Referenslista	85
Bilagor	89
Bilaga 1. Kortsvarsprov	90
Bilaga 2. Gruppuppgift – Tältet	93
Bilaga 3. Gruppuppgift – Klassfesten	94

Författarnas förord

Den nationella utvärderingen i matematik har alltsedan starten varit förlagd till PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm.

Arbetet med den nationella utvärderingen under våren 2003 har på PRIM-gruppen genomförts av Gunilla Gustafsson, Ingmar Ingemansson, Katarina Kjellström, Astrid Pettersson och Inger Stenström. Arbetet har i huvudsak inneburit konstruktion och granskning av uppgifter till prov och frågor till enkäter, medverkan i insamling från skolor, databearbetningar, resultat-sammanställningar och underlag till Skolverkets huvudrapporter. Utformningen av matematikdelen i Skolverkets huvudrapport (nr 251) har Gunhild Bartholdsson ansvarat för. Föreliggande ämnesrapport bygger delvis på PRIM-gruppens underlagsrapport och Skolverkets huvudrapport, men tar också upp andra resultat som kommit fram i utvärderingen. Rapporten sätter också in de nationella resultaten i ett internationellt perspektiv.

Rapporten är skriven för i första hand lärare, skolledare och politiker. Rapporten kan med fördel användas i lärarutbildningen och lärarfortbildningen.

Universitetslektor Katarina Kjellström har ansvarat för arbetet med rapporten, sammanställt den och gett den dess slutliga innehåll och utformning.

I rapporten har sekretessbelagda uppgifter från 2003 års nationella ämnesprov i matematik, delprov C, publicerats. Detta har skett efter tillstånd från Skolverket (Beslut 2004-09-07) som också har copyright på uppgifterna.

Stockholm i december 2004

Katarina Kjellström och Astrid Pettersson

Bakgrund

Den första större utvärderingen av svensk grundskola genomfördes av Skolverket 1992. Utvärderingen byggde vidare på den försöksomgång som Skolverket genomförde 1989 i årskurserna 2 och 5. 1992 års utvärdering genomfördes med ambitionerna att ge en samlad bild av resultaten efter nio års skolgång. Undersökningen riktades därför i första hand mot årskurs 9. En mer begränsad insamling gjordes också i årskurserna 2 och 5. En stor mängd data om eleverna, skolorna och lärarna samlades in. Kunskapsbedömning genomfördes i samtliga ämnen i årskurs 9 utom i barnkunskap och tillvalsämnen. Utgångspunkten för utvecklingen av enkäter och prov var den dåvarande läroplanens (Lgr 80) allmänna mål samt de mål och kursplaner som då gällde för de olika ämnena. Uppgifterna granskades också i förhållande till de olika ämnenas ämnesdidaktiska traditioner.

Sedan 1992 har samhället genomgått stora förändringar, vilket påverkat såväl vuxnas som de ungas livsvillkor. Skolan har fått nyformulerade uppdrag och ändrade förutsättningar. Under de senaste tio åren har grundskolan fått en ny läroplan, nya kursplaner, ett nytt betygssystem och en ökad valfrihet för eleverna att välja skola. Dessutom har en ny lärarutbildning införts och skolan har fått kommunen som huvudman.

Mot bakgrund av denna utveckling beslutade Skolverket 2001 att genomföra en ny nationell utvärdering våren 2003 (NU-03). Skälet var att göra en genomlysning av grundskolan och ge en bild av effekterna av de stora förändringarna på skolnivå.

Syfte

Syftet med den nationella utvärderingen 2003 var att skapa en gemensam utgångspunkt för statliga insatser genom att ge ett helhetsperspektiv på grundskolans måluppfyllelse och de faktorer som påverkar denna. Inriktningen var att klargöra om eleverna utvecklar de kvaliteter i sina kunskaper som de statliga styrdokumenterna anger, samt vilka utvecklingsriktningar som, i jämförelse med tidigare utvärderingsresultat, kan urskiljas generellt och i enskilda ämnen. Särskilt viktigt var att få underlag för att klarlägga situationen för de elever som inte når målen. För att få perspektiv på måluppfyllelsen lyfte utvärderingen fram de agerandes, d v s elevens, lärarens, rektors och föräldrarnas bild av verksamheten. Detta gav möjlighet till en bred och ingående belysning av skolans verksamhet och måluppfyllelse.¹

Utvärderingen hade som syfte att, mot bakgrund av 1990-talets intensiva reformperiod, ge en nulägesbild av skolans måluppfyllelse i förhållande till styrdokumentens mål, klargöra förändringar sedan den nationella utvärderingen 1992 samt peka på behov av insatser på olika ansvarsnivåer.

Utvärderingen skulle också ge kunskap om hur skolverksamheten upplevs av elever, lärare och föräldrar.²

De olika rapporter som kommer att ges ut om NU-03 syftar till att ge en bred och ingående bild av måluppfyllelsen i respektive ämne. De kommer också att ge en bild av variationer, samband och möjlig utveckling av grundskolans verksamhet.

Resultaten kommer att rapporteras i olika huvudrapporter och ämnesrapporter.

Ämnesrapporter är fördjupade ämnesdidaktiskt inriktade rapporter som har lärarna som främsta målgrupp. Denna rapport är ämnesrapporten i matematik. Förutom den didaktiska inriktningen som rapporten har innehåller den också delar från huvudrapporten.

Rapporten inleds med en analys av de förändringar som skett av läroplan och kursplan i matematik sedan 1992. Resultatredovisningen omfattar måluppfyllelsen i matematik, elevernas attityder till matematik, elevernas motivation och hur de upplever undervisningen, beskrivningar av lärarnas kompetens och erfarenhet av undervisning, lärarnas arbetssituation och trivsel samt hur undervisningen i matematik bedrivs. De elevcitater som finns inlagda för att belysa innehållet i texterna är tagna från elevenkätens öppna frågor. Där så är möjligt görs genom hela rapporten jämförelser med resultaten från nationella utvärderingen 1992.

¹ Skolverket (2004a).

² Skolverket (2004a).

Utvärderingsmaterialet i matematik

I NU-03 ingick att undersöka måluppfyllelsen i matematik och att klargöra och fördjupa bilden av ämnet i ett nuläges-, uppföljnings-, och utvecklingsperspektiv. Matematikämnet undersöktes både via provuppgifter och genom frågor om ämnet och undervisningen till elever och lärare via enkäter. Ett mindre urval elever gjorde också en processtudie.

Eftersom utvärderingen i matematik bland annat skulle visa på utvecklingen från 1992 undersöktes först hur stora delar av de instrument som användes 1992 som gick att återanvända. 1992 användes lärarenkät, elevenkät, ett utökat standardprov samt gruppuppgifter. Allt kan inte upprepas beroende på förändringar som skett i läroplan och kursplan. Urvalet av prov och enkätfrågor grundar sig på om dessa fortfarande är adekvata, är möjliga att upprepa samt har bedöms som tillförlitliga. Därför utgörs utvärderingen till stora delar av nykonstruerade uppgifter och enkätfrågor, föranledda av förändrad läroplan och kursplan.

2003 användes lärarenkäter, elevenkäter, ämnesprovet i matematik för skolår 9 samt gruppuppgifter och ett kortsvarsprov.

Tabell 1 Instrument och bortfall

Instrument	Respondenter	Bortfall %	Bortfall antal
Elevenkät	6 788	11	718
Lärarenkät	473	13	63
Nationellt ämnesprov 2001, 2002, 2003	Delurval av totala elevpopulationer, ej NU-elever. Antal elever i urvalen är 1 364, 1 284 och 2 474.		
Nationellt ämnesprov 2003	6 788	53	3 593
Processtudie	938	20	189
Kortprovet	938	20	190
Extraprov	6 788	37	2 511

Frågorna i enkäterna från 1992 skulle 2003 samordnas med frågorna i de allmänna enkäterna och övriga ämnesenkäter. Detta innebar att enkätmaterialen inte ser lika ut 2003 som 1992. Många frågor från 1992 är dock med även i 2003 år utvärdering. När det gällde proven var det svårare att upprepa uppgifter. I 1992 år utvärdering användes ett utökat standardprov som hade Sri Lanka som tema. Nya läroplaner, kursplaner och olika världshändelser gjorde att vi

inte kunde använda exakt samma prov. Vid konstruktionen av ämnesprovet 2003 gjorde vi därför en noggrann analys av uppgifterna från 1992 och valde ut 15 uppgifter som inleddes i ämnesprovet.

När det gäller processtudien bedömdes att samma gruppuppgifter kunde användas. Några enkätfrågor till processtudien omformulerades för att göra dem tydligare. I processtudien ingick 2003 också ett prov som var identiskt med ett prov som användes i skolår 5 samma år. Detta prov användes för att jämföra elevresultat i skolår 5 och skolår 9.

Det olyckliga inträffade att delar av ämnesprovet var tillgängligt på Internet före provdatum. Skolorna fick då välja att göra ett gammalt ämnesprov vars resultat inte behövde rapporteras in. Detta gjorde dels att alla lärarna inte kunde rapportera in provresultat från ämnesprovet 2003, dels att de inrapporterade resultaten måste tolkas med viss försiktighet. I maj 2003 skickades en av provdelarna från 1992 (här kallat extrapro) ut och lärarna ombads genomföra detta med eleverna. Eftersom detta gjordes så sent på terminen blev bortfallet även här stort.

Drygt 80 procent av eleverna har gjort antingen extrapro eller något delprov i ämnesprovet. På grund av det stora bortfallet bedömde vi att vi skulle få en bättre bild av måluppfyllelsen om vi också tog hjälp av resultaten på tidigare genomförda ämnesprov.

Måluppfyllelsen bedömdes därför på två olika sätt. Måluppfyllelsen per mål att uppnå har vi bedömt med stöd av resultaten på tre ämnesprov och en mer övergripande måluppfyllelse har vi bedömt med stöd av resultaten på ämnesprovet 2003. Utifrån resultaten på de nationella ämnesproven bedöms mellan 80 och 90 procent av eleverna uppnå måluppfyllelse i matematik.

**Förändringar
av läroplanen
och kursplanen
i matematik**

Den nuvarande läroplanen uttrycker tydligare än förgående statens grundläggande kunskapssyn. ”Kunskap är inget entydigt begrepp. Kunskap kommer till uttryck i olika former – såsom fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet – som förutsätter och samspelar med varandra. Skolans arbete måste inriktas på att ge utrymme för olika kunskapsformer och skapa ett lärande där dessa former balanseras och blir till en helhet.”³

Lpo 94 innebär en ökad betoning på funktionella kunskaper. Läroplan och kursplan är kopplade till varandra och ska läsas tillsammans som en helhet. Både läroplanen och kursplanerna ska ligga till grund för undervisningen.

Hur målen ska nås, d v s val av innehåll och metod, avgörs av läraren. Staten ställer dock genom läroplanen övergripande krav även på den lokala verksamhetens utformning. Planering av undervisning och utvärdering ska ske tillsammans med eleverna och med utgångspunkt i elevernas behov, förutsättningar, erfarenheter och tänkande.

De kursplaner som gäller från år 2000 har i allt högre grad uteslutit konkreta anvisningar om metoder och val av konkret innehåll.

Kursplanernas ”mål att uppnå” blev något av ett signalbegrepp. Särskilt uppmärksammade blev dessa för ämnena engelska, matematik och svenska då betyg i dessa ämnen gav behörighet till gymnasieskolans nationella program.⁴

Matematik som skolämne har fått en vidgad innebörd och delvis ändrad karaktär. Det matematiska tänkandet och förmågan att både skriftligt och muntligt kommunicera matematik fanns redan i Lgr 80 men har kommit att få en allt större betydelse.⁵

I den nuvarande läroplanen, Lpo 94, finns en tydligare betoning på den kunskapande processen. För matematikens del innebär detta bl a en starkare betoning på *hur* eleverna kommer fram till sina lösningar.⁶ Den tidigare läroplanen, Lgr 80, innehöll detaljerade anvisningar både om matematikinnehållet och vad man skulle göra på respektive stadium. Både kursplanen från 1994 och den reviderade kursplanen från 2000 innehåller i stället både övergripande mål att sträva mot och mål att sträva mot som är specifika för olika kunskapsområden i matematik. Till detta kommer mål att uppnå som också är specifika för olika kunskapsområden i matematik. Skrivningarna i kursplanen är inte lika detaljerade som tidigare. Begreppsförståelse och kommunikativa färdigheter betonas mer i Kursplan 2000 medan räknefärdighet inte längre har lika stort utrymme. Ordet räkning nämns oftare i Lgr 80 jämfört med i Kurs-

³ Lpo 94.

⁴ Skolverket (2004a).

⁵ Skolverket (2004e).

⁶ Pettersson, A. (2004).

plan 2000. Den senare kursplanen betonar istället att eleven utvecklar sin förmåga att förstå och använda grundläggande talbegrepp.⁷

Det praktiska vardagliga bruket av matematik lyfts fram tillsammans med en ökad tonvikt på elevens förståelse och förmåga att kommunicera om och med matematik. Ett av målen att uppnå i grundskolan betonar detta: ”Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet”.⁸ Syftet med ämnet i grundskolan är ”att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökade flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället”.⁹

Innehåll

Matematikkursplanen i Lgr 80 var utformad som en *differentierad* kursplan. Den angav vilka moment som var *nödvändiga* för alla elever och vilka som var *önskvärda* för elever som redan behärskade dessa moment. Huvudmomentens stoff fördelades på de tre stadierna. De önskvärda kunskaperna på mellanstadiet var desamma som de nödvändiga kunskaperna på högstadiet. D v s det som var önskvärt på mellanstadiet var *nödvändigt för alla* på högstadiet. Det som var *önskvärt* på högstadiet var nödvändigt för framgångsrika studier på matematikintensiva gymnasielinjer. Arbetet skulle i första hand koncentreras på att alla skulle nå de nödvändiga kunskaperna men därutöver skulle varje enskild elev föras framåt så långt som förutsättningarna räckte.¹⁰ I och med Lgr 80 försvann alternativkurser från kursplanen men fanns kvar i timplanen. Detta fick till följd att tre olika typer av kurser fanns 1992. I årskurs 9 var det då 37 procent av eleverna som gick allmän kurs, 56 procent av eleverna som gick särskild kurs och 7 procent av eleverna som gick icke kursuppdelat.

I Kursplan 2000 i matematik finns 14 mål att sträva mot, varav sju mer övergripande och sju specifika för olika kunskapsområden, samt sex respektive sju mål att uppnå i skolår 5 och 9. I relation till en del andra ämnens kursplaner är mål att uppnå i matematik fortfarande innehållsinriktade med beskrivningar av matematikens olika kunskapsområden.

⁷ Skolverket (2004a).

⁸ Lpo 94.

⁹ Skolverket (2000).

¹⁰ SÖ (1983).

För att illustrera skillnaderna i de båda kursplanerna visas i tabell 2 hur skrivningarna för algebra och funktionslära (mönster och samband) formulerades i Lgr 80 respektive i Kursplan 2000.

Tabell 2 Mönster och samband enligt Lgr 80 och Kursplan 2000

Nödvändiga kunskaper enligt Lgr 80	Mål att uppnå enligt Kursplan 2000
<p>Lösning av enkla ekvationer främst genom att utgå från problem. Funktionsbegreppet introduceras genom praktiska experiment. Tolkning av enkla funktioner, avbildade i första kvadranten av ett koordinatsystem. Beräkning av funktionsvärden genom att sätta in dem i formler, knutna till vardagslivet eller till andra skolämnen.</p>	<p>Eleven skall – kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser.</p>
Önskvärda kunskaper enligt Lgr 80	Mål att sträva mot enligt Kursplan 2000
<p>Tolkning och konstruktioner av grafer i hela koordinatsystemet. Teckning, förenkling och beräkning av uttryck. Parentesuttryck, utbrytning av faktorer samt kvadreringsreglerna och konjugatregeln behandlas, dock med speciellt hänsynstagande till elevernas mognad, intresse och behov. Ekvationer av första graden, även med obekanta i båda led samt med parenteser och bråktalet. Problemlösning med enkla ekvationer. Linjära funktioner, speciellt sådana som anger proportionalitet. Linjära ekvationssystem och enkla andragradsekvationer, främst vid problemlösning och företrädesvis med grafisk lösning.</p>	<p>Eleven utvecklar sin förmåga att förstå och använda</p> <ul style="list-style-type: none"> – grundläggande algebraiska begrepp, uttryck, formler, ekvationer och olikheter – egenskaper hos några olika funktioner och motsvarande grafer.

Av tabellen framgår att formuleringarna i Lgr 80 är mycket mer detaljerade. Dessutom finns i Lgr 80 också beskrivningar av hur undervisningen ska läggas upp. Speciellt stor skillnad är det mellan de detaljerade formuleringarna i Önskvärda kunskaper och de mer övergripande formuleringarna i Mål att sträva mot. Allt som står under önskvärda kunskaper ryms dock inom målen att sträva mot. I några av de andra kunskapsområdena är skillnaderna ännu större.

Undervisning

I Lgr 80 finns beskrivningar om hur undervisningen i matematik ska gå till. ”Undervisningen i matematik ska vara så konkret, att varje elev kan förankra begreppen och förstå användningen i praktiska situationer. Den ska vara tillrättalagd så, att eleverna upptäcker behovet av att kunna använda matematiken

och för tillfredställelsen av att kunna tillämpa inlärd färdigheter. Matematikundervisningen skall ta till vara elevernas nyfikenhet och fantasi samt utveckla deras logiska tänkande. Matematiken blir då ett verktyg för att förstå verkligheten och en källa till nytta och glädje”.¹¹

Även i målbeskrivningarna i Lgr 80 ges konkreta direktiv om undervisningen i speciella kunskapsområden. ”Begreppet area tas upp i laborativa situationer och med utgångspunkt i exempel från närmiljön, såsom golv, mattor, väggar, gräsmattor, fotbollsplaner och dylikt”.¹² I det kommentarmaterial till Lgr 80 som Skolöverstyrelsen gav ut fanns ytterligare beskrivningar av hur undervisningen kunde läggas upp.

I Kursplan 2000 står att ”Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem”.¹³ Detta beskriver ämnets syfte och roll i utbildningen men ger också en liten indikation om hur undervisningen kan gå till.

I kommentarmaterialet Grundskola för bildning står i kapitlet Skolarbetes innehåll och organisation: ”Skolarbetets konkreta innehåll och organisering regleras inte på nationell nivå utan lämnas till den lokala nivån och de professionella att besluta om”.¹⁴ Detta gäller för alla ämnen.

Liksom för övriga ämnen har preciseringar av undervisningens innehåll tonats ned och kursplanen säger ingenting om hur man ska arbeta för att nå de uppställda målen.

Bedömning

Kanske är det med förändringarna i bedömningsanvisningar, och särskilt med ett nytt betygssystem, som skolan upplevde den största markeringen av övergången från en regelstyrd till en mål- och resultatorienterad verksamhet. Förr signalerade betygen kunskapsläget i relation till andra elever, nu visar det på varje elevs kunnande i förhållande till uppställda mål. Det relativa betygssystemet, graderat i betygsteg 1–5, hade sedan 1963 präglat skolan verksamhet. 1995/96 infördes ett mål- och kunskapsrelaterat betygssystem med betygstegen Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd. Det mest utmärkande är dock att elever även kan bli utan betyg, vilket markerar att de ännu inte nått målen att uppnå i ämnet.¹⁵

¹¹ Lgr 80.

¹² Lgr 80.

¹³ Skolverket (2000).

¹⁴ Skolverket (1996).

¹⁵ Skolverket (2004a).

I bedömningens inriktning formuleras vad som ska fokuseras i bedömningen av elevernas kunskaper och vilka kvaliteter i elevernas kunskaper som ska ligga till grund för betygssättningen. Betygen har, på ett helt annat sätt än tidigare, fått ett kunskapsinnehåll och kan därför bli underlag för samtal om bedömning både mellan lärare och med elever och deras föräldrar. På så sätt har det förändrade betygssystemet bidragit till att ge en tydligare bild än tidigare av de kunskaper som ska uppnås och utvecklas.¹⁶

¹⁶ Skolverket (2004a).

**Kunskapsläget
och kunskaps-
utvecklingen**

Matematik är tillsammans med naturvetenskap, engelska och svenska prioriterade ämnen när det gäller kunskapsundersökningar på både nationell och internationell nivå.

Internationella studier

I de internationella IEA-undersökningarna om elevers matematiska kompetens låg svenska 13-åringars resultat mycket långt ner både 1964 och 1980.¹⁷ Ett 40-tal uppgifter var desamma vid båda mätillfällena och visade en oförändrad genomsnittlig lösningsfrekvens. De svaga resultaten ledde till ett flertal politiska åtgärder på nationell nivå, bland annat för att höja lärarkompetensen via studiedagar och fortbildning. Matematikproblemet togs även upp i budgetpropositionen i januari 1986 och en rad åtgärder föreslogs. ”Matematikkrisen”, som den kom att benämnas, resulterade i ett intensivt och omfattande arbete med utveckling av fortbildningslitteratur och aktiviteter i flera steg.¹⁸

Vid den tredje IEA-undersökningen (TIMSS) 1995 hade det skett en klar resultatförbättring.¹⁹ Sverige var då ett genomsnittsland och de svenska 13-åringarna låg över det internationella genomsnittet i kunskapsområdena beskrivande statistik och sannolikhetslära, mätningar, bråk och taluppfattning. Däremot presterade de under genomsnittet inom områdena algebra, ekvationer och geometri. De svenska elevernas resultat hade även förbättrats i absolut mening då man kunde jämföra med identiska ankaruppgifter från 1980. Ett annat resultat från denna studie är att de svenska elevernas prestationer var mer homogena än i andra länder och att skillnaderna i prestationer mellan flickor och pojkar i matematik var ganska små.²⁰

2003 genomfördes ytterligare en IEA-undersökning. Resultaten för eleverna i skolår 8 i TIMSS 2003²¹ är signifikant sämre än de som uppnåddes av eleverna i skolår 7 i TIMSS 1995. Eleverna var bättre i statistik jämfört med många andra länder även 2003 men sämre i algebra, geometri, aritmetik och mätningar. Liksom 1995 fanns det inga könsskillnader när det gäller genomsnittsprestationerna i matematik.

¹⁷ IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement); FIMS 1964, SIMS 1980. Resultaten finns beskrivna i bl a Husén, T. (1967), Murray, Å. & Liljefors, R. (1983) samt Robitaille, D. & Garden, R. A. (1989).

¹⁸ Emanuelsson, G. (2001).

¹⁹ Skolverket (1996b), TIMSS.

²⁰ Skolverket (2004e).

²¹ Skolverket (2004d), TIMSS 2003.

I PISA-studien 2000 låg de svenska 15-åringarna strax, men signifikant, över OECD-genomsnittet.²² Samtidigt var både deras intresse för matematik och självuppfattning i ämnet lägre än OECD-genomsnittet. I PISA-studien 2003²³ låg Sverige fortfarande något, men signifikant, över OECD-genomsnittet, men Sveriges relativa position hade försämrats något. Svenska elevers självuppfattning i matematik låg till skillnad från 2000 signifikant över OECD-genomsnittet.

²² Skolverket (2001), PISA (Programme for International Student Assessment).

²³ Skolverket (2004c), PISA 2003.

Tidigare nationella studier

De små könsskillnaderna från IEA och PISA har bekräftats i nationella mätningar samt på standard- och ämnesprov. Svenska 15-åringars kunskaper mätt med hjälp av standardproven i matematik visar en positiv utveckling mellan 1970-talet och mitten på 1990-talet.²⁴ Under den senare perioden, mellan 1987–97, var det främst flickornas prestationer som förbättrades.

Om trenden hos svenska elevers kunskapsutveckling i matematik i huvudsak var positiv från 1970-talet och framåt mörknar bilden under 1990-talet. Hos 11-åringarna fanns en tydlig försämring mellan de nationella utvärderingarna 1989 och 1992. 15-åringarna deltog inte i utvärderingen 1989 utan fanns representerade först i den nationella utvärderingen 1992 (NU92) och senare i undersökningen av grundskolan (UG95). I UG95 visade 15-åringarnas kunskapsutveckling en nedåtgående trend då en större andel elever 1995 inte nådde en lägsta acceptabel nivå jämfört med motsvarande andel 1992.²⁵ Sammanfattningsvis har olika undersökningar på nationell nivå (utvärderingar samt resultat på standard- och ämnesprov) visat tendens till förbättring för svenska 15-åringar mellan 1970-talet och början av 1990-talet, medan tendensen från början av 1990-talet är nedåtgående.²⁶

²⁴ Westin, H. (1999).

²⁵ Eleverna besvarade olika prov 1992 och 1995. Den konstaterade försämringen baseras bl a på att en lärargrupp utifrån kursplanerna satte lägstanivåer på proven för vad eleverna skulle klara av för att kunna anses ha tillgodgjort sig nödvändiga kunskaper. Andelen elever som inte ansågs nå lägstanivån bedömdes större 1995 än 1992.

²⁶ Skolverket (2004e).

Måluppfyllelse i relation till kursplanens mål att uppnå

Uppgifter från de nationella ämnesproven 2001, 2002 och 2003 har använts för skattning av måluppfyllelsen utifrån kursplanens mål att uppnå i matematik.²⁷ Ett enskilda ämnesprov prövar inte alla mål att uppnå men genom analys av de tre senaste nationella ämnesproven bedömdes nästan alla mål som prövade.

Skillnaderna mellan elevgrupperna 2001, 2002 och 2003 är relativt små gällande såväl prestationerna på det nationella ämnesprovet som slutbetygen i matematik. Hos dessa tre elevgrupper nådde mellan 10 och 15 procent ej upp till Godkänd på ämnesprovet. En mindre andel, mellan 6,3 och 6,8 procent gick ut grundskolan utan slutbetyg i matematik.²⁸

Kursplanens mål att uppnå anger den miniminivå av kunskaper som alla elever skall ha uppnått i slutet av det nionde skolåret.²⁹ De är även ett stöd för lärarens bedömning om en elev skall få betyget Godkänd. Kursplanens mål att uppnå kan sammanfattas till sex mer övergripande målområden:

Taluppfattningsmålet, att utveckla sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform.

Algebramålet, att kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser.

Beräkningsmålet avser goda färdigheter i och att kunna använda överslagsräkning, räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel.

Geometrimålet, att kunna använda metoder, måttssystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma längder, areor, volymer, vinklar, massor, tidpunkter och tidsskillnader. Eleven ska också kunna avbilda och beskriva viktiga egenskaper hos vanliga geometriska objekt samt kunna tolka och använda ritningar och kartor.

²⁷ Urvalet från 2001 och 2002 grundar sig på ett delurval från Skkolverkets urval. Urvalet från 2003 är grundat på ett datumurval av hela populationen i skolår 9. Uppnåendemålen analyseras följaktligen inte utifrån NU-03-elever utan från delurval av hela elevpopulationen.

²⁸ Skolverket (2004e).

²⁹ Skolverket (2000).

Statistikmålet, att kunna tolka, sammanställa, analysera och värdera data i tabeller och diagram.

Sannolikhetsläramålet, att kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slump-situationer.

Uppgifterna från de nationella ämnesproven 2001, 2002 och 2003 kategoriserades noggrant efter vilka av dessa mål de avsågs pröva. En grupp yrkesverk-samma matematiklärare avgjorde, med stöd av gällande styrdokument, vad som bör krävas för att respektive mål skulle anses vara uppnått på de nationella proven. Med detta underlag konstateras att måluppfyllelsen när det gäller ele-vernans prestationer på proven är mellan 80 och 90 procent. Cirka 90 procent av eleverna bedömdes klara målen i taluppfattning och algebra och cirka 80 procent bedömdes klara målen i beräkning, geometri och statistik. Målet för sannolikhetslära har inte prövats i tillräckligt stor utsträckning under dessa tre år för att en bedömning ska vara möjlig.³⁰

Vi har tillsammans med en grupp lärare analyserat målskrivningarna i matematikens kursplan. Mål att uppnå i geometri och statistik har ett något svårare innehåll jämfört med motsvarande mål för algebra. I målskrivningarna för algebra står t ex ”kunna *tolka och använda* enkla formler, lösa enkla ekva-tioner...” till skillnad från målet i statistik där eleven utöver att ”kunna tolka och sammanställa data” ska kunna ”*analysera och värdera*”. Detta kan vara en förklaring till att måluppfyllelsen på de nationella proven är större i algebra än i statistik. I internationella mätningar presterar svenska elever över genomsnit-tet i statistik medan motsatsen gäller för algebra. Algebrauppgifterna i interna-tionella undersökningar prövar i högre utsträckning mål att sträva mot och ryms sällan inom mål att uppnå. Däremot ryms statistikuppgifterna i interna-tionella undersökningar oftast inom mål att uppnå.

³⁰ Skolverket (2004e).

Måluppfyllelse – ämnesprovet 2003

Det tidigare betygssystemets funktion var att rangordna elever utan närmare koppling till vad eleverna faktiskt kunde. Med dagens betygssystem ska lärarna jämföra elevens kunskaper i förhållande till mål att uppnå och till betygskriterierna.

Ett grundläggande syfte med de nationella proven är att ge lärarna stöd för bedömning av den enskilda elevens kunnande. När provet konstruerades gjordes bedömningar av uppgifternas innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna kategoriserades och elevlösningar från utprövningen analyserades och bedömdes. För att tydliggöra de kvalitativa nivåerna som finns i mål att uppnå och i betygskriterierna gavs vid bedömningen g-poäng och vg-poäng. Några uppgifter på provet var markerade med en \propto . Detta innebar att eleverna kunde visa MVG-kvaliteter enligt betygskriterierna i lösningen av dessa uppgifter.

Ämnesprovet i matematik 2003 för skolår 9 bestod av tre delprov. Det muntliga delprovet, Delprov A, kunde skolorna genomföra när som helst under vårterminen, medan de övriga delproven skulle göras på de båda fastställda provdagarna.

I avsnittet om måluppfyllelse har vi med hjälp av ämnesproven 2001, 2002 och 2003 skattat måluppfyllelsen per delmål i mål att uppnå. Mål att uppnå i matematik är specifika för olika kunskapsområden i matematik. Mot målen att uppnå svarar mål att sträva mot som också är specifika mot olika kunskapsområden. I matematik finns också en annan typ av mål att sträva mot som beskriver mer övergripande kompetenser som kommunikation och problemlösning. Formuleringarna i dessa mål liknar formuleringarna i betygskriterierna.

Mål att sträva mot enligt Kursplan 2000.

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven

- utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,
- inser värdet av och använder matematikens uttrycksformer,
- utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,
- utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,
- utvecklar sin förmåga att använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning.

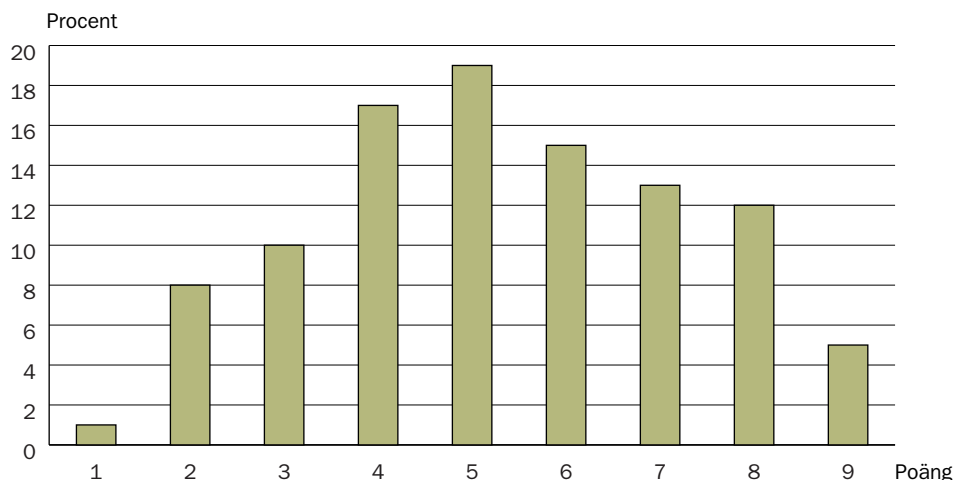
För att mäta måluppfyllelsen för dessa mer övergripande kompetenser har vi använt resultaten på ämnesprovet 2003. Som ett mått på måluppfyllelse har vi valt att använda de kravgränser som sätts innan provet skickas ut till skolorna. Vid kravgränsmötet deltar ett tiotal yrkesverksamma matematiklärare. Med utgångspunkt i kursplanen och betygskriterierna får lärarna föreslå lägsta antal poäng för provbetyget Godkänd. De får också skatta lösningsproportion per uppgift för en elev som precis når målen att uppnå, d v s får betyget Godkänd. Efter noggrann genomgång av de olika provdelarna, då också kravgränser per delprov diskuteras, enas gruppen om en kravgräns för provet som helhet.

Som vi beskrivit tidigare är bortfallet i NU-urvalet mycket stort på ämnesprovet. Ingenting talar dock för att resultaten på ämnesprovet hade varit bättre med ett lägre bortfall. En jämförelse av slutbetyget i matematik visar att den grupp som genomfört det nationella provet har ett högre genomsnittligt slutbetyg än bortfallsgruppen. Den största skillnaden är att den andel som ej fått betyg i bortfallsgruppen är 9 procent att jämföras med 2 procent för den grupp som rapporterade in ämnesprovsresultat.

Delprov A – Muntlig kommunikation

Detta delprov prövar elevens förmåga att ta del av och använda information samt förmågan att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument. Det prövar också elevens förmåga att uttrycka sina tankar muntligt samt reflektera över och tolka resultat. Det muntliga delprovet våren 2003 prövade elevernas kunskaper om funktioner och grafer. Delprovet kunde maximalt ge 9 poäng varav 4 vg-poäng.

Diagram 1 Procentuell andel elevresultat på Delprov A uppdelat på poäng

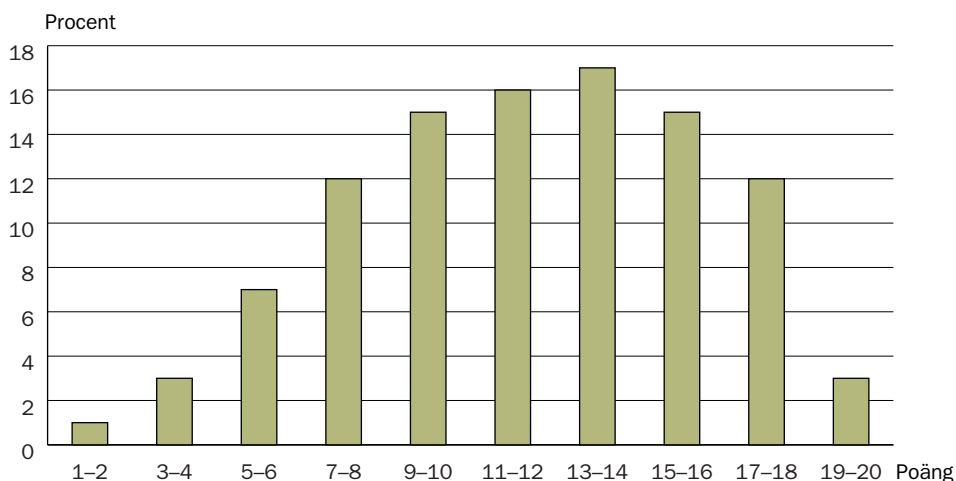


Kravgränsen på detta delprov för provbetyget Godkänd, d v s måluppfyllelse, bedömdes vara minst 3 poäng. 92 procent klarade denna gräns. För elever som ej fick slutbetyg i matematik var det bara 47 procent som klarade gränsen och för elever med slutbetyget Godkänd var det 91 procent. Nästan alla elever med högre slutbetyg klarade kravgränsen för Godkänd.

Del B1 – Kortvarsdel

På detta delprov skulle eleverna bara lämna svar och miniräknare var ej tillåten. Denna del prövade elevens taluppfattning och grundläggande färdigheter i räkning med naturliga tal, tal i bråk- och decimalform och procent. Några uppgifter prövade elevens kunskaper i grundläggande algebra, geometri och statistik. Detta delprov kunde ge maximalt 20 poäng varav 8 vg-poäng.

Diagram 2 Procentuell andel elevresultat på Del B1 uppdelat på poäng

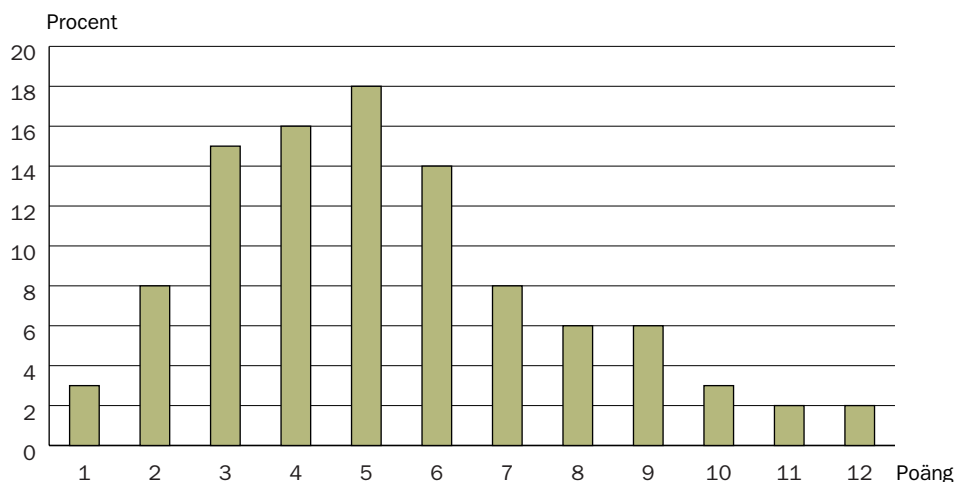


Kravgränsen på detta delprov för provbetyget Godkänd, d v s måluppfyllelse, bedömdes vara minst 7 poäng. 88 procent klarade denna gräns. För elever som ej fick slutbetyg i matematik var det bara 29 procent som klarade gränsen och för elever med slutbetyget Godkänd var det 84 procent. Nästan alla elever med högre slutbetyg klarade kravgränsen för Godkänd.

Del B2 – Problemlösning, en mer omfattande uppgift

Denna del prövar elevens förmåga att ställa upp och lösa problem, reflektera över och tolka resultat samt bedöma deras rimlighet. Den prövar också eleven förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt, dra slutsatser och generalisera. Del B2 våren 2003 prövade elevens kunskaper om geometriska samband. Detta delprov kunde ge maximalt 12 poäng varav 7 vg-poäng.

Diagram 3 Procentuell andel elevresultat på Del B2 uppdelat på poäng

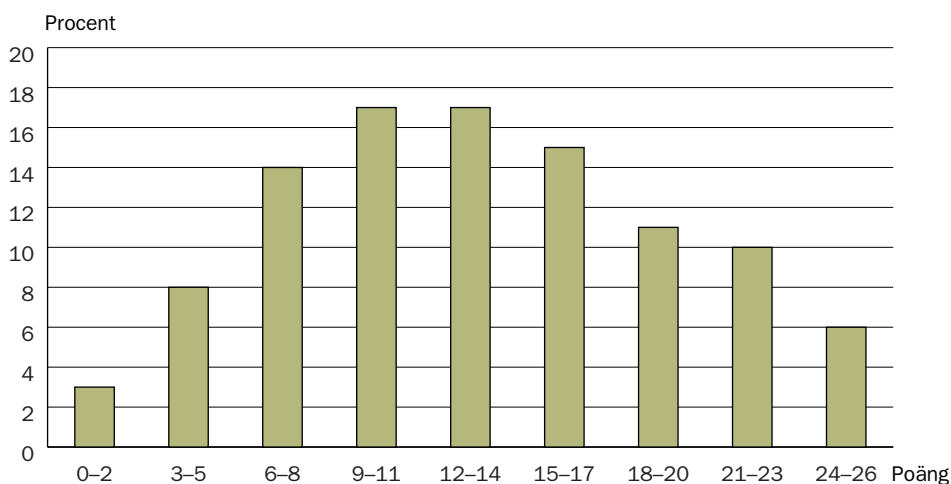


Kravgränsen på detta delprov för provbetyget Godkänd, d v s måluppfyllelse, bedömdes vara minst 3 poäng. 87 procent klarade denna gräns. För elever som ej fick slutbetyg i matematik var det bara 32 procent som klarade gränsen och för elever med slutbetyget Godkänd var det 82 procent. Nästan alla elever med högre slutbetyg klarade kravgränsen för Godkänd.

Delprov C – Problemlösning, flera olika uppgifter

Denna del prövar elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Den prövar också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt. Delprov C bestod våren 2003 av 10 uppgifter varav några med deluppgifter. Detta delprov kunde ge maximalt 26 poäng varav 10 vg-poäng.

Diagram 4 Procentuell andel elevresultat på Delprov C uppdelat på poäng



Kravgränsen på detta delprov för provbetyget Godkänd, d v s måluppfyllelse, bedömdes vara minst 8 poäng. 78 procent klarade denna gräns. För elever som ej fick slutbetyg i matematik var det bara 10 procent som klarade gränsen och för elever med slutbetyget Godkänd var det 68 procent. Nästan alla elever med högre slutbetyg klarade kravgränsen för Godkänd.

Sammanfattningsvis var måluppfyllelsen också här mellan cirka 80 och 90 procent. Det delprov som hade lägst måluppfyllelse var delprov C. Detta delprov innehöll mest text och NU-resultaten i svenska visar att elevernas läsförmåga blivit sämre. Detta delprov var också det delprov där det var störst skillnad i resultaten mellan elever med olika etnisk bakgrund.

Kunskapsutvecklingen 1992 – 2003

För att bedöma elevernas kunskapsutveckling sedan 1992 var avsikten att använda uppgifter från det nationella ämnesprovet 2003, vilket bitvis var jämförbart med det prov som användes 1992. Tyvärr kom det nationella ämnesprovet, som gick i mars 2003, att spridas och fanns tillgängligt på Internet någon dag före provtillfället. Som en följd av detta rapporterades bara drygt hälften av provresultaten in (en del skolor bytte ut provet) och därför måste resultaten tolkas med försiktighet. För att kunna göra en säkrare jämförelse med 1992 ombads NU-03-eleverna göra ett extraprov.

Kunskapsutveckling – kortsvarsprov

Extraprovet bestod av 21 kortsvarsuppgifter som skulle lösas utan stöd av miniräknare. Eleverna kunde få högst en poäng per uppgift. 1992 bestämde en grupp yrkesverksamma matematiklärare en gräns på minst 8 poäng för att eleverna skulle anses ha klarat av de nödvändiga kunskaperna enligt den dåvarande läroplanen Lgr 80. När provet åter analyserades 2003 ansåg en annan lärargrupp att ovanstående gräns även kan antas gälla enligt den nuvarande kursplanen.³¹

Tabell 3 Elevresultat 1992 och 2003 på samma prov. Procentuell fördelning.

Poäng	1992	2003
0–7	13,2	16,7
8–14	38,2	47,2
15–21	48,7	35,7
Totalt*	9 873	4 420
Medel	13,6	12,4

Bortfallet var 5 % 1992 och 37 % 2003.

* Antal respondenter efter bortfallet

Resultaten från extraprovet visar att eleverna 2003 har ett sämre resultat jämfört med 1992.³² Medelvärde har sjunkit med drygt en poäng. Resultatförsämringen märks både i att den svagpresterande gruppen har ökat, och i att den högpresterande har minskat. Skillnaden mellan pojkar och flickor var mycket liten vid båda mättillfällena vilket gör matematik till ett av de få ämnen där könen presterar lika. Det bör påpekas att provet är utarbetat för Lgr 80 och enbart prövar en begränsad del av den nuvarande kursplanen.

³¹ Skolverket (2004e).

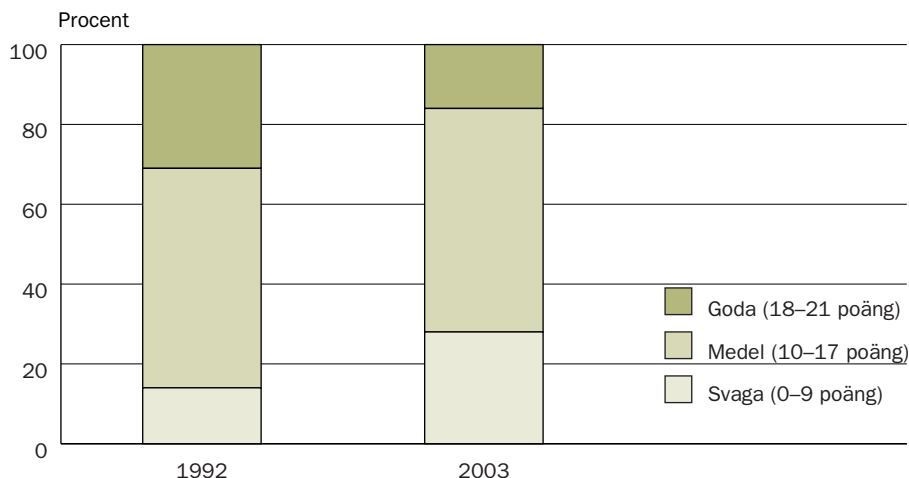
³² Skolverket (1993).

Det höga bortfallet på 37 procent 2003 omöjliggör alltför säkra slutsatser om kunskapsutvecklingen. Ingenting talar dock för att resultatet skulle ha varit bättre vid ett lägre bortfall. En jämförelse av slutbetyg i matematik visar att den grupp som gjort provet har ett högre genomsnittligt slutbetyg än bortfallsgruppen. En kontroll av de elever som gjort extraprovet visar en överensstämmelse mellan provresultat och slutbetyg i matematik. Av de elever som presterade i intervallet 0–7 poäng hade 79 procent ej uppnått målen för Godkänd i matematik. En fjärdedel av eleverna med slutbetyget Godkänd presterade i intervallet 0–7.³³

Efter nationella utvärderingen 1992 gjordes analyser av elevernas lösningar och svar på alla uppgifter som ingick i standardprovet. Vid denna analys delades elevresultaten upp i tre grupper vad gäller extraprovet.

I huvudrapporten (Pettersson, 1993) framgår att ett tiotal uppgifter i extraprovet bedömdes mäta nödvändiga kunskaper och färdigheter i matematik enligt Lgr 80. En motsvarande analys av uppgifterna mot Kursplan 2000 visar att mer än 10 uppgifter prövar målen att uppnå. Elever som presterar ett resultat som är lägre än 10 poäng betraktas därför som elever med svaga resultat. Elever som har mer än 17 poäng har bedömts som en grupp med goda resultat.

Diagram 5 Elevresultat 1992 och 2003 på samma prov. Procentuell fördelning.



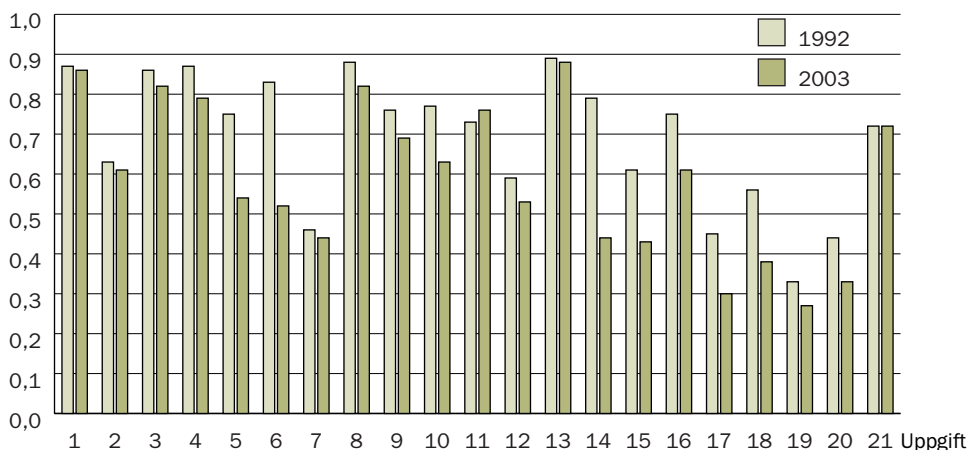
Av digrammet framgår klart att andelen elever med svaga resultat ökat samtidigt som andelen elever med goda resultat minskat.

³³ Skolverket (2004e).

Detta prov prövar bara begränsade delar av målen i kursplanen. Det genomfördes mycket sent på terminen då elevernas entusiasm inför detta inte kan ha varit så stor. De hade tidigare både haft ämnesprov i matematik och besvarat frågor i tre olika enkäter. Man bör se resultaten i ljuset av dessa förutsättningar. Trots detta bör vi reflektera över de uppgifter där elevernas resultat 2003 är mycket sämre än resultaten 1992.

Uppgifternas lösningsproportioner 1992 respektive 2003 syns i nedanstående diagram. Tio av uppgifterna var också med i den miniräknarfria delen i ämnesprovet 2003. Lösningsproportionerna för dessa avvek endast marginellt från resultaten på extraprovet 2003.

Diagram 6 Lösningsproportion per uppgift på samma prov 1992 och 2003



Det var tre uppgifter (5, 6 och 14) vars lösningsproportion var över 20 procentenheter sämre 2003 än 1992. Alla dessa uppgifter prövar det vi i rapporten kallar taluppfattningsmålet men också delar av beräkningsmålet.

Taluppfattningsmålet, att utveckla sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform.

Beräkningsmålet avser goda färdigheter i och att kunna använda överslagsräkning, räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel.

$$5. \quad \frac{8}{0,4}$$

$$6. \quad 0,02 \cdot 8\,200$$

14. Pelle hade 48 kr i timlön. Han fick sin lön höjd med 5 %.
Vilken är hans nya timlön?

Nedanstående tabell visar lösningsproportionerna för olika grupper på dessa uppgifter 1992 och 2003.

Tabell 4 Lösningsproportion per uppgift uppdelat på olika grupper

År	Resultat på extraprovet	Uppgift 5	Uppgift 6	Uppgift 14
1992	Goda (18-21 poäng)	97	99	99
	Mellan (10-17 poäng)	76	84	80
	Svaga (0-9 poäng)	24	47	32
	Totalt	75	83	79
2003	Goda (18-21 poäng)	90	91	92
	Mellan (10-17 poäng)	59	56	49
	Svaga (0-9 poäng)	24	22	9
	Totalt	54	52	44
Slutbetyg 2003				
2003	Ej uppnått målen	17	17	5
	Godkänd	43	42	29
	Väl godkänd	66	65	63
	Mycket väl godkänd	85	84	92

Av tabellen framgår att endast elever med slutbetyget Mycket väl godkänd har en högre lösningsproportion på dessa tre uppgifter än genomsnittseleven hade 1992. Det är framför allt för "mellangruppen" och för den "svaga" gruppen som lösningsproportion har försämrats. En annan stor skillnad mellan eleverna 1992 och 2003 är att en större andel lämnat många uppgifter obesvarade. Det var t ex 17 procent 2003 som hoppade över uppgift 6 mot bara 3 procent 1992.

Hur kommer det sig då att eleverna i dag är så mycket sämre på att lösa dessa uppgifter? En förklaring kan vara att eleverna numera brukar använda

miniräknare då de gör beräkningar av dessa typer och därför inte klarar av att lösa dem med huvudräkning. En annan förklaring kan vara det ”tysta” klassrummet. Om man inte diskuterar hur man kan tänka då man löser uppgifter av denna typ så är det inte så konstigt att eleverna blir miniräknarberoende. För att råda bot på detta beroende bör man naturligtvis lösa uppgifter utan räknare ibland och diskutera huvudräkningsstrategier.

Vid de analyser som gjordes efter provet 1992 framkom vilka vanliga felsvar eleverna gav då.³⁴ 1992 gjordes en analys av drygt 900 elevlösningar och felsvaren kopplades till prestationsnivån på provet. 2003 gjordes en analys på cirka 200 slumpvis valda elevlösningar med felsvar och ingen hänsyn togs till prestationsnivån på provet. Vi fann ganska stora skillnader mot 1992.

$$5. \quad \frac{8}{0,4} =$$

Analys 1992:

Feltypsmönstren var i stort sett desamma oavsett prestationsnivå. Ett vanligt felsvar var 2,0 eller 0,2. Mer än hälften av de felsvarande eleverna gav något av dessa svar. En elev av fem av de felsvarande eleverna har gett svaret 0,05 eller 5, d v s utfört divisionen $0,4/8$ i stället för $8/0,4$. Bakom de flesta elevers felaktiga svar ligger antagligen den felaktiga föreställningen att vid division ska resultatet alltid bli mindre.

Analys 2003:

Nästan hälften av felsvaren innehöll en tvåa men storleksordningen var fel. Drygt 25 procent svarade 0,2. Nästan 20 procent använde multiplikation i stället för division och fick svar som 32 eller 3,2. En mindre andel hade även 2003 beräknat $0,4/8$ och fått svar som 0,05. Den stora skillnaden om man jämför med 1992 var att nästan 20 procent gett ett svar där missuppfattningen är svår att genomskåda t ex 3, 10, 17 eller 18.

$$6. \quad 0,02 \cdot 8 \cdot 200$$

³⁴ Pettersson (1994).

Analys 1992:

Det vanligaste felet på multiplikationsuppgiften är att eleverna oavsett prestationsnivå inte har satt ut decimaltecknet rätt. Detta gäller för över hälften av de felsvarande eleverna. Föreställningen att vid multiplikation ska resultatet alltid bli större kan vara orsak till elevernas felaktiga svar. Ett annat fel orsakas av att 0,02 tolkas som 0,005.

Analys 2003:

Två typer av felsvar var lika vanliga. Rätt siffror men fel storlek (t ex 1640) eller att eleven använt någon av faktorerna och bara flyttat decimalkommat (t ex 82). Andra vanliga felsvar innehöll siffersekvensen 41. Troligtvis blandar eleven ihop 0,02 med hälften. Några elever försöker sig också på addition med mer eller mindre lyckat resultat. Även på denna uppgift finns en stor andel felsvar (över 30 %) där missuppfattningarna inte går att genomskåda.

14. Pelle hade 48 kr i timlön. Han fick sin lön höjd med 5 %.
Vilken är hans nya timlön?

Analys 1992:

Det vanligaste felaktiga svaret är 72 kr, som ungefär var fjärde felsvarande elev gett. De har fått 5 % av 48 kr till 24 kr (i stället för 2,4 kr) och sedan adderat 48 kr. Eleverna har troligtvis inte gjort ett överslag på hur mycket resultatet ungefär bör vara. Ett annat felsvar som förekommer tyder på att eleverna adderat 5 (%) till 48 (kr) och fått resultatet 53 kr. Det är ingen större skillnad i feltypsmönster mellan elever på olika prestationsnivåer.

Analys 2003:

Den stora skillnaden i lösningsproportion mellan 1992 och 2003 beror på att tioöringarna försvann i december 1992. För elever som aldrig räknat med tioöringar är det korrekta svaret på denna uppgift 50,40 kr svår att förstå. Drygt 30 procent av felsvaren 2003 är 50,5 kr, 50 kr eller cirka 50 kr. Dessa svar kan anses var godtagbara eftersom 50,4 avrundas till 50 eller avrundas uppåt till 50,50 då man betalar i en affär. Om man godtar dessa svar ökar lösningsproportionen från 44 till 58 procent. Även 2003 gav mer än 10 procent felsvaret 72. En mycket liten andel (2 %) svarar 2,4 dvs räknar bara ut den procentuella ökningen.

Sammanfattningsvis har felsvarsanalysen visat att eleverna år 2003 i större utsträckning hoppar över uppgifter eller helt enkelt bara gissar.

Det var sex uppgifter vars lösningsproportion var 10–20 procentenheter sämre 2003 än 1992. Det var uppgift 10, 15, 16, 17, 18 och 20 (bilaga 1). Alla dessa uppgifter prövar kunskaper utöver mål att uppnå och skulle i dagens provsystem ge vg-poäng.

Kunskapsutveckling – problemlösningsuppgifter

För att kunna studera kunskapsutvecklingen över tid på uppgiftsnivå har vi använt oss av resultaten på ämnesprovet 2003. Dessa resultat grundar sig på ett slumpmässigt urval elevarbeten, men urvalet är inte detsamma som NU-urvalet. En jämförelse mellan de båda urvalsgruppernas ämnesprovsresultat visade att medelvärde och standardavvikelse var desamma både per delprov och på provet som helhet.

För att kunna använda nationella provet 2003 som en del i NU-03 togs standardprovet 1992 som utgångspunkt vid konstruktionen. Det prov som användes 1992 hade Lgr 80 som utgångspunkt. Därför var inte alla delar och deluppgifter lämpliga enligt nu gällande läroplan och kursplan. 15 uppgifter varav 10 kortsvar inleddes i ämnesprovet.

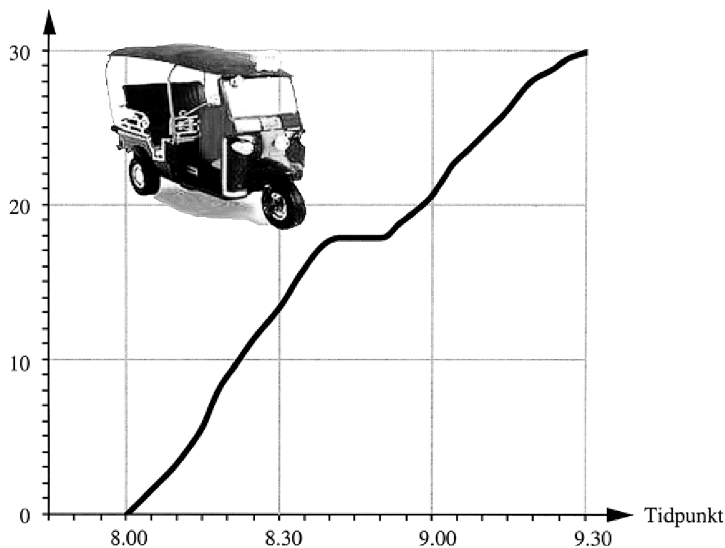
Tio kortvarsuppgifter lades in i Del B1. På dessa uppgifter, som också var med i extraprovet, hade lösningsproportionen i genomsnitt sjunkit med 6 procentenheter mellan 1992 och 2003.

Fem uppgifter av problemlösningskaraktär, där eleven skulle redovisa sin lösning, från Standardprovet 1992 ingick i också i ämnesprovet 2003. De var alla inlagda i Delprov C som detta år hade temat En resa till Asien. Temat var anpassat efter standardprovet 1992. Antalet poäng per uppgift var lika utom på en uppgift. Resultaten på uppgifterna visar att lösningsproportioner för samtliga uppgifter utom en sjunkit sedan 1992. Det är emellertid inte helt korrekt att bara jämföra lösningsproportionerna eftersom bedömningsanvisningarna var olika.

Uppgifternas formuleringar var inte identiskt lika 1992 och 2003 eftersom kontexten anpassats till temat. Matematikinnehållet och möjliga lösningsstrategier var dock lika. Bedömningsanvisningarna skiljer sig ganska mycket mellan åren beroende på det förändrade betygssystemet. 1992 gavs alltid 2 poäng för korrekt redovisad lösning med korrekt svar. Vid olika typer av fel gavs poängavdrag. 2003 gav uppgifterna olika antal g- och/eller vg-poäng och lösningen gav poäng om eleven var på rätt väg. På uppgift 10 kunde elevarbetet också visa MVG-kvalitet.

Analys av hur eleverna löste de gemensamma uppgifterna har gjorts på 120 slumpvis valda elevarbeten från standardprovet 1992 och lika många elevarbeten från det nationella provet 2003. Av elevarbetena 1992 kommer 70 från särskild kurs, 10 från icke kursuppdelat och 40 från allmän kurs.

3. Sträcka (km)



Jakob hyr en tuk-tuk-taxi för att se sig om i Bangkok. Hans färd är beskriven i diagrammet här ovanför.

- a) Vilken medelfart håller taxin under sin färd? (1/1)
 b) Vad tror du händer mellan klockan 8.40 och 8.50? (1/0)

© Skolverket

Tabell 5 Resultat på uppgift 3a. Procentuell andel elevsvar uppdelat på poäng

Poäng	ej svarat	0	1	2	Lösningsproportion
1992	9	37	4	50	52
2003	7	35	20	39	49

Tabell 6 Resultat på uppgift 3b. Procentuell andel elevsvar uppdelat på poäng

Poäng	Ej svarat	0	1	Lösningsproportion
1992	5	16	79	79
2003	4	16	80	80

Eleverna klarade uppgifterna ungefär lika bra båda åren. Den skillnad som märktes i lösningsstrategier var att eleverna 2003 var säkrare på att tolka diagram. Direkta avläsningar i diagrammet i stället för beräkningar hade blivit vanligare. 1992 tog några elever hänsyn till att fordonet stod stilla i 10 minuter och räknade medelfart på resten av tiden. Vi fann inga sådana elevlösningar bland dem vi undersökte från 2003.



Källa: Gerald Bourke/Pressens bild

6. Risplantor måste växa på fält som är täckta med vatten. Hur många kubikmeter vatten måste man tappa ut på ett risfält som är 0,6 hektar stort om man vill höja vattennivån med 15 cm?

(1 hektar = 10 000 kvadratmeter)

(0/2)

© Skolverket

Tabell 7 Resultat på uppgift 6. Procentuell andel elevsvar uppdelat på poäng

Poäng	ej svarat	0	1	2	Lösningsproportion
1992	14	41	5	41	43
2003	24	29	25	22	34

Denna uppgift fanns bara i provet för särskild kurs 1992. Då uppgiften gavs 2003 ansågs den bara pröva mål utöver mål att uppnå och gav därför bara vg-poäng.

Det var en större andel av eleverna som hoppade över uppgiften 2003 än 1992. Det vanligaste felet var fel i enhetsbytet. Båda dessa företeelser var vanligare 2003 än 1992. Denna skillnad kan förklaras av att uppgiften inte fanns med på provet för allmän kurs 1992.

8.

Fakta om Sri Lanka

Folkmängd 1 januari 2001: 19,4 miljoner
Befolkningsstillväxt/år: 1,4 %
Invånare/km²: 295

Fakta om Sverige

Folkmängd 1 januari 2001: 8,9 miljoner
Area: 450 000 km²

Hur många fler invånare fanns det per kvadratkilometer
i Sri Lanka än i Sverige den 1 januari 2001?

(2/0)

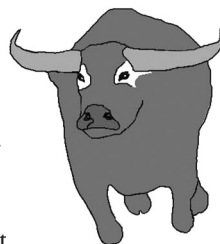
© Skolverket

Tabell 8 Resultat på uppgift 8. Procentuell andel elevsvar uppdelat på poäng

Poäng	ej svarat	0	1	2	Lösningsproportion
1992	7	24	8	60	64
2003	20	23	14	43	50

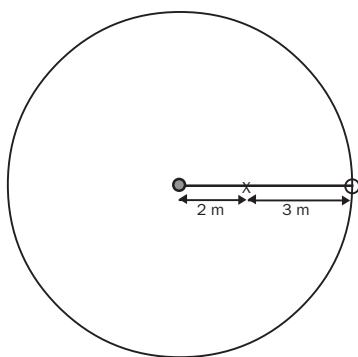
Denna uppgift var den där resultatet hade sjunkit mest jämfört med 1992. Vi fann inte heller för denna uppgift några skillnader i lösningsstrategier men det var en betydligt större andel elever som hoppade över uppgiften 2003 än 1992.

10. I en by i Sri Lanka finns en karusell som dras av en vattenbuffel. Buffeln drar runt en bom som sitter fast i en stolpe i mitten. Längst ut på bommen sitter en vagn där barnen kan åka. Bilden visar karusellen uppifrån.



Linda åker i vagnen. Hur långt har buffeln gått när Linda har åkt 20 m?

(1/2) ☒



X = Buffel
O = Linda

© Skolverket

Tabell 9 Resultat på uppgift 10. Procentuell andel elevsvar uppdelat på poäng

Poäng	ej svarat	0	1	2	3	Lösningssproportion
1992	16	55	6	23		26
2003	35	32	12	8	13	22

På denna uppgift fanns det stora skillnader i bedömningsanvisningarna. 2003 kunde uppgiften bedömas med maximalt 3 poäng. Kraven för dessa tre poäng var desamma som för två poäng 1992. En mycket större andel elever hoppade över uppgiften 2003 än 1992 och en betydligt mindre andel löste uppgiften helt korrekt. Uppgiften var vid båda provtillfällena placerad sist i respektive delprov. Vi fann inga skillnader i lösningstrategier. De flesta elever löste uppgiften både 1992 och 2003 genom att beräkna båda cirkelns omkrets. Det är fortfarande få som använder sig av proportionalitet utan onödiga beräkningar.

Undersökningen visade inte på några tydliga skillnader i elevernas lösningstrategier 1992 och 2003. På dessa fem uppgifter använde de i princip samma metoder. Det har dock blivit vanligare att elever hoppar över uppgifter. För de fem undersöka uppgifterna var detta fallet för tre av uppgifterna. Man skulle kunna tro att den positiva bedömningen, där poäng ges även för del av lösning, skulle ha motsatt effekt, d v s få eleverna att försöka lösa även uppgifter som de är osäkra på.

Kunskapsutvecklingen mellan skolår 5 och 9

De elever som arbetade med processtudien gjorde även ett kort prov i taluppfattning. Samma prov gavs också till elever i skolår 5 med syftet att mäta kunskapsutvecklingen mellan skolåren. Jämförelsen visar att medelvärdet ökar från 13,3 i skolår 5 till 17,7 i skolår 9.³⁵ Matematik har i NU-03 utmärkt sig som ett av få ämnen utan större könsskillnader. I detta prov finns dock en tydlig könsskillnad till pojkarnas fördel i år 5, vilken är helt uttraderad i år 9. I skolår 5 är det en större andel pojkar än flickor som har fler än 15 poäng (36 % jämfört med 30 %). I skolår 9 har könsskillnaden försvunnit då 76 procent av pojkarna och 77 procent av flickorna har fler än 15 poäng.³⁶

³⁵ Maxpoängen på provet är 22 poäng. Provet har inte tidigare använts för att mäta kunskapsutvecklingen varför inga övriga jämförelser om förändringar över tid kan göras.

³⁶ Skolverket (2004e).

Elevers uppfattning om vad de kan i matematik

I 1992 års utvärdering fick eleverna uppskatta hur säkra de kände sig i en rad olika situationer som krävde matematisk kunskap. När frågorna upprepades 2003 var svarsfördelningen ganska lik den som fanns 1992. Tilltron till den egna matematiska förmågan tycks alltså inte ha försämrats. En jämförelse mellan uppskattad förmåga och slutbetyg visar på ett positivt samband, elever utan slutbetyg har i betydligt större utsträckning valt svarsalternativen osäker eller mycket osäker.³⁷

Tabell 10 Procentuell andel elevsvar 2003 på frågan:
Hur säker känner du dig i följande situationer?

		Säker eller ganska säker	Osäker eller mycket osäker
Kassaapparaten är trasig i affären.	92	88	12
Du har köpt 12 varor och ska kontrollera att du betalat rätt	03	89	11
Du ska med hjälp av en tågtidstabelle reda på hur lång tid det tar att åka från Kiruna till Sundsvall	92 03	92 92	8 8
Du ska med hjälp av en fjällkarta i skala 1:100 000 ta reda på hur långt det är mellan två platser	92 03	63 70	37 30
Du ska räkna ut hur mycket vatten det är i en tunna som är cylinderformad	92 03	64 67	36 33
Du ska lösa en ekvation, exempelvis $3x + 5 = 17$	92 03	85 81	15 19
Du ska lösa en svårare ekvation, exempelvis $(x + 3)^2 - (x + 3)(x - 3) = 0$	92 03	59 57	41 43

Svarsfördelningen är ganska lika de båda åren. Det är vid samma tre situationer som eleverna känner sig mest säkra ”kassaapparaten”, ”tågtidstabelle” och ”enkel ekvation”. Ekvationen $3x + 5 = 17$ fanns också med i provmaterialen både 1992 och 2003. År 1992 löste 88 procent av eleverna uppgiften korrekt medan det 2003 var 82 procent som löste den korrekt.

Vi har även jämfört elevernas svar med deras slutbetyg i matematik.

³⁷ Skolverket (2004e).

Tabell 11 Procentuell andel elever 2003 som valt svarsalternativen "Säker" eller "Ganska säker" uppdelat på slutbetyg.

	Ej betyg	Godkänd	Väl godkänd	Mycket väl godkänd
Kassaapparaten är trasig i affären. Du har köpt 12 varor och ska kontrollera att du betalat rätt	80	88	94	96
Du ska med hjälp av en tågtidstabelle ta reda på hur lång tid det tar att åka från Kiruna till Sundsvall	77	89	97	98
Du ska med hjälp av en fjällkarta i skala 1:100 000 ta reda på hur långt det är mellan två platser	46	63	80	90
Du ska räkna ut hur mycket vatten det är i en tunna som är cylinderformad	51	59	75	88
Du ska lösa en ekvation, exempelvis $3x + 5 = 17$	56	74	93	99
Du ska lösa en svårare ekvation, exempelvis $(x + 3)^2 - (x + 3)(x - 3) = 0$	37	45	70	89

Tabellen visar att uppfattningen om vad man klarar av har ett klart samband med slutbetyget. Intressant är att en så pass stor andel av elever utan slutbetyg eller med betyget Godkänd anser sig säkra på den svårare ekvationen. Denna typ av ekvation är mycket ovanlig i dagens läromedel och det matematiska innehållet ryms inte inom målen att uppnå.

Matematik och andra ämnen

I den allmänna elevenkäten fick eleverna markera de tre skolämnena som de tyckte passade bäst för ett antal påståenden. Genomsnittligt markerade de två eller tre ämnen. Med stöd av detta resultat rangordnades ämnena. I nedanstående tabell visas hur stor andel av eleverna som markerat matematik och på vilken plats bland de rangordnade ämnena som matematiken kom.

Tabell 12 Procentuell andel elever som markerat matematik på attitydfrågor samt matematikens rang i förhållande till andra skolämnena

Fråga	Andel elever som markerat matematik	Plats i rangordningen
De ämnen som jag tror jag har mest nytta av	62 %	2
De ämnen där jag arbetar mest ensam	52 %	1
De ämnen där vi har flest prov	47 %	1
De ämnen som jag lär mig mest i	44 %	1
De ämnen där jag skulle behöva mer tid	44 %	1
De ämnen som jag tycker är svårast	38 %	1
De ämnen som jag tror jag skulle kunna vara bättre i om jag ville	37 %	1
De ämnen där vi har flest läxor/hemuppgifter	36 %	2
De ämnen där jag mest får arbeta i min egen takt	35 %	2
De ämnen där jag tycker lektionerna går långsammast	31 %	2
De ämnen som jag har mest lust att lära mig mer	30 %	2
De ämnen där det är oroligast och stökigast	27 %	2
De ämnen där jag mest kan påverka arbetssättet, d v s hur jag ska arbeta	19 %	5
De ämnen där jag mest kan påverka innehållet, d v s vad jag ska arbeta med	17 %	6
De ämnen där vi diskuterar mest	14 %	8
De ämnen där jag skulle kunna klara mig med mindre tid	14 %	6
De ämnen som jag tycker är roligast	13 %	6
De ämnen där vi arbetar mest tillsammans	10 %	10
De ämnen där jag använder dator mest	7 %	9

Matematik är ett ämne som eleven tror sig ha nytta av, där eleven lär sig mest men där eleven också har lust att lära mer. På lektionerna arbetar man mest ensam i sin egen takt, man arbetar lite tillsammans, man diskuterar lite och eleverna kan varken påverka arbetssätt eller innehåll. Matematik är ett ämne som är svårt och man skulle behöva mer tid. Datorn används lite på matematiklektionerna, eleverna får mycket läxor och många prov. Lektionerna går långsamt, ämnet är inte särskilt roligt och det är oroligt på lektionerna. Eleverna skulle kunna bättre om de ville.

De ämnen där eleven anser att han/hon mest kan påverka innehållet och arbetssättet och där de skulle klara sig med mindre tid är bild, svenska och engelska. De ämnen där eleverna får diskutera mest är samhällskunskap, svenska och historia. De ämnen som eleven tycker är roligast är idrott och hälsa, musik, hem- och konsumentkunskap och bild. Därefter följer historia och matematik. De ämnen där eleverna arbetar mest tillsammans är hem- och konsumentkunskap, idrott och hälsa samt musik. Av de teoretiska ämnen är samarbetet bara mindre i religion och språk (förutom engelska) än i matematik. De ämnen där elever använder dator mest är svenska, engelska och historia medan datorn används mycket sällan i matematik.

Förändringar i attityder till matematik

Elevernas attityder till matematikämnet visar en något splittrad bild. Elevernas lust att lära i matematik tycks ha ökat. En större andel elever anger 2003 att de skulle vilja lära sig mer i matematik, 49 procent jämfört med 30 procent 1992. Samtidigt tycker mer än hälften (55 %) av eleverna att de lär sig mycket onödigt i ämnet, vilket är en ökning från 30 procent 1992.³⁸

En större andel elever uppger 2003 att de är nöjda med vad de presterat i matematik samtidigt som en större andel tror att de skulle ha kunnat vara bättre i ämnet om de bara ansträngt sig mer. Andelen elever som anger att de lätt ger upp inför svåra uppgifter har ökat från 15 till 38 procent.³⁹ Denna trend bekräftas av provresultaten. Det är vanligare nu än för tio år sedan att elever hoppar över uppgifter.

Tabell 13 Elevsvar 1992 och 2003 på samma påståenden rörande inställning till matematik och den egna insatsen. Procentuell fördelning.

		Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Kommer ha nytta av den matematik jag lärt mig	92 03	78 85	22 15
Kunnat vara bättre i matematik om jag ansträngt mig mer	92 03	49 66	51 34
Skulle vilja lära mig mer matematik i skolan	92 03	30 48	70 52
Ger för det mesta upp inför en svår uppgift i matematik	92 03	15 38	85 62
Jag har fått arbeta med för många svåra uppgifter i matematik (skolår 7–9)	92 03	30 56	70 44
Jag har fått arbeta med för många lätta uppgifter i matematik (skolår 7–9)	92 03	17 30	83 70
Har fått lära mig mycket i matematik som är onödigt	92 03	30 54	70 46
Nöjd med mina prestationer i matematik (skolår 7–9)	92 03	53 68	47 32
Nöjd med hjälpen på lektionerna i matematik (skolår 7–9)	92 03	74 72	26 28
Det är viktigt att alla räknar alla uppgifter i boken	92 03	23 43	77 57
Alla i undervisningsgruppen ska räkna samma uppgifter	92 03	65 54	35 46

³⁸ Skolverket (2004e).

³⁹ Skolverket (2004e).

En polarisering kan anas även när det gäller hur eleverna upplever svårighetsgraden på de uppgifter de fått arbeta med. Det är en större andel elever 2003 än 1992 som tycker att de har fått arbeta med för många lätta uppgifter under grundskolans sista år (30 % jämfört med 17 % 1992). Det är också en större andel elever som tycker att de har fått arbeta med för många svåra uppgifter (57 % 2003 jämfört med 30 % 1992).⁴⁰ En liknande polarisering gäller också för uppgifter som elever arbetat med under de tidigare skolåren. Cirka 60 procent anser 2003 att de arbetat med för lätta uppgifter i skolår 1–6 jämfört med cirka 40 procent år 1992. År 2003 ansåg cirka 25 procent att de arbetat med för svåra uppgifter i skolår 1–6 jämfört med cirka 10 procent 1992.

Däremot syns ingen förändring sedan 1992 när det gäller elevernas upplevelse av tillgång till hjälp under lektionerna. 70 procent av eleverna anser både 2003 och 1992 att de får tillräckligt med hjälp. Elever och lärare ger en nästan helt överensstämmande bild av huruvida läraren har tid när eleven undrar över någonting i matematik. 80 procent anser att detta stämmer mycket eller ganska bra och 5 procent att det stämmer mycket dåligt.⁴¹ *”Det som är bra med undervisningen i matematik är att jag får hjälp när jag behöver det.”*, *”Det som är dåligt med undervisningen i matematik är att man får vänta på hjälp.”*

Att eleverna anser att det är viktigare 2003 än 1992 att alla elever räknar alla uppgifter i läroboken samtidigt som de anser det mindre viktigt att alla räknar samma uppgifter visar på ett ökat läromedelsberoende. Dagens läromedel i matematik är ofta uppdelade i olika spår eller olika böcker med olika svårighetsgrad. *”Det som är bra med undervisningen i matematik är att vi får andra uppgifter utöver boken.”*, *”Det som är dåligt med undervisningen i matematik är att det är svårt att koncentrera sig på lektionerna när man bara räknar i boken.”*

Motivation

Ovan kan vi se att elevernas lust att lära i matematik har ökat sedan 1992 då andelen som skulle vilja lära sig mera matematik ökat. Samtidigt, om man tittar på ämnet i relation till andra ämnen är matematik tillsammans med fysik och kemi de ämnen som eleverna uttrycker lägst intresse för. Drygt 40 procent anger att ämnet inte intresserar dem. Elevernas relativa brist på intresse går igen vid ämnesjämförelserna i lärarenkäterna; matematik, fysik och kemi är de ämnen där lärare anger störst andel omotiverade elever. En dryg fjärdedel av dessa lärare har angett att några få till mindre än hälften av eleverna är motiverade i ämnet. Även om det brister i intresse och motivation är matematik det

⁴⁰ Skolverket (2004e).

⁴¹ Skolverket (2004e).

ämne som efter engelska och svenska upplevs som mest viktigt att ha bra kunskaper i (91 % tycker detta stämmer ganska eller mycket bra).⁴² Ett elevcitat får illustrera detta: *”Det som är viktigt att lära sig i matematik är sån kunskap som alla behöver så man kan lösa problem på egen hand ute i samhället.”*

Tabell 14 Elevsvar 2003 på frågor rörande inställning till matematik och den egna insatsen. Procentuell fördelning.

	Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Jag tycker det är viktigt att ha bra kunskaper i matematik	91	9
Kunskaper i matematik kommer jag behöva för att klara mina fortsatta studier	87	13
Kunskaper i matematik är bra för det jag tänker arbeta med i framtiden	66	34
Matematik intresserar mig	58	42
Det är för mycket tid i matematik	29	71
Det är för lite tid i matematik	30	70
Matematik är ett svårt ämne	68	32
Jag arbetar med matematik bara för att klara proven	48	52
Jag är ofta borta från lektionerna i matematik	9	91

Engelskan, svenskan och matematiken har en särställning både då det gäller att eleverna anser att det är viktigt att ha bra kunskaper i dessa ämnen och att de behövs för att klara de fortsatta studierna och framtida arbete. När föräldrarna fick frågan om vilka ämnen som är viktigast för deras barns utveckling och lärande hamnar svenska, matematik och engelska i topp. Matematik är ett av de svåraste ämnena enligt eleverna, bara kemi upplevs som svårare.⁴³

⁴² Skolverket (2004e).

⁴³ Skolverket (2004a).

Tabell 15 Procentuell andel lärare respektive elever som svarat på identiska påståenden om arbetsformer 2003.

		Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Läraren tar reda på vad varje elev kan och inte kan i matematik när vi börjar med något nytt	Lärare	72	38
	Elever	66	34
Läraren planerar de olika inslagen i undervisningen tillsammans med oss elever	Lärare	24	76
	Elever	40	60
Läraren har tid med varje elev om de undrar över något i matematik	Lärare	79	21
	Elever	78	22
Läraren talar om för eleverna vad som är bestämt i matematikens kursplan att de ska lära sig	Lärare	82	18
	Elever	66	34
Läraren talar om för eleverna vad de ska klara för att få olika betyg i matematik	Lärare	91	9
	Elever	72	28

Varannan lärare anser att elevernas medvetenhet om läroplanens och kursplanernas mål har ökat något jämfört med för fem år sedan. Det är lärarna i svenska och samhällskunskap som är bäst på att kommunicera ämnets innehåll och mål för eleverna, matematiken kommer strax därefter.⁴⁴

Skillnader mellan elevernas och lärarnas uppfattning finns också när det gäller i vilken utsträckning läraren talat om vad som är bestämt i matematikens kursplan att eleverna ska lära sig. 82 procent av lärarna menar att detta stämmer ganska eller mycket bra. Motsvarande andel för eleverna är 66 procent, något lägre för flickor än för pojkar. Värt att notera är att elever utan slutbetyg i högre utsträckning än övriga elever i NU-urvalet anger att de fått information om kursplanen (75 %).⁴⁵

Studien visar också i vilken utsträckning eleverna upplever sig ha fått reda på vad som krävs för att få olika betyg i ämnet. Eleverna har fått ta ställning till påståendet ”Vi har tydligt fått reda på vad vi ska klara av för att få olika betyg i matematik”. En så stor grupp som 28 procent svarar att detta stämmer ganska eller mycket dåligt. Lärarna ger en ljusare bild. Det är bara nio procent av matematiklärarna som uppger att eleverna inte fått reda på vad som krävs för olika betyg. Parallellt med detta anser 66 procent av lärarna att elevernas medvetenhet om vad som krävs för de olika betygen har ökat något eller väsentligt under de fem senaste åren.⁴⁶

⁴⁴ Skolverket (2004a).

⁴⁵ Skolverket (2004e).

⁴⁶ Skolverket (2004e).

Elevernas uppfattningar om sina lärare

Eleverna fick också svara på frågor om den lärare de har i matematik. Dessa frågor ställdes i alla ämnen och 80–90 procent ansåg att läraren undervisade bra.

Tabell 16 Elevsvar 2003 på påståenden rörande läraren. Procentuell fördelning.

	Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Läraren undervisar bra	81	19
Läraren har förmåga att engagera och skapa intresse	65	35
Läraren tror på mig och min förmåga att lära mig	81	19
Läraren behandlar pojkar och flickor lika	84	16
Läraren har höga förväntningar på oss	72	28
Läraren är bra på att förklara när jag inte förstår	76	24
Läraren är bra på att knyta undervisningen till samhället och livet utanför skolan	54	46

På den öppna frågan om vad de tycker om undervisningen i matematiken är det vanligaste svaret att det beror på läraren. *”Det som är bra med undervisningen i matematik är att vi har en jättebra lärare som förklarar bra.”*, *”Det som är bra med undervisningen i matematik är att vi har en bra lärare och att vi jobbar självständigt.”*, *”Det som är dåligt med undervisningen i matematik är att läraren är jättedålig för han kan inte matte.”*

Vad innebär det för en elev att läraren undervisar bra i matematik

För att undersöka detta jämförde vi svaren på en mängd enkätfrågor för den grupp på 19 procent av eleverna som ansåg att påståendet att läraren undervisar bra stämde ganska eller mycket dåligt med de 47 procent av eleverna som tyckte att påståendet stämde mycket bra. I gruppen som ansåg att ”läraren undervisar bra” var könsfördelningen densamma som i hela NU-urvalet medan den gruppen som ansåg att ”läraren undervisade dåligt” hade en liten övervikt av flickor.

Tabell 17 Procentuell fördelning av slutbetyg i matematik för några olika grupper.

	Hela NU- urvalet	Elever med "lärare som undervisar bra"	Elever med "lärare som undervisar dåligt"
Ej nått målen	6	5	5
Godkänd	53	49	59
Väl godkänd	28	31	25
Mycket väl godkänd	12	15	11

Andelen som ej nått målen var lika stor i båda grupperna medan andelen med slutbetygen Väl godkänd och Mycket väl godkänd var något större i den grupp som ansåg att läraren undervisar bra.

I några avseende fanns inga skillnader i svaren, t ex var fördelningen mellan hur stora grupper eleverna gick i lika för båda grupperna.

Några skillnader var påtagliga eller mycket påtagliga (mer än 50 procentenheters skillnad mellan grupperna då eleven svarat att det stämmer bra). De mest påtagliga är att en lärare som undervisar bra är bra på att förklara, kan knyta matematiken till samhället utanför skolan och engagerar och skapar intresse för ämnet. Läraren undersöker elevernas förkunskaper, har tid med eleverna så de är nöjda med den hjälp de får. Läraren ger tydlig information av vad som krävs av eleverna enligt kursplan och betygskriterier. Eleverna deltar i planeringen och kan påverka både innehåll och arbetssätt. Läraren har höga förväntningar på eleverna, tror på deras förmåga och ger dem stöd och uppmuntran.

Lektionerna är lugnare, eleverna känner sig sedda av läraren och kommunikationen mellan lärare och elev är mycket mer förekommande. Undervisningen är mer varierad med både grupparbeten och diskussioner. Även här förekommer enskilt arbete nästan varje lektion, men det varvas med andra arbetsformer. Läroboken används inte genomgående utan eleverna arbetar med andra uppgifter.

Läraren tar reda på vad eleverna kan inte bara med hjälp av prov utan även med hjälp av muntliga förhör och redovisning av grupparbete. Läraren tar också ofta reda på vad eleven kan genom samtal i klassen. Den enskilde eleven får reda på vad hon/han kan även genom samtal med läraren, där eleven får veta vad han/hon är bra på och hur eleven kan förbättra sig.

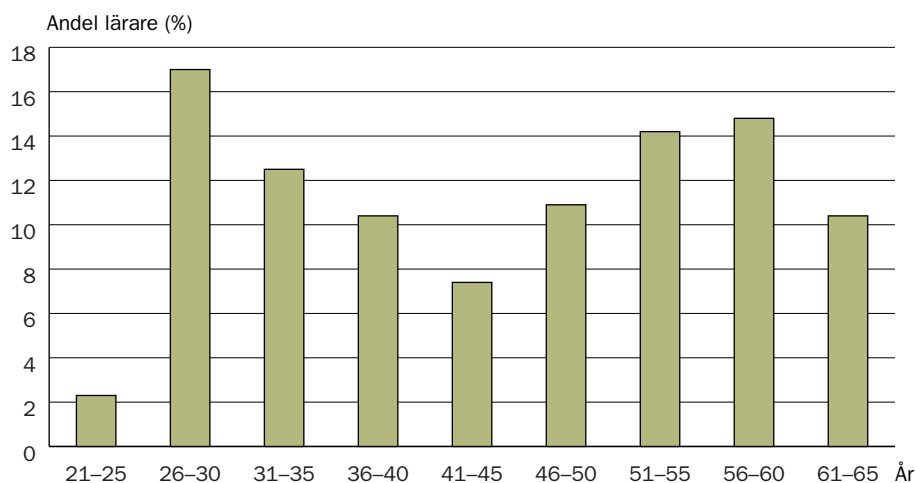
Elever som inte håller med om att läraren undervisar bra beskriver ett ensamt arbete i läroboken där de lämnas att själva lösa problem och där arbetsklimatet är oroligt. De anser i större utsträckning än andra att matematik är svårt, de ger upp då de får en svår uppgift men anser trots detta att de har för mycket tid i matematik. Det är dålig ordning på lektionerna, det tar lång tid

innan de kommer igång och många elever lyssnar inte till vad läraren säger. Dessutom anser de att de får en massa onödig kunskap.

Vi har också studerat datamaterialet för de lärare där nästan alla elever i gruppen tycker att påståendet att läraren undervisar bra stämmer. Typiskt för dessa lärare är att de har både en mer varierad undervisning och mer varierade bedömningsmetoder. De verkar trivas med sitt arbete eftersom de upplever att de har motiverade elever och en trevlig och positiv stämning på lektionerna. De flesta av dessa lärare tycker det är mycket roligt men samtidigt krävande att undervisa i matematik. Nivågruppering är ovanligare för dessa lärare än för hela NU-gruppen. De har lärarledda genomgångar oftare, gemensamma diskussioner oftare och de låter eleverna redovisa för varandra oftare. Flertalet (83 %) har både lärarutbildning och minst 20 poäng i matematik. De lägger något större vikt vid betygskriterier, nationella prov och vid undervisningens planering än genomsnittsläraren. Nästan alla tillhör en ämnesgrupp där både pedagogisk planering och samarbete om undervisning är vanligare än genomsnittet.

Som grupp är matematiklärarna 2003 yngre och har en jämnare könsfördelning jämfört med tio år tidigare (Skolverket 1993). Andelen manliga matematiklärare har minskat från 68 procent till 53 procent mellan 1992 och 2003. Genomsnittsåldern har under samma tid sjunkit från 46 år till 44 år.

Diagram 7 Åldersfördelningen för de medverkande lärarna 2003



Åldersfördelningen bland matematiklärarna visar 2003 en annan profil än 1992. År 1992 var 20 procent under 35 år och knappt 20 procent var över 55 år. År 2003 var drygt 30 procent under 35 år och drygt 25 procent var över 55 år.

Kompetens och undervisningserfarenhet

Lärarkompetensen har minskat sedan 1992 då 78 procent av matematiklärarna hade både lärarbehörighet och ämnesbehörighet. Enligt Skolverkets ämneslärarundersökning⁴⁷ hade 68 procent av matematiklärarna både lärar- och ämnesutbildning 2003. Även nivån på matematikutbildningen har sjunkit. Enligt de behörighetsregler som gällde 1992 krävdes minst 20 poäng i matematik. I NU-92 angav 78 procent av lärarna att de hade detta vilket kan jämföras med de 64 procent som i NU-03 anger fullgjord lärarutbildning och minst 20 poäng i matematik. Sammanfattningsvis kan man konstatera att det är en klart mindre andel 2003 än 1992 som har både lärarutbildning och ämneskompetens om minst 20 poäng.⁴⁸

⁴⁷ Skolverket (2004a).

⁴⁸ Skolverket (2004e).

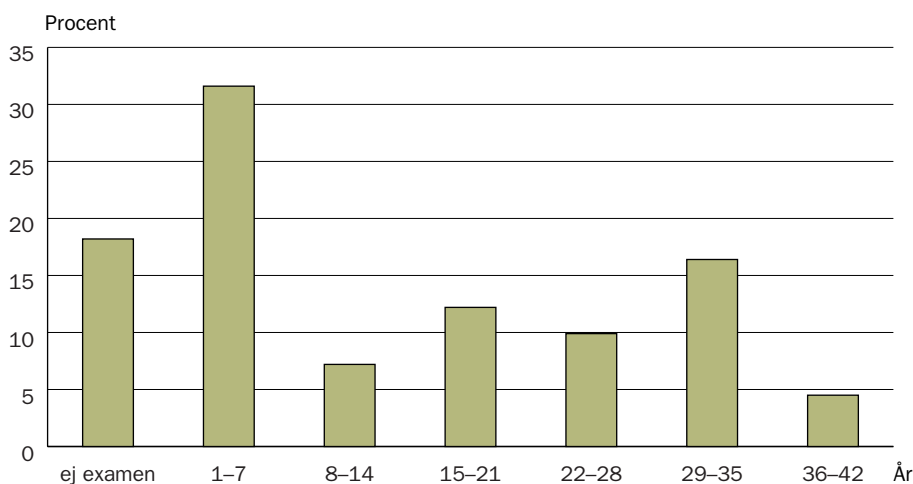
Tabell 18 Lärarna uppdelade efter utbildning

Lärarnas utbildning	Andel i %
Endast gymnasieskola	2
Högskoleutbildad i matematik men ej gått lärarhögskola	5
Läraryt utbildning men med mindre än 20 poäng i ämnet matematik	18
Läraryt utbildad med minst 20 poäng i ämnet matematik	64
Annan utbildning*	11

* Under rubriken annan utbildning finns personer som har någon högskoleutbildning dock ej i matematik.

Med stöd av de öppna enkätsvaren kan man se hur många år läraren undervisat efter examen.

Diagram 8 Antal undervisningsår efter lärarexamen



Då läraren svarat 0 på frågan om antal undervisningsår eller lämnat svarsraden tom är de införda som ej examen i detta diagram. En stor andel lärare har undervisat mindre än 7 år, vilket innebär att de bara undervisat efter den nya läroplanen.

Fortbildningsbehov

Nästan samtliga matematiklärare anser sig ha tillräcklig kunskap och kompetens för att undervisa i matematik. 43 procent anger att det stämmer mycket bra och 52 procent ganska bra. En nästan lika stor andel svarar att de har tillräcklig kunskap och kompetens i metodik och didaktik även om bara 30 procent anger att detta stämmer mycket bra.⁴⁹

Tabell 19 Lärarsvar 2003 på frågan: Anser du att du har tillräckligt med kunskap och kompetens...? Procentuell fördelning.

	Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
..i metodik och didaktik	90	10
..i det ämne/ämnena som du undervisar i	92	8
..för att kunna upptäcka och stödja elever i behov av särskilt stöd	69	31
..för att kunna arbeta med elever med olika social och kulturell bakgrund	65	35
..för att använda datorer i undervisningen	65	35

Anmärkningsvärt är att så många som en tredjedel av lärarna anser sig ha otillräcklig kompetens när det gäller att upptäcka och stödja elever i behov av särskilt stöd, att arbeta med elever från olika social och kulturell bakgrund samt för att använda datorer i undervisningen. Motsvarande frågor gav en liknande fördelning också 1992.⁵⁰

Lärarna finner det svårare nu jämfört med för tio år sedan att tillgodose alla elevers behov med de befintliga resurserna (72 % 2003 jämfört med 55 % 1992).

⁴⁹ Skolverket (2004e).

⁵⁰ Skolverket (2004e).

Tabell 20 Lärarsvar 2003 på frågan: Vad saknas för att tillgodose alla elevers behov? Procentuell fördelning.

Vad saknas för att tillgodose alla elevers behov	Andel i %
Mer resurser	8
Mer tid	39
Fler lärare	16
Mindre grupper	27
Speciallärare med matematikkompetens	28
Övrigt t ex nivågruppering, bättre material, bättre lokaler	12

Nästan 250 lärare svarade på den öppna frågan om vad de saknade för att tillgodose alla elevers behov. Många svar hör ihop t ex borde mindre grupper och fler lärare ge varje elev mer tid. Tydligt i många lärares svar är att de vill ha speciallärare med matematikutbildning eller som en lärare skriver: *”Mer tid så jag själv kan jobba med svagare elever. Kompetensen i matematik är inte så stor hos specialläraren.”* Liknande beskrivningar finns också i lärarnas svar till vilken fortbildning de är i behov av: *”Kompetens för att kunna tillgodose även de svagaste eleverna.”*

Knappt två tredjedelar uppger att de kan påverka sin egen kompetensutveckling. Det självupplevda behovet av fortbildning är oförändrat sedan 1992. Hälften av matematiklärarna anser sig behöva fortbildning vilket är en lika stor andel som 1992. Lärarna har i en öppen fråga fått beskriva vilken typ av fortbildning de är i behov av.

Tabell 21 Andelen lärarsvar på frågan: Vilken typ av fortbildning är du i behov av?

Vilken fortbildning har du behov av	Andel i %
Fördjupade kunskaper i matematikdidaktik	60
Specialpedagogik i matematik	29
Ämneskunskaper i matematik	10
Övrigt	8

Inom ramen för matematikdidaktiken ryms många typer av svar som metodik, alternativa arbetsformer, praktisk matematik, laborativ matematik, olika förklaringsmodeller och diagnostisering av kunskaper. Att lärarna efterfrågar kunskaper i specialpedagogik beskrivs som hur man kan hjälpa svagpresterande elever, barn med inlärningssvårigheter, dyslexi eller ”dyskalkyli”.

Samarbete med ämneskollegor

Lärarnas samarbete med ämneskollegor har minskat under de senaste fem åren. Var tredje lärare anger att antalet ämneskonferenser minskat. En femtedel av matematiklärarna tillhör ingen ämnesgrupp i matematik vare sig i den egna skolan eller med lärare från andra skolor.

Den främsta funktionen för ämnesgruppen tycks vara att lärarna stödjer varandra och informerar varandra om vad de arbetar med. Däremot samarbetar man inte så mycket om direkta undervisningssituationer eller om den pedagogiska planeringen. Inte heller diskuteras innehåll i läroplan och kursplan eller kunskapskrav i någon större utsträckning.

Trivsel

Nästan samtliga matematiklärare upplever sitt arbete som meningsfullt (96 %) och de flesta trivs med skolan, eleverna och kollegorna (ca 90 %). Nästan tre fjärdedelar trivs med skolledningen och har förtroende för deras sätt att utföra sitt arbete. 15 procent av lärarna anger dock att de vantrivs då och då eller så gott som dagligen. 32 procent har under det senaste året allvarligt övervägt att byta yrke och en lika stor andel att byta arbetsplats. Denna vantrivsel tycks dock inte vara kopplad till själva undervisningen då nästan samtliga lärare anser att det är roligt att undervisa i matematik, 52 procent tycker att det är mycket roligt och 47 procent ganska roligt. Drygt en fjärdedel anser att det är ganska enkelt eller mycket enkelt att undervisa i matematik medan drygt hälften anser att det är ganska krävande.⁵¹

⁵¹ Skolverket (2004e).

Undervisningens utgångspunkter

I kursplanen beskrivs mål att sträva mot som det främsta underlaget för planeringen av undervisningen. Mål att sträva mot anger undervisningens inriktning när det gäller att utveckla elevernas kunskaper i matematik och sätter inte någon gräns för elevernas kunskapsutveckling. När lärarna får ta ställning till olika styrdokuments betydelse för undervisningen är det dock mål att uppnå som tillmäts störst betydelse.⁵²

Tabell 22 Lärarsvar på frågan: Vilken betydelse har följande i din undervisning i matematik? Procentuell fördelning.

	Mycket stor	Ganska stor	Ganska liten	Mycket liten
Kursplanens mål att uppnå	39	54	7	0
Läroplanens mål	28	58	11	2
Kursplanens mål att sträva mot	26	58	14	2
Nationella betygskriterier	23	57	20	1
Nationella ämnesprov	11	52	33	4

Störst betydelse för undervisningen har enligt lärarna kursplanens mål att uppnå.

Därefter kommer Läroplanens mål, kursplanens mål att sträva mot och betygskriterierna. Minst betydelse har de nationella proven. Matematik är det ämne med störst andel lärare (16 %) som inte tillmäter mål att sträva mot så stor betydelse för undervisningen. Enligt styrdokumentet ska undervisningen ha en inriktning mot mål att sträva mot. För lärarna är det målen att uppnå som är det som har störst betydelse. Varför är det så? Är förklaringen att kriterierna för godkänd är desamma som målen att uppnå. Ambitionen både på nationell och på kommunal nivå är att få så stor andel elever som möjligt att bli åtminstone godkända i matematik. Med denna starkt uttalade ambitionen som lärarna möter är det kanske naturligt att lärare i första hand inriktar sin undervisning mot målen att uppnå. Vad får det för konsekvenser för undervisningen om den fokuserar starkt på målen att uppnå? Är risken då inte att det blir ganska tråkig undervisning där utmaningar saknas?

⁵² Skolverket (2004e).

Hur går undervisning och bedömning till

Organisation

Nivågruppering av elever är relativt vanligt 2003. Två tredjedelar av lärarna anger att det förekommer i de grupper som de undervisar i. Drygt en tredjedel av de lärare som undervisar nivågrupperat undervisar i en svag/långsam grupp. 1992 var matematikundervisningen vanligen uppdelad på två nivåer genom så kallad allmän och särskild kurs. Ungefär en tredjedel av eleverna brukade gå den allmänna kursen.

En viktig förändring i Lpo 94 var att statliga bestämmelser togs bort vad gäller hur undervisningstiden i olika ämnen skulle fördelas över årskurser. I Lgr 80 angavs antalet lektioner och innehållet i ämnenas undervisning inom tre ”stadieramar”; låg-, mellan- och högstadiet. I Lpo 94 anges inte hur undervisningstiden i olika ämnen ska fördelas över årskurser. Utbildningens omfattning i tid anges numera som ett totalt garanterat antal klocktimmar för respektive ämne i hela grundskolan. Detta innebär ingen större förändring i tilldelad tid för matematiken i grundskolan.⁵³

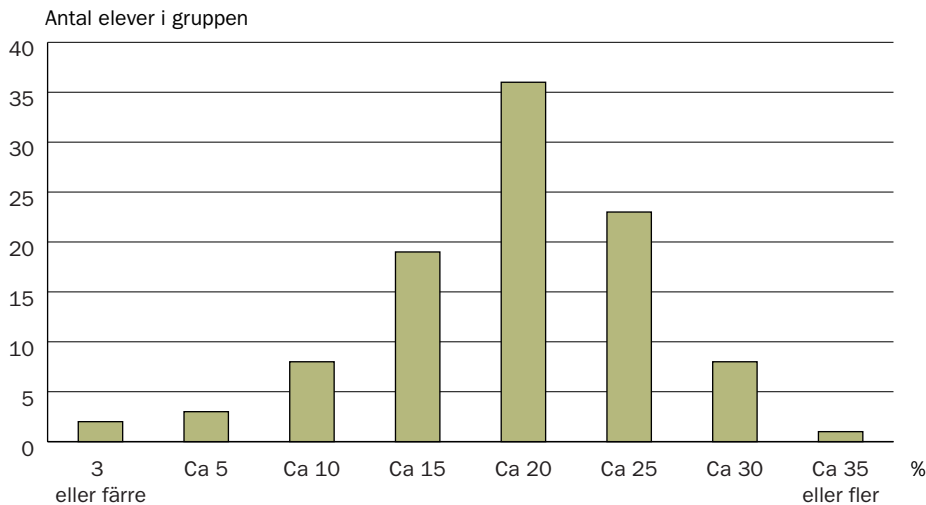
1992 var arbetspassen/lektionerna för det mesta 40 minuter. Arbetspassens längd i matematik 2003 är för de flesta lärarna (61 %) kortare än 60 min. Endast 5 procent anger att de har längre pass än 60 min.

Det var något mindre vanligt 2003 att man bytte matematiklärare under skolår 7–9 än det var 1992. En förklaring till detta kan vara att många elever 1992 bytte från särskild kurs till allmän kurs under senare delen av högstadiet.

I elevenkäten fick eleverna svara på en fråga om hur stor undervisningsgruppen i matematik var.

⁵³ Skolverket (2004a).

Diagram 9 Hur många elever är ni vanligtvis på matematiklektionerna?
Procentuell fördelning

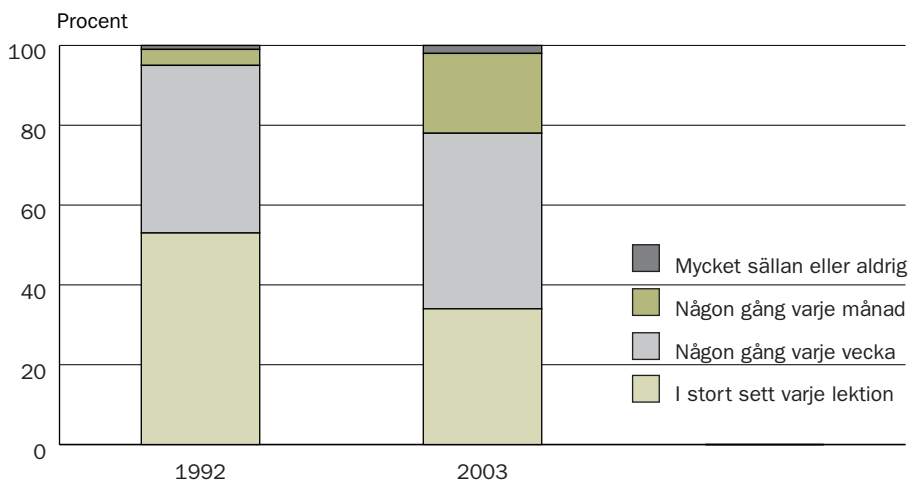


Mer än 75 procent av eleverna gick i en grupp som består av cirka 15–25 elever. Knappt 10 procent går i en grupp som består av 30 elever eller fler. Det är vanligare att elever som ej når godkänd går i små grupper, nästan 25 procent av dessa går i en grupp med färre än 5 elever.

Arbetsformer

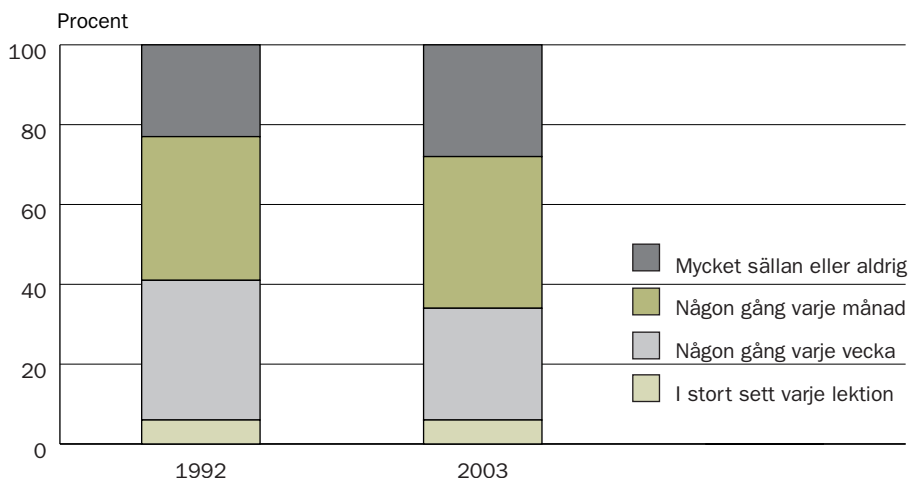
Kursplanens fokus på kommunikation tycks inte ha slagit igenom. Några enkätfrågor om arbetsformer var desamma 1992 och 2003. Den övergripande frågan löd: Hur ofta brukar dina elever arbeta enligt följande?

Diagram 10 Procentuell fördelning av lärarsvar 1992 och 2003. Gemensam genomgång under din ledning.



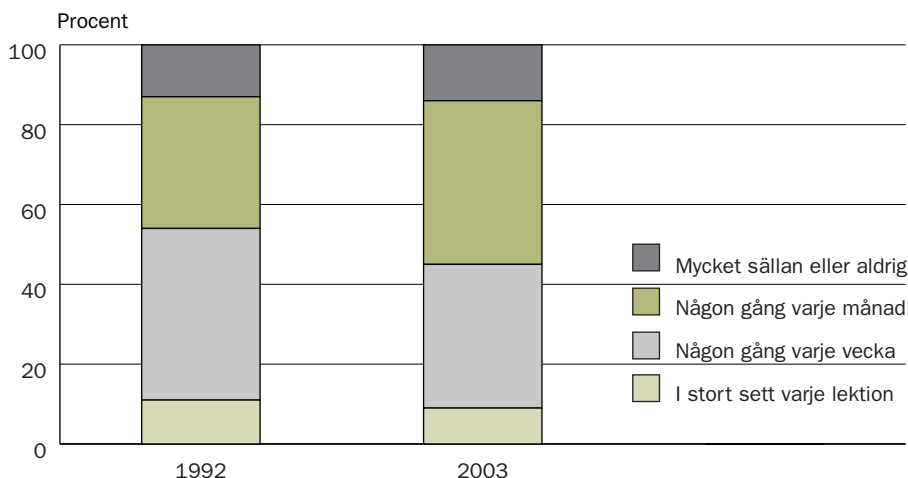
Den vanligaste arbetsformen i matematik är att eleverna sitter var för sig och arbetar och de gemensamma genomgångarna under lärares ledning har minskat påtagligt. 2003 hade nästan en fjärdedel av lärarna i matematik genomgångar bara någon gång varje månad.

Diagram 11 Procentuell fördelning av lärarsvar 1992 och 2003.
Eleverna redovisar lösningar och tankesätt för klassen.



Även elevernas kommunikation har minskat. Det är ganska ovanligt att eleverna redovisar hur de löser uppgifter inför kamraterna i klassen, över en fjärdedel gör det mycket sällan eller aldrig.

Diagram 12 Procentuell fördelning av lärarsvar 1992 och 2003.
Eleverna diskuterar olika problem och lösningar tillsammans.



Det är inte heller så vanligt att eleverna diskuterar problem och lösningar tillsammans. Andelen som gör det någon gång varje vecka eller oftare har minskat från 54 procent 1992 till 46 procent 2003. Detta trots att muntlig kommunikation skrivs fram tydligare 2003 i såväl kursplanen som betygskriterierna.

Det traditionella undervisningssättet – att läraren leder lektionen, pratar och ställer frågor medan eleverna lyssnar och svarar – har minskat i flera ämnen den senaste tioårsperioden.⁵⁴

Tabell 23 Procentuell andel lärare respektive elever som svarat på identiska frågor om arbetsformer 2003.

		Varje/de flesta lektioner	Ibland	Sällan	Aldrig/mycket sällan
Eleverna sitter och lyssnar, läraren pratar	Lärare	22	51	23	5
	Elever	30	47	18	6
Läraren pratar och ställer frågor, enskilda elever svarar	Lärare	30	53	15	3
	Elever	21	47	24	9
Läraren och eleverna diskuterar tillsammans	Lärare	34	56	9	1
	Elever	15	43	29	14
Eleverna arbetar i grupper	Lärare	16	44	33	8
	Elever	7	24	37	32
Eleverna arbetar var för sig	Lärare	68	26	5	1
	Elever	79	17	4	1
Eleverna genomför större arbeten eller projekt	Lärare	1	15	49	36
	Elever	4	13	25	58

Lärare och elever är ganska överens om hur ofta olika arbetsformer förekommer, även om lärarna menar att diskussioner och grupparbeten förekommer i något större utsträckning än vad eleverna anser.

Frågorna i tabell 23 har ställts i alla ämnen och en jämförelse visar matematikens särställning när det gäller förekomsten av tyst, eget arbete. 68 procent av lärarna och 79 procent av eleverna svarar att enskilt arbete förekommer vid varje eller de flesta matematiklektioner. Dessa andelar är betydligt större jämfört med så gott som alla andra ämnen. Bilden av ett relativt tyst ämne förstärks av att matematik tillsammans med bl a idrott och hälsa är de ämnen där förekomsten av gemensamma diskussioner är som lägst. I matematik är det 42 procent av eleverna och 10 procent av lärarna som anger att de sällan eller aldrig diskuterar tillsammans. Att eleverna arbetar i grupp eller med större arbeten eller projekt sker än mer sällan.⁵⁵ ”Det som är bra med undervisningen i matematik är vi ibland får jobba i grupp och lösa lite större matteproblem.”

⁵⁴ Skolverket (2004a).

⁵⁵ Skolverket (2004e).

Att eleverna arbetar var för sig nästan varje lektion enligt både elever och lärare behöver inte tolkas som de sitter hela lektionen och arbetar enskilt. Det som tydligare visar på utökat ensamarbete är avsaknaden av lärarledda genomgångar, grupparbeten och diskussioner. *”Det som är bra med undervisningen i matematik är att man lär sig ganska mycket om läraren står framme vid tavlan och förklarar.”*, *”Det som är dåligt med undervisningen i matematik är att det är inga genomgångar.”*, *”Det som är dåligt med undervisningen i matematik är man jobbar för sig själv alldeles för mycket.”*

Grupparbete – Processtudien

Processtudien bestod av ett mindre prov med kortsvarsuppgifter, två gruppuppgifter samt några frågor till eleverna och läraren om hur de upplevde grupparbetet. Processtudiens gruppuppgifter har här använts för att bedöma elevernas förmåga och inställning till grupparbete. Gruppuppgifterna var desamma som användes 1992 och kortprovet var identiskt med det som gavs till eleverna i skolår 5 2003. Kortprovets syfte var att jämföra elevresultat från skolår 5 och 9.

Eleverna fick tillsammans med läraren välja vilken av de två gruppuppgifterna som de skulle arbeta med. Vanligen arbetade en grupp elever med en av gruppuppgifterna i 120 minuter, uppdelade på ett eller två tillfällen. Den ena uppgiften gick ut på att eleverna skulle göra en ritning på ett tält. Som hjälp hade de en bild av 2 triangelformade segeldukar. Eleverna skulle göra en ritning på tältet, beskriva hur de använde seglen samt beräkna hur mycket duk som gick åt och blev över. (bilaga 2). Den andra uppgiften gick ut på att ordna en klassfest. (bilaga 3)

1992 var eleverna mycket ovana vid grupparbete samtidigt som både elever och lärare tyckte att det var roligt och viktigt med gruppuppgifter i matematik. Grupparbeten i matematik tycks inte ha blivit så mycket vanligare under de senaste tio åren. En majoritet av eleverna uppger sig sällan eller aldrig arbeta i grupp och andelen som gör det minst en gång i månaden är 21 procent. Samtidigt är en majoritet av både lärare och elever positivt inställda till arbetssättet. 15 procent av lärarna är neutrala och 9 procent negativa, motsvarande andelar för eleverna är 11 och 20 procent.

Bakgrunden till att grupparbeten ändå inte är så vanliga kan skyntas i lärarnas öppna svar: *”Säkert värdefullt, men man är ju alltid stressad, inte minst med att få så många som möjligt att nå målen. Men när jag ser deras engagemang ång- rar jag mig faktiskt att jag inte givit dem fler möjligheter av detta slag.”* Andra lärare menar att bra gruppammansättningar är en nödvändig förutsättning för att arbetet ska fungera eller att svaga elever inte behärskar arbetsmetoden, men det finns även lärare som hävdar motsatsen.⁵⁶

Liksom 1992 deltog de flesta elever aktivt i arbetet. 83 procent av eleverna ansåg 2003 att samarbetet fungerade bra *”Vi samarbetade och läste tillsammans så att alla förstod vad vi gjorde.”*, *”Vi har använt väldigt många olika sätt att räkna på t ex skala, division, plus, minus, bråk mm.”*. 17 procent angav att det var mindre bra eller dåligt *”Dom andra jobbade, jag tittade på.”*, *”Vi blev osams för alla ville ha rätt.”*

⁵⁶ Skolverket (2004e).

Tre av fyra tyckte att de kunde visa sina matematikkunskaper under grupparbetet *"Jag bevisade att jag faktiskt kan räkna om jag vill."* och nästan nio av tio var nöjda med sin egen arbetsinsats *"Det var kul att alla var engagerade, det gjorde mig bättre."* De som inte var nöjda kommenterade detta med att de t ex inte fick utrymme eller förstod vad de gjorde.⁵⁷

⁵⁷ Skolverket (2004e).

Möjlighet att påverka

Elevernas deltagande i både planering och utvärdering framhålls i Grundskola för bildning. ”Genom att lärare och elever gemensamt relaterar kriterierna till den undervisning som genomförs och till de vägval som görs när det gäller stoff, metod och utvärderingsformer får de en innebörd och blir begripliga för eleverna och kan ge information om vad som förväntas för ett visst betyg. Genom delaktighet i en sådan process kan eleverna utveckla förmågan att sätta egna mål för sitt lärande och bedöma sina egna resultat”.⁵⁸ I läroplanen står också att

Läraren skall

- se till att alla elever oavsett kön och social och kulturell bakgrund får ett reellt inflytande på arbetssätt, arbetsformer och undervisningens innehåll samt att detta inflytande ökar med stigande ålder och mognad,
- tillsammans med eleverna planera och utvärdera undervisningen
- svara för att eleverna får pröva olika arbetssätt och arbetsformer

I den nationella utvärderingen 2003 fanns ett antal frågor som relaterade till elevernas möjlighet att påverka.

Tabell 24 Procentuell andel lärare respektive elever som svarat på identiska påståenden om elever delaktighet och inflytande i matematik 2003.

		Mycket	Ganska mycket	Ganska lite	Inget alls
Eleverna kan påverka innehållet i matematik, d v s vad vi gör	Lärare	2	19	70	8
	Elever	7	22	44	27
Eleverna kan påverka arbetssättet i matematik, d v s hur vi ska arbeta	Lärare	3	40	53	4
	Elever	8	31	40	22
Eleverna kan påverka hur länge vi ska arbeta med olika områden i matematik	Lärare	7	37	49	7
	Elever	7	23	40	30
Eleverna kan påverka hur proven i matematik ska se ut	Lärare	1	9	54	36
	Elever	5	13	30	53

Elevernas möjlighet att påverka innehåll och arbetssätt varierar enligt dem själva mellan ämnena. Minst inflytande anser sig eleverna ha i matematik och naturorienterade ämnen.

⁵⁸ Skolverket (1996).

Arbetsätt och inflytande hos elever med olika slutbetyg

Elever med olika slutbetyg i matematik upplever sina möjligheter till inflytande och kommunikation med läraren mycket olika. Ju högre betyg en elev har desto mindre inflytande och kommunikation upplever hon/han sig ha. Duktiga elever får ofta arbeta på egen hand medan större delen av lärarens tid ägnas åt de svagpresterande eleverna.⁵⁹

När det gäller elevernas möjlighet att påverka innehållet anger 79 procent av MVG-eleverna och 48 procent av eleverna utan slutbetyg att de inte alls eller enbart i liten utsträckning kan påverka innehållet i matematik. Skillnaderna är nästan lika stora för de begränsade möjligheterna att påverka arbetsätt (anges av 67 % av MVG-eleverna, 42 % av dem utan betyg) och hur proven ska se ut (anges av 91 % av MVG-eleverna, 66 % av dem utan betyg). Elever utan slutbetyg tycks få en mer individualiserad undervisning där lärarna tar sig mer tid och är mer lyhörda för vad eleverna säger. De arbetar i mindre undervisningsgrupper och oftare med andra uppgifter än de som finns i läroboken. Elever med MVG i slutbetyg tycks arbeta mer självständigt och läroboksstyrt. Drygt hälften av MVG-eleverna anger att diskussion mellan elever och lärare förekommer sällan eller aldrig. Motsvarande andel för de utan slutbetyg är en dryg fjärdedel.⁶⁰

⁵⁹ Skolverket (2004e).

⁶⁰ Skolverket (2004e).

Läxor

Att ge läxor i matematik var något vanligare 1992 än det var 2003. En tredjedel av lärarna 2003 ger alla elever samma hemuppgifter, en tredjedel ger som läxa att göra klart det som eleven inte hunnit på lektionen och en tredjedel ger alla elever hemuppgifter men av olika slag. Drygt hälften av lärarna ger läxor som är hämtade från andra källor än boken, men hur ofta det förekommer framgår inte av enkätsvaren.

Bedömning

Lärare använder egenkonstruerade prov i ungefär samma utsträckning som tidigare. Däremot har användningen av förlagsproducerade prov ökat medan användningen av prov som lärare konstruerar tillsammans har minskat sedan 1992. Detta kanske beror på att samverkan inom ämnesgrupperna har minskat.

Lärarens bedömning

Enligt läroplanen skall läraren

- utifrån kursplanernas krav allsidigt utvärdera varje elevs kunskapsutveckling...,
- vid betygssättningen utnyttja all tillgänglig information om elevens kunskaper i förhållande till kraven i kursplanen och göra en allsidig bedömning av dessa kunskaper.

Skriftliga matematikprov är fortfarande det vanligaste sättet att bedöma elevernas kunskaper. Detta framkom också tydligt i Lusten att lära.⁶¹

Tabell 25 Procentuell fördelning av elevsvar på frågan:
Hur tar läraren reda på vad du kan i matematik?

	Ofta eller ibland	Sällan eller aldrig
Prov	92	8
Genom att se vad jag gör	83	17
Skriftligt läxförhör	47	53
Muntligt läxförhör	25	75
Samtal i klassen	40	60
Redovisning av eget arbete	17	83
Redovisning av grupparbete	12	88

I Lusten att lära – med fokus på matematik beskrivs provkulturen i matematik på följande sätt. ”Att den uttalade provkulturen inom matematikundervisningen, både till form och innehåll, påverkar elevernas syn på kunskap och lärande i hög grad är uppenbart. Det som kommer på provet är också det som är värt att lära sig och ägna uppmärksamhet åt. Detta var uppenbart vid granskningen, är väl belagt i forskning och närmast trivialt påstående. Det är

⁶¹ Skolverket (2003).

därför angeläget att utforma fler och vidare former för utvärdering som lyfter fram olika kvalitéer i elevers lärande.”⁶²

Det finns många skäl till att förändra utvärdering och bedömning i matematik. Om all utvärdering görs med skriftliga prov blir enskilt tyst arbete det som är viktigast för eleven. Många lärare vet att det finns ett behov av att variera matematikundervisningen. Men detta överensstämmer inte med ett traditionellt sätt att bedöma elevernas kunskaper. Det är då viktigt att hitta bedömningsmodeller för alternativa arbetsformer och klargöra för eleverna att de prestationer de gör på t ex laborationer, grupparbeten och diskussioner är en lika viktig del i lärarens underlag för bedömning som de skriftliga proven.

Elevers ansvar

I läroplanen står att

Läraren skall

- utgå från att eleverna kan och vill ta personligt ansvar för sin inläring och för sitt arbete i skolan.

Skolan skall sträva efter att varje elev

- utvecklar ett allt större ansvar för sina studier och
- utvecklar förmågan att själv bedöma sina resultat och ställa egen och andras bedömning i relation till de egna arbetsprestationerna och förutsättningar.

Tabell 26 Procentuell fördelning av elevsvar på frågan:
Hur bedömer du själv ditt arbete och dess resultat?

	Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Jag tycker att jag själv kan bedöma vad jag är bra och mindre bra på i matematik	90	10
Jag anstränger mig för att göra mitt bästa i matematik	83	17
Jag tycker jag tar ansvar för mitt arbete i matematik	78	22
Jag får visa vad jag kan i matematik	78	22
Läraren ger mig rättvisa betyg i matematik	80	20

⁶² Skolverket (2003).

Lärarna fick svara på frågan om eleverna klarar att ta det ansvar som inflytande över planeringen kräver. En tredjedel svarar att det stämmer mycket eller ganska bra medan två tredjedelar anser att det stämmer ganska eller mycket dåligt. En större andel elever tycker att de tar ansvar jämfört med den andel elever som lärarna anser klarar att ta ansvar.

De flesta eleverna anser att de får rättvisa betyg i de flesta ämnena. Matematiken hamnar i mitten med sina 80 procent. Mest rättvisa betyg upplever eleverna att de får i biologi (85 %) och minst rättvisa i hem- och konsumentkunskap (72 %).⁶³

Gensvar

Enligt Lusten att lära⁶⁴ är 40 procent i skolår 9 nöjda med återkopplingen. Detta kan jämföras med skolår 5 där 80 procent är nöjda.

Tabell 27 Procentuell fördelning av elevsvar på frågan: Jag får veta hur det går för mig i matematik genom:

	Stämmer mycket bra eller stämmer ganska bra	Stämmer ganska dåligt eller stämmer mycket dåligt
Proven	92	8
Utvecklingssamtalen	85	15
Samtal med läraren	72	18

Många elever anser att det bara är via resultaten på matematikproven som de får veta hur det går för dem i matematik. Nästan en sjundedel av eleverna uppger att läraren aldrig samtalar med dem om hur det går. Forskning om utvärdering och bedömning visar tydligt att gensvar enbart i form av poängsummor på prov eller betyg oftast är negativt för elevens självkänsla.

Tabell 28 Procentuell fördelning av elevsvar på frågan: Läraren och jag samtalar om hur det går för mig i matematik.

Varje vecka	Varje månad	En gång per termin	En gång per läsår	Talar inte om det alls
7	17	53	10	14

⁶³ Skolverket (2004a).

⁶⁴ Skolverket (2003).

Hur ofta läraren pratar med eleven om hur det går för denna varierar mellan ämnena. Matematik tillhör de ämnen där man mest frekvent talar med eleven. Mer än hälften av eleverna får dock sin information bara en gång per termin via utvecklingssamtalen och en åttondel uppger att de aldrig får någon information.

Tabell 29 Procentuell fördelning av elevsvar på frågan: Då talar vi om...

	Varje gång	Ibland	Sällan	Aldrig
...vad jag är bra på	48	36	11	5
...vad jag är dålig på	44	38	13	6
...vad jag kan förbättra	57	34	7	3
...hur jag kan förbättra mig	51	35	9	5

Vad talar man då om vid dessa samtal? Det mest frekventa är vad eleven kan förbättra och hur. En något större andel lärare talar om för eleven vad eleven är bra på än vad eleven är dålig på. En något större andel talar om vad eleven ska förbättra än hur eleven kan förbättra sig.

Betyg och självskattning

Det finns en ovanligt stor andel elever med betyget Godkänd i matematik. Mer än hälften av NU-03-eleverna fick slutbetyget Godkänd i matematik, en större andel än i något annat ämne. Den procentuella fördelningen för NU-03-elevernas slutbetyg i matematik är 53 procent Godkänd, 28 procent Väl godkänd, 12 procent Mycket väl godkänd och 6 procent utan slutbetyg.⁶⁵ Detta överensstämmer väl med den nationella statistiken.⁶⁶

Vid en jämförelse mellan vilket slutbetyg eleverna upplever sig förtjäna i matematik och det verkliga slutbetyget visade det sig att 62 procent av eleverna angett det betyg som de sedan fick, medan en så stor andel som en tredjedel av eleverna anser sig värda ett högre betyg. Det är mycket få (4 %) som angett att de är värda ett lägre betyg jämfört med slutbetyget. Pojkar tycker i något större utsträckning än flickor att de förtjänar ett högre betyg jämfört med vad de sedan fick. Ju lägre slutbetyg eleven har desto vanligare är det att hon/han anser sig förtjäna ett högre betyg. Av dem som inte nått målen anger 84 procent att de är värda Godkänd eller mer. Att elever som inte når upp till Godkänd eller har Godkänd i slutbetyg upplever sig förtjäna högre betyg är dock inte typiskt för matematikämnet, mönstret är det samma i andra ämnen som svenska och engelska.⁶⁷

⁶⁵ Skolverket (2004e).

⁶⁶ Skolverket (2004b).

⁶⁷ Skolverket (2004e).

**NU-resultaten
speglade i ett
internationellt
perspektiv**

Under våren 2003 genomfördes tre stora utvärderingar i matematik i grundskolans senare år. Det var den nationella utvärderingen och två internationella utvärderingar, nämligen PISA-studien⁶⁸ och TIMSS-undersökningen⁶⁹. Det finns därför möjlighet att se NU-resultatet i matematik inte bara i relation till andra ämnen utan också i relation till internationella resultat. Detta avslutande kapitel tar upp tre områden; kunskapsutvecklingen i matematik, elevers motivation, intresse och självuppfattning samt arbetet i klassrummet.

Bilden som framträder av matematikämnet i NU-03 förstärker delvis de trender som tidigare observerats under 1990-talet. När det gäller matematiska kunskaper har svenska 15-åringar presterat runt genomsnittet i det senaste decenniets internationella studier. Nationellt har trenden för 15-åringarnas kunskapsutveckling varit positiv från 1970-talet till början av 1990-talet för att därefter brytas till en något nedåtgående trend. 2003 märks försämringen både i att andelen svagpresterande elever ökat och andelen högpresterande minskat sedan 1992. I skolår 9 är könsskillnaderna i matematik både vad gäller kunskaper och attityder mycket små. Elevernas måluppfyllelse i relation till kursplanens mål att uppnå skattas till mellan 80 och 90 procent. Detta är ett bättre resultat med en högre grad av måluppfyllelse jämfört med måluppfyllelsen i t ex SO och bild.⁷⁰

PISA-studien har visat en sämre kunskapsutveckling mellan 2000 och 2003 för svenska elever relativt många andra elever i ett tjugotal OECD-länder. Dessa länders elever har blivit bättre inom området geometri och/eller inom området algebra och funktionslära mellan 2000 och 2003, medan Sverige vare sig blivit bättre eller sämre inom dessa områden. PISA-studien visar inga försämringar i genomsnittresultaten mellan 2000 och 2003 för Sveriges del. Pojkar presterar något bättre än flickor i matematik 2003, vilket inte var fallet 2000.

TIMSS-resultaten visar däremot en markant försämring för Sveriges del mellan 1995 och 2003. Inom samtliga kunskapsområden var resultaten sämre än 1995. I algebra och geometri har Sverige bland de sämsta resultaten jämfört med ett 20-tal andra länder (huvudsakligen medlemmar i OECD och EU). I statistik är däremot resultaten bättre än i dessa länder. Att svenska elever inte har så bra resultat i algebra och geometri i skolår 8 hänger samman med att relativt lite tid ägnas åt dessa kunskapsområden i jämförelse med andra länder. I TIMSS-resultaten finns inga skillnader i genomsnittresultaten mellan könen.

⁶⁸ Skolverket (2004c), PISA 2003.

⁶⁹ Skolverket (2004d), TIMSS 2003.

⁷⁰ Se Huvudrapport 2 i NU-03, samhällsorienterande ämnen och bild (rapport 252 och 253).

Resultaten från de tre utvärderingarna visar att nedgången var störst under 1990-talet och att man kan ana en oförändrad utveckling mellan 2000 och 2003. Vad kan orsakerna till kunskapsförsämringen under 1990-talet vara? En förklaring kan vara den resursminskning som skedde. 1990-talet präglades av rationaliseringar och omorganisationer i skolverksamheten beroende på besparingar. Besparingskraven innebar också att lärartätheten i skolorna minskade med i genomsnitt 20 procent mellan 1991 och 1996. Lärarna fick delvis andra uppgifter och NU-03 visar att under den senaste femårsperiod har antalet konferenser ökat. Däremot minskade antalet konferenser där ämnet och undervisning i ämnet behandlades. TIMSS konstaterar att den svenska lärarkåren är mindre erfaren 2003 än 1995 och NU-03 bekräftar att andelen kvalificerade lärare har minskat. Den svenska lärarkåren har enligt TIMSS fått mindre fortbildning än genomsnittet av övriga jämförbara länder de senaste två åren. Nästan var femte skolledare i Sverige anser enligt PISA-studien att undervisningen i matematik hindras av bristen på kvalificerade lärare.

En majoritet av eleverna i NU-03 ser matematik som ett viktigt och nyttigt ämne som de tror sig komma ha användning av i framtiden, såväl vid fortsatta studier som i arbetslivet. Samtidigt upplevs matematik av många elever som ett svårt och egentligen ointressant ämne där lektionerna går långsamt. En ökande andel elever är inte motiverade nog att göra sitt bästa och ger lätt upp inför svåra uppgifter samtidigt som många vill lära sig mer matematik. Elevernas självskattning, dvs hur säkra de är när de ska lösa uppgifter i matematik, är oförändrad sedan 1992, trots att kunskaperna har blivit sämre.

Enligt PISA ligger de svenska elevernas motivation på en genomsnittlig OECD-nivå, och de flesta svenska eleverna menar att ett skäl till att lära sig matematik är att det förbättrar deras framtidsutsikter. Självuppfattning och intresse ligger något över OECD-genomsnittet. De svenska eleverna håller i mycket större utsträckning än elever i de flesta andra OECD-länder med om att de lär sig matematik snabbt och att de även förstår de svåraste uppgifterna på matematiklektionerna. De håller i mindre utsträckning med om att de helt enkelt inte är bra i matematik. Elevernas självskattning mättes på samma sätt i PISA-studien som i NU-03. Sverige ligger vad gäller självskattning på genomsnittet av OECD-länderna. Svenska elever känner tillsammans med danska elever minst oro inför matematiken.

De svenska elevernas uppfattning att det går bra för dem i matematik har enligt TIMSS blivit vanligare 2003 jämfört med 1995. Samtidigt som de tycker sämre om att lära sig matematik.

Trenden i de tre utvärderingarna är att självförtroendet hos de svenska eleverna har ökat samtidigt som kunskaperna har försämrats. En utvecklings-

potential ligger i många elevers vilja att lära sig mer matematik och i det faktum att i Sverige är matematikängslan bland de lägsta i OECD-länderna.

Undervisningen i matematik har enligt NU-03 blivit allt tystare och allt mer isolerad och individualiserad sedan 1992. Diskussioner och lärarledda genomgångar har minskat och det enskilda arbetet har ökat. Läraren ägnar sig allt mindre åt undervisning i traditionell mening och allt mer åt att finnas till hands för elevernas enskilda läroprojekt. Matematik blir ett isolerat och personligt projekt, allt mer skilt från övriga elever. Paradoxalt nog tycks denna typ av individualisering varken komma de låg- eller högpresterande eleverna till godo i någon större utsträckning. NU-03 visar att de duktiga, högpresterande eleverna i allt större utsträckning lämnas ensamman med sitt arbete i matematik. Det finns tecken på att dessa elever är understimulerade och inte får stöd att utvecklas efter sin förmåga. Det är möjligt att det i den individualiserade utbildningen ibland läggs ett allt för stort vuxenansvar på eleverna. På de svaga att själva inse sin nivå och förmåga samt behovet av förbättring. På de duktiga att själva aktivt efterfråga utmaningar och motivera sig till att arbeta med dessa.⁷¹

Det är i detta perspektiv intressant att ta fram det som eleverna anser utmärker en bra lärare. Enligt eleverna utmärks en lärare som undervisar bra av att de är bra på att förklara, kan knyta matematiken till samhället i övrigt, engagera och skapa intresse för ämnet. De är också tydliga med krav och förväntningar och har en undervisning där eleverna kan påverka både arbetsformer och innehåll. Lärarna undersöker elevernas förkunskaper och ger hjälp som eleverna är nöjda med. Lektionerna är lugna och eleverna känner sig sedda av läraren. Undervisningen är varierad med både grupparbeten och diskussioner, men även här förekommer enskilt arbete så gott som varje lektion. Läroboken används inte genomgående utan eleverna arbetar också med andra uppgifter.

Visserligen har undervisningen blivit tystare men däremot upplever NU-eleverna att matematiklektionerna är bland de mest stökiga och oroliga i jämförelse med andra ämnen. I PISA-studien har också disciplinen på lektionerna undersökts. De svenska eleverna uppger i något större utsträckning att det är oroligt på lektionerna jämfört med OECD-genomsnittet, men skillnaden är inte särskilt stor. Eleverna uppger däremot att de i större utsträckning är många andra OECD-länders elever får stöd av sina lärare i matematik och att lärarna hjälper sina elever i sitt lärande.

Enligt TIMSS-resultaten tillhör Sverige de länder där sen ankomst, skolk och störningar i klassrummet är vanligast. Sverige tillhör samtidigt de länder där mobbing är relativt ovanligt. Samma undersökning har visat att det är vanligare i Sverige än i övriga jämförbara länder att eleverna arbetar enskilt med

⁷¹ Skolverket (2004e).

eller utan lärares handledning och att längre genomgångar är ovanligare. Mer än hälften av de svenska eleverna uppger att de aldrig arbetar i smågrupper på matematiklektionerna. I gruppen jämförbara länder är det vanligare med läxor och prov än i Sverige. Sverige hör till de länder där störst andel lärare har läroboken som huvudsaklig grund för undervisningen.

Den starkare tonvikten på muntliga kompetenser i Lpo 94 tycks ha slagit igenom i engelska och svenska men inte i matematik där trenden snarare går i motsatt riktning. Tidigare studier visar att samspelet mellan kursplan och matematikundervisning fungerar dåligt.⁷² Mot denna bakgrund är det kanske inte så konstigt att undervisningen är läromedelsstyrd. En ytterligare aspekt som kan ha påverkat utvecklingen är ambitionen på såväl nationell, kommunal och skolnivå att få så liten andel elever som inte nått målen som möjligt. Inför denna starkt uttalade ambition är det kanske naturligt att lärare i första hand inriktar sin undervisning mot målen att uppnå samt fokuserar på de svagpresterande eleverna.

Riskerna med denna undervisning är ett allt för stort fokus på resultat och facit. Man tränar verktyget och får ingen förståelse eller inblick i själva ämnet; dess förklarande, vetenskapliga karaktär. Det betyder att matematiksamtalet och diskussioner kring problemlösning inte förekommer vilket kommer att ha ett negativt inflytande på elevens språk- och begreppsutveckling. Lusten till matematik tycks försvinna runt skolår 5–6.⁷³ Nyfikenheten saknas i ämnet och eleverna kan inte se vad det som de håller på med ska leda till. Resultaten från NU-03 väcker frågan om mer enskild hjälp verkligen är det bästa sättet att tillvarata lärarresursen.⁷⁴

Matematik är ett av de ämnen som har mest tid till sitt förfogande i grundskolan jämfört med andra ämnen i Sverige. Internationellt sett så är tiden som ägnas åt matematik inte särskilt stor, enligt TIMSS har Sverige förhållandevis lite undervisningstid i matematik. En central fråga är hur den tiden som finns till förfogande i matematik används.

Läraren är den enskilt viktigaste faktorn i skolan för barns lärande.⁷⁵ Läraren måste ha såväl gedigna ämneskunskaper som ämnesdidaktiska kunskaper men också kunskaper i utvecklingspsykologi och pedagogik. Det är viktigt att läraren själv förstår och känner säkerhet i sina kunskaper i matematik och har ett stort intresse för ämnet. Men den ämnesdidaktiska kunskapen är minst lika viktig, det är då inte bara fråga om *hur* man undervisar utan också en medvetenhet i *varför* och *vad*. Det är inte minst viktigt när vi vet att vi människor, barn såväl som vuxna, lär oss på olika sätt. Läraren måste då ha kunskap i och tillämpa ett varierat arbetssätt. Eleverna måste också bli medvetna om vad han/

⁷² Skolverket (2003).

⁷³ Skolverket (2003).

⁷⁴ Skolverket (2004e).

⁷⁵ För utförligare resonemang se t ex Skolverket (2003), Gustafsson, J. & Myrberg E. (2002).

hon lär sig i ämnet och vad som behöver förbättras. På skolan måste det finnas kompetens att förebygga, kartlägga och att åtgärda eventuella svårigheter.⁷⁶ Det är därför oroande med den minskade andelen kvalificerade matematiklärare i de svenska skolorna och att det numera inte finns tillräckligt med tid för konferenser där ämnet och undervisningen i ämnet kan behandlas och diskuteras.

Undervisningen måste präglas av samtal mellan vuxna och elever om matematik och i matematik, där alla får komma till tals, där argument vägs mot varandra, där olikheter i tänkandet tas till vara och där det finns utrymme för reflektion. En konstruktiv feedback är också viktig för att utveckla lärandet och grunden för återkoppling är ofta att elevers kunskap kontinuerligt dokumenteras.⁷⁷ Den främsta feedback som många elever nu får tycks vara facit i en lärobok och det facit tar aldrig upp kvaliteter i lösningar utan bara de rätta svaren. Men att ge konstruktiv återkoppling är en grannlaga uppgift, där läraren måste ha god kännedom om elevens starka och svaga sidor och kunna uttrycka återkopplingen på ett sådant sätt att eleven utvecklas i sitt matematiska tänkande och inte känner sig nedslagen och mindre värd. Läraren måste kunna använda olika utvärderingsformer och eleverna måste tränas i att sätta mål och själva kunna bedöma vad de kan och inte kan.⁷⁸

Få ämnen har varit föremål för så mycket studier och undersökningar om elevers lärande som matematik. Det finns en omfattande forskning och dokumentation om hur barn lär sig matematik med beprövade och goda exempel på undervisningsstrategier och uppgifter.⁷⁹ Den stora frågan tycks nu vara hur man ska få ut denna kunskap och dessa goda exempel i praktiken, ut till klassrummen, lärarna och eleverna.⁸⁰

NU-03 visar att eleverna ser matematik som ett av de mest nyttiga och viktiga skolämnena. De tror sig komma få användning av ämnet både vid framtida studier och arbete och har lust att lära sig mer. Det finns alltså en positiv bas till förändring och förändring behövs. Att så många samtidigt upplever matematik som ett svårt ämne där lektionerna går långsamt och flera inte är motiverade nog att göra sitt bästa är inte acceptabelt. Rapporten har försökt skissa vad som behövs för att de negativa mönstren ska kunna brytas. Det är framförallt lärarens kompetens, undervisningens utformning samt att tiden används på ett mer konstruktivt och för elevernas matematikkunskaper mer utvecklande sätt.⁸¹

⁷⁶ Skolverket (2004e).

⁷⁷ Black, P., Wiliam, D. (1998, 2001).

⁷⁸ Skolverket (2004e).

⁷⁹ Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet i samarbete med Chalmers Tekniska Högskola, www.nem.gu.se. Nämnaren – Tidskrift för matematikundervisning. Nomad – Tidskrift för nordisk matematikdidaktik.

⁸⁰ Skolverket (2004e).

⁸¹ Skolverket (2004e).

- Black, P. & Wiliam, D. (1998, 2001), *Inside the Black Box. Raising Standards Through Classroom Assessment*, London: Kings College.
- Emanuelsson, G. (2001), *Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensinsatser för lärare i matematik 1965–2000*, NCM-rapport 2001:3, Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Gustafsson, J. & Myrberg, E. (2002) *Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat: en kunskapsöversikt*, Stockholm: Statens Skolverk: Liber
- Pettersson, A. (1994). *Hur löser elever uppgifter i matematik*. Skolverkets rapport 61, Stockholm: Skolverket: Liber.
- Pettersson, A. (2004), text i antologin *Att visa vad man kan, en samling artiklar om ämnesproven i år 5* ”Räkneförmåga och matematisk kompetens” Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (1993), *Den nationella utvärderingen av grundskolan: Matematik åk 9*, Rapport nr 15, Stockholm: Statens Skolverk: Liber.
- Skolverket (1996), *Grundskola för bildning*, Kommentarer till läroplan, kursplaner och betygskriterier. Stockholm: Skolverket: Liber
- Skolverket (1996b), TIMSS, *Svenska 13-åringars kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, Rapport nr 114, Stockholm: Statens Skolverk: Liber.
- Skolverket (1997), *Matematik årskurserna 5 och 9*, Rapport nr 119, Stockholm: Statens Skolverk: Liber.
- Skolverket (2000), *Grundskolans kursplaner och betygskriterier*, Stockholm: Skolverket/Liber
- Skolverket (2001), *PISA Svenska femtonåringars läsförmåga och kunnande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, Rapport nr 209, Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2003), *Lusten att lära – med fokus på matematik*, Skolverkets rapport nr 221, Stockholm: Statens Skolverk
- Skolverket (2004a), *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003 – Sammanfattande huvudrapport*. Rapport nr 250. Stockholm: Fritzes
- Skolverket (2004b), *Utbildningsresultat 2004 Riksnivå, Sveriges officiella statistik om förskoleverksamhet, skolbarnomsorg, skola och vuxenutbildning Del 1*, Rapport nr 240, Stockholm: Fritzes

Skolverket (2004c), *PISA 2003 Svenska femtonåringars läsförmåga och kunskande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, Rapport nr 254, Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2004d), *TIMSS 2003*, Rapport nr 255, Stockholm: Skolverket.

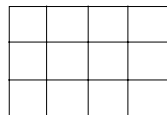
Skolverket (2004e), *Nationella utvärderingen i grundskolan 2003 – Huvudrapport – svenska/svenska som andraspråk, engelska, matematik och undersökningar i årskurs 5*. Rapport nr 251, Stockholm: Fritzes.

SÖ (1983), *Att räkna – en grundläggande färdighet*, Kommentarmaterial, Stockholm: Skolöverstyrelsen: Liber

Westin, H. (1999) *Farväl standardprov – Standardproven i matematik 1973-1997 för åk9 Jämförelser av resultat på uppgifter som återkommit genom åren*, Stockholm: Lärarhögskolan, PRIM-gruppen.

Bilaga 1

1. Skriv talet **en och en halv miljon** med siffror. Svar: _____
2. Skriv i decimalform **fjorton hundradelar**. Svar: _____
3. Hur många gram är 0,3 kg? Svar: _____ g
4. $1\ 007 - 109$ Svar: _____
5. $\frac{8}{0,4}$ Svar: _____
6. $0,02 \cdot 8\ 200$ Svar: _____
7. $10^3 - 10^2$ Svar: _____
8. Lös ekvationen $3x + 5 = 17$ Svar: $x =$ _____
9. En tågresa börjar kl 19.55 och slutar kl 22.48.
Hur lång tid tar resan? Svar: _____ h _____ min
10. Vilket av följande tal är det bästa närmevärdet
till **en tredjedel av tjugofem**?
6,9 8,3 5,5 9,3 7,7 6,2 Svar: _____
11. Vilket av följande uttryck betyder hälften av **a**?
 $a - 2$ $\frac{a}{2}$ $\frac{2}{a}$ $\frac{1}{2a}$ $\frac{a}{2a}$ $\frac{a}{0,5}$ Svar: _____
12. Hur mycket är hälften av $\frac{1}{3}$? Svar: _____
13. Skugga två tredjedelar av figuren. Svar:



14. Pelle hade 48 kr i timlön. Han fick sin lön höjd med 5 %. Vilken är hans nya timlön?

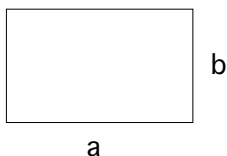
Svar: _____ kr

15. Detta är en bild av en apollofjäril i naturlig storlek. Ungefär hur stor area täcker bilden av fjärilen?



Svar: _____ cm²

16. Teckna ett uttryck för rektangelns omkrets.



Svar: _____

17. Av 6 kg äpplen får man 28 dl äppelmust. Hur många liter must kan man få av 15 kg äpplen av samma sort?

Svar: _____ liter

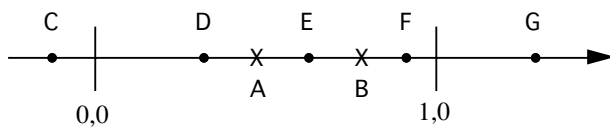
18. Ett arv ska delas lika mellan tre arvingar. En av arvingarna skänker sin tredjedel till sina fyra barn, så att var och en får lika mycket. Hur stor del av arvet får varje barn?

Svar: _____

19. Du har bestämt att du ska ha 6 knappar i din jacka. Avståndet från första knappen till den sjätte är 45 cm. Hur långt blir avståndet mellan varje knapp?

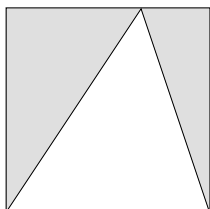
Svar: _____ cm

20. Två tal A och B, finns markerade på tallinjen här nedanför. Vilket av talen C, D, E, F eller G kan visa produkten $A \cdot B$?



Svar: _____

21. Hur stor del av kvadratens area är skuggad?

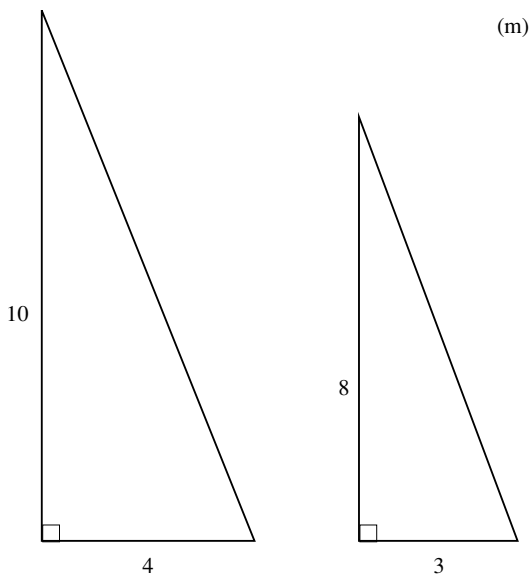


Svar: _____

Bilaga 2

Gruppuppgift – Tältet

Lasse, Stavros och Joakim behöver ett tremannatält. De har fått två begagnade segel med mått enligt nedanstående figurer. Av dessa ska de tillverka ett så stort tält som möjligt. Er uppgift är att hjälpa dem. Er redovisning ska innehålla en ritning av tältet och en beskrivning av hur de använder seglen. Dessutom ska ni beräkna hur mycket segeltyg som går åt till tältet och hur mycket som blir över.

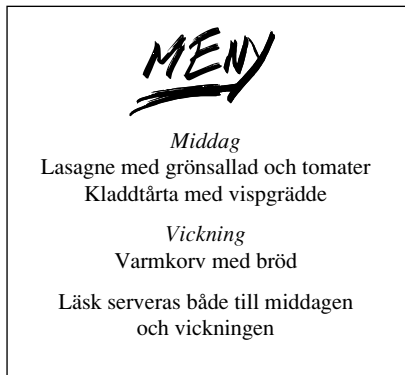


Gruppuppgift – Avslutningsfesten

Anna, John och Fia ville efter avslutningen i nian ordna en gemensam fest för alla sina kamrater. Det var totalt 114 elever men Anna, John och Fia bedömde att 10–15 % av kamraterna inte kunde vara med.

Lokal fick de låna utan kostnad och där fanns också glas och porslin. Johns bror och hans kompis lovade att för 500 kr ordna musik.

De letade i receptböcker och fastnade slutligen för följande meny:



Innan de kunde ta in anmälningar måste de göra en kostnadsberäkning. De ville inte göra någon förtjänst på festen men ville planera så att anmälningsavgiften säkert skulle täcka kostnaderna.

Vilket pris per person skulle de sätta på inbjudan?

Gör en inköpslista och beräkna en ungefärlig kostnad per person.

På nästa sida hittar ni recept och prisuppgifter på de flesta av de varor som behöver inköpas. Om ni tycker att ni behöver uppgifter, som inte finns med, så använd sunt förnuft och lite fantasi.

RECEPT

Beräkna 50 g sallad och 50 g tomater per person.
1 msk = 15 ml motsvarar för de flesta "våta livsmedel" 15 g.

Lasagne (5 pers)

12 st lasagneplattor

Till köttfärssåsen:

1 gul lök

2 morötter

1 bit (20–30 g) rotselleri

3–4 msk olja

300 g köttfärs

1 burk (400 g) krossade tomater

5 msk tomatpuré

5 dl vatten

1 buljongtärning

salt, peppar och oregano

Till bechamelsåsen:

4 msk margarin

1 dl vetemjöl

1 l mjölk

salt och riven muskotnöt

150 g ost av grevétyp

Kladdtårta (8 pers)

2 ägg

3 dl socker

150 g margarin

4 msk kakao

1 tsk vaniljsocker

1,5 dl vetemjöl

3 dl vispgrädd



Matvaror

Prisuppgifter

Grädd	14,50 kr för 3 dl
Kakao	19 kr för 250 g
Ketchup	11,90 kr för 750 g
Korvbröd	32,50 kr för 20 st
Krossade tomater	4,90 kr för en burk med 400 g
Köttfärs	68 kr/kg
Lasagneplattor	20,35 kr för 30 st
Läsk	42,50 kr för hel back med 20 flaskor
Lök	13,50 kr/kg (cirka 10 lökar per kg)
Margarin	19 kr/kg
Mjök	6,50 kr/l
Morötter	11,50 kr/kg (cirka 10 morötter per kg)
Olja	32,90 kr för 0,5 l
Ost	68 kr/kg
Pappersduk	40 kr för 10 m
Rotselleri	18 kr/kg
Sallad	32,50 kr/kg
Senap	6,90 kr för tub med 80 g
Servetter	16,50 kr för 100 st
Strösocker	23,50 kr för 2 kg
Tomater	28 kr/kg
Tomatpuré	20,25 kr för en burk med 440 g
Varmkorv	10 kr för 12 st
Vetemjöl	12,20 kr för 2 kg
Värmelj	13,90 kr för 25 st
Ägg	18,90 kr för 12 st

I denna ämnesrapport inom ramen för Skolverkets nationella utvärdering av grundskolan 2003 (NU-03), redovisas en fördjupad analys av resultaten i ämnet matematik årskurs 9.

Rapporten är framtagen av Prim-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm som på Skolverkets uppdrag har genomfört utvärderingen av ämnet matematik årskurs 9. De forskare som genomfört studien svarar självständigt för innehållet och de ställningstaganden som redovisas i denna ämnesrapport.

Skolverket

www.skolverket.se