

TIMSS Advanced 2008

Uppgifter i matematik, årskurs 3 gymnasiet

$$h_{t+1} = \omega + \alpha r_t^2 + \beta h_{t+1}$$

Monitor	Last	Chg	Volume	Properties	ASK	BID
	1816.25	+8.75	906		1816.75	1815.25
	5033.45	-169.95	536.52MM		12315	551
	2316.41	+24.14			200	9145
	12270.17	+298.98			.01	39844
	12316	+44			32	41567
	206.5	-.08			414000	3152000
	1.06	-4.5			2.34	220825
	33	+16000			267.5	5196875
		-.02			.28	
					290	

TIMSS Advanced 2008

Uppgifter i matematik, årskurs 3 gymnasiet

Beställningsadress:
Fritzes kundservice
106 47 Stockholm
Telefon: 08-690 95 76
Telefax: 08-690 95 50
E-post: skolverket@fritzes.se
www.skolverket.se
ISBN: 978-91-85545-79-7
Form: Ordförrådet AB

Förord

TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) är en internationell jämförbar studie som undersöker elevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i gymnasieskolans sista årskurs. Sveriges deltagande i internationella jämförbara studier på skolområdet syftar till att ge en bild av vårt eget skolsystem i ljuset av andra system, samt att belysa utveckling över tid på de områden undersökningarna mäter.

Detta är andra gången det genomförs en internationell studie av gymnasieeleverna i dessa ämnen och inom ramen för TIMSS. Förra gången undersökningen genomfördes var 1995. Det är Skolverkets förhoppning att rapporteringen från TIMSS Advanced 2008 samt det omfattande och rika material som undersökningen innehåller ska användas; analyseras och diskuteras, i så stor utsträckning som möjligt.

Denna rapport är en redovisning av matematikresultaten för de provuppgifter som frisläppts från TIMSS Advanced 2008. Syftet med rapporten är av ämnesdidiaktisk karaktär då den kan tjäna som material i undervisningen samt visa på vilka sorters provuppgifter som resultatet i den internationella jämförelsen bygger på. Rapporten redovisar både Sveriges och Norges resultat totalt och uppdelat på kvinnor och män.

Stockholm, december 2009

Marie Eklund
Undervisningsråd

Innehåll

Inledning	6
Algebra	8
Differential- och integralkalkyl	26
Geometri	46

Inledning

Rapportens disposition följer den uppdelning av matematik som TIMSS Advanced 2008 anger. Matematiken har delats in i de tre innehållsliga områdena *Algebra*, *Differential- och integralkalkyl* och *Geometri* (Garden et al, 2006). I inledningen av respektive avsnitt ges en kortfattad beskrivning av det innehållsliga områdets ämnesinnehåll¹ för att sedan följas av de frisläppta provuppgifterna.

Algebran i TIMSS Advanced inkluderar mycket av den algebra och funktionslära som bildar en viktig bas för matematik på universitetsnivån. Eftersom differential- och integralkalkyl är ett centralt verktyg för att förstå de principer som styr den fysikaliska världen, så spelar detta område en viktig roll i kursplaner för avancerad matematik på denna nivå och förtjänar betydande betoning. Elever som avser att studera matematik på universitetsnivån bör också utveckla en förståelse inom olika delar av geometri. Tillämpningar av geometri är direkt knutna till lösningen av många verklighetsnära problem och används i hög utsträckning i olika vetenskaper. Eftersom trigonometri har sitt ursprung i studiet av trianglars mått så innehåller geometridomänen även avsnitt om trigonometri.

Provuppgifterna utgörs både av uppgifter där eleverna ska välja mellan färdiga svarsalternativ (flervalssvar) samt av uppgifter som kräver att eleverna själva formulerar svar (egenkonstruerade svar).

En del av uppgifterna i TIMSS Advanced 2008 användes också i TIMSS 1995, en del är nya. För samtliga frisläppta uppgifter redovisas Sveriges och Norges resultat. För alla provuppgifter presenteras, förutom själva uppgiften, svarsfördelning (* markerar rätt svar) för de svenska eleverna och norska eleverna, totalt samt uppdelat på kvinnor/män.

För uppgifter med egenkonstruerade svar presenteras utöver själva uppgiften den rättningsmall som använts för att bedöma svaren. Resultaten registrerades i form av tvåsiffriga koder där den första siffran gav antal poäng medan den andra siffran användes för att skilja ut olika svarstyper. Rättningsmallen har utformats för att ge högsta möjliga reliabilitet så att rättare i olika länder ska rätta på samma sätt. Den är alltså inte anpassad för att t.ex. ge återkoppling till den elev som genomfört provet och lämpar sig därför ibland inte för användning i en undervisningssituation. Koderna 10–19 innebär att eleven får 1 poäng, 20–29 att eleven får 2 poäng, 70–79 står för fel svar medan 99 står för utelämnat svar.

¹ Översättning av Gardner et al (2006). *TIMSS Advanced 2008. Assessment Frameworks*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Algebra

Algebra

Inom *algebra* beskriver TIMSS ramverk att elever som läser studieförberedande matematik ska kunna använda sig av egenskaper hos de reella och komplexa talsystemen för att lösa problem givna i sammanhang från världen utanför matematikklassrummet och i abstrakta matematiska sammanhang. De ska också kunna undersöka grundläggande kännetecken hos talföljder och serier, och ha färdigheter i att manipulera och använda kombinationer och permutationer. Vidare är förmågan att arbeta med olika ekvationer fundamental, en förmåga som gör det möjligt att handskas med matematiska begrepp på en abstrakt nivå. Funktionsbegreppet är en viktig samlande idé i matematik.

Inom *algebra* anges i TIMSS ramverk följande sex områden:

- A1. Utföra operationer med komplexa tal
- A2. Bestämma den n-te termen i numeriska och algebraiska serier, och summan av n termer eller av ett oändligt antal termer i en serie
- A3. Lösa enkla ("straightforward") problem som inbegriper permutationer, kombinationer och sannolikhet
- A4. Lösa förstgradsekvationer, ekvationssystem, andragradsekvationer och olikheter. Ange om ett värde (eller några värden) är lösningar till en given ekvation eller olikhet. Lösa rotekvationer, logaritmiska ekvationer och exponentialekvationer.
- A5. Känna igen och presentera ekvivalenta representationer av funktioner som talpar, tabeller, grafer, formler och ord.
- A6. Bestämma tecken och värden för funktioner, inklusive rationella funktioner, för givna värden och intervall hos variabeln. Bestämma funktioner av funktioner

1

Funktionerna f och g definieras som $f(x) = x - 1$ och $g(x) = (x + 3)^2$.

$g(f(x))$ är då lika med

- Ⓐ $(x - 1)(x + 3)^2$
- Ⓑ $(x + 3)^2 - 1$
- Ⓒ $(2x - 2)^2$
- Ⓓ $(x + 2)^2$
- Ⓔ $x^2 + 8$

MAT3001

MA13001. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	22,7%	27,4%	25,6%	21,8%	42,0%	36,5%	38,6%
B	15,5%	13,9%	14,5%	12,6%	13,9%	14,1%	14,0%
C	6,1%	6,5%	6,3%	2,8%	5,6%	6,1%	5,9%
D*	43,9%	43,8%	43,8%	59,6%	27,6%	29,7%	28,9%
E	6,5%	5,5%	5,9%	2,6%	4,4%	6,3%	5,6%
Ej Svar	5,3%	3,0%	3,9%	0,6%	6,5%	7,3%	7,0%

2

I en av nedanstående figurer visas grafen till funktionen f , som definieras av

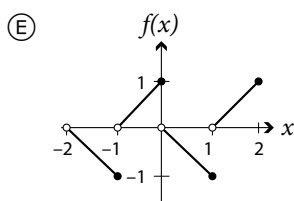
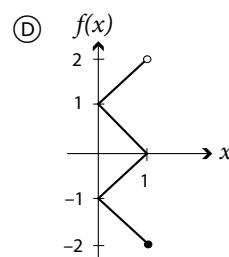
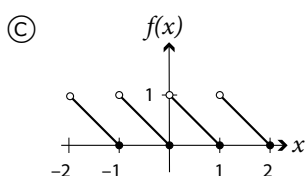
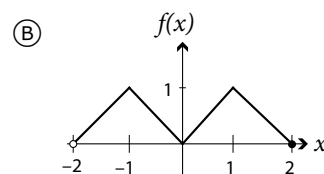
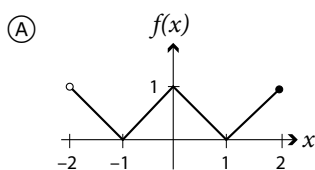
$$f(x) = -x - 1 \quad \text{om} \quad -2 < x \leq -1$$

$$f(x) = x + 1 \quad \text{om} \quad -1 < x \leq 0$$

$$f(x) = -x + 1 \quad \text{om} \quad 0 < x \leq 1$$

$$f(x) = x - 1 \quad \text{om} \quad 1 < x \leq 2$$

Markera rätt figur.



MA13002

MA13002. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A*	37,7%	43,7%	41,4%	67,0%	44,5%	42,4%	43,2%
B	12,1%	12,4%	12,3%	5,4%	11,8%	15,2%	13,9%
C	5,8%	8,2%	7,2%	6,0%	7,1%	6,9%	7,0%
D	10,4%	10,4%	10,4%	5,9%	9,4%	8,7%	9,0%
E	25,7%	19,8%	22,1%	14,2%	16,8%	17,5%	17,2%
Ej svar	8,3%	5,6%	6,7%	1,5%	10,3%	9,3%	9,7%

3

Intäkten y (Mkr) vid försäljningen av x tusen enheter av en vara kan vid olika marknadsföringsmetoder väntas följa en av följande två matematiska modeller i intervallet $0 < x < 5$:

$$\text{modell P: } y = 6x - x^2$$

$$\text{modell Q: } y = 2x$$

För vilka x -värden blir intäkten enligt modell Q större än intäkten enligt modell P?

- (A) $0 < x < 4$
- (B) $0 < x < 5$
- (C) $3 < x < 5$
- (D) $3 < x < 4$
- (E) $4 < x < 5$

MA13003

MA13003. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	9,0%	7,9%	8,3%	5,7%	8,9%	12,3%	11,0%
B	8,3%	8,2%	8,3%	9,9%	8,3%	6,2%	7,0%
C	11,5%	12,6%	12,2%	5,1%	8,6%	10,8%	10,0%
D	8,1%	7,0%	7,4%	2,7%	6,8%	6,0%	6,3%
E*	52,6%	57,0%	55,3%	70,2%	58,7%	58,5%	58,5%
Ej svar	10,5%	7,2%	8,5%	6,4%	8,7%	6,3%	7,2%

9

Hur många punkter med heltalskoordinater ligger på grafen till funktionen

$$y = \frac{12}{x}, x > 0?$$

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) oändligt många

MA13009

MA13009. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	4,6%	5,4%	5,1%	4,1%	4,3%	5,0%	4,7%
B	9,3%	10,0%	9,7%	6,4%	9,7%	10,9%	10,5%
C*	33,7%	41,9%	38,8%	59,8%	44,2%	46,3%	45,5%
D	43,3%	37,8%	40,0%	29,2%	32,2%	30,3%	31,0%
Ej svar	9,0%	4,8%	6,5%	0,5%	9,6%	7,5%	8,3%

27

En regelbunden månghörning med n sidor är inskriven i en cirkel med radien 1.
 Vilket är gränsvärdet för månghörningens omkrets, då antalet sidor n ökar?

MA13027

**Bedömningsmall:
 se sid 14**

MA13027. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
2 poäng	17,2%	22,4%	20,4%	31,0%	12,1%	23,6%	19,1%
1 poäng	3,4%	3,7%	3,6%	3,9%	3,4%	3,0%	3,1%
Fel svar	37,0%	36,3%	36,6%	16,2%	28,3%	28,7%	28,6%
Ej svar	42,4%	37,6%	39,5%	48,9%	56,2%	44,7%	49,2%

Code	Response	Item: MA13027
	Correct Response	
20	Any of 2 pi, 2π , 6.28, 6.3, or $2\pi = 6.28$	
	Partially Correct Response	
10	$\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \sin \frac{\pi}{n}$ <p>Note: Accept also $\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \sin \frac{180}{n}$</p>	
11	2 pi r or $2\pi r$ or makes a statement such as "The value of the limit is equal to the circumference of the circle."	
	Incorrect Response	
70	π or pi or 3.14	
71	∞ or "infinity" or "the limit does not exist" or equivalent statement	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Examples:</i> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \sin \frac{2\pi}{n}$ or $\lim_{n \rightarrow \infty} 2n \cos \frac{\pi}{n}$ or similar formula containing error 2. 1 3. "Almost a circle" or similar answers in words, not numerical values, stating that the shape of the polygon will become very close to that of a circle. 	
	Nonresponse	
99	Blank	

28

Man kan visa att $1^2 + 3^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$ för alla naturliga tal n .

Vilka nödvändiga steg behövs, när man ska bevisa detta påstående genom MATEMATISK INDUKTION? (Du ska inte genomföra beviset.)

MA13028

Code	Response	Item: MA13028
	Correct Response	
10	Correct description of the two steps involved in the proof (i.e., verbal or symbolic statements) equivalent to: Step 1: Prove that the statement is true for $n = 1$. Step 2: Prove if the statement is true for any natural number $n = k$, then it also is true for $n = k + 1$.	
	Incorrect Response	
70	Describes Step 2 correctly but omits Step 1 or describes it incorrectly (e.g., “prove for $n = 0$ ”, or “we must prove it for some small number”)	
71	Gives correct proof of statement by induction with or without general statement of the induction method, or <u>performs</u> Step 2 correctly but omits Step 1, or describes Step 1 incorrectly	
72	Describes Step 2: Prove that if the statement is true for any natural number $n = k$, where k is greater than 1, then it also is true for $n = k - 1$ with an appropriate Step 1.	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

MA13028. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
1 poäng	0,3%	3,1%	2,0%	0,2%	0,0%	0,2%	0,1%
Fel svar	27,8%	33,6%	31,3%	6,3%	22,4%	24,2%	23,5%
Ej svar	71,9%	63,3%	66,7%	93,5%	77,6%	75,6%	76,4%

1

En oändlig geometrisk serie har 3 som första term och $\frac{1}{3}$ som tredje term. Alla termerna i serien är positiva. Vad är seriens summa?

- (A) $\frac{27}{8}$
- (B) $\frac{10}{3}$
- (C) $\frac{9}{4}$
- (D) $\frac{9}{2}$

MA23069

MA23069. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	7,0%	16,6%	12,8%	12,3%	13,2%	12,9%
B	49,3%	43,5%	45,9%	21,2%	19,6%	20,2%
C	8,7%	7,4%	7,9%	12,5%	9,5%	10,6%
D*	23,1%	24,9%	24,2%	47,2%	51,4%	49,9%
Ej svar	11,9%	7,5%	9,3%	6,7%	6,3%	6,4%

2

$$\frac{x+1}{x-2} > 1$$

Vilka värden på x är lösningar till ovanstående olikhet?

Svar: _____

MA23135

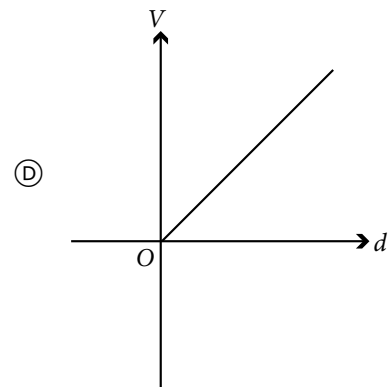
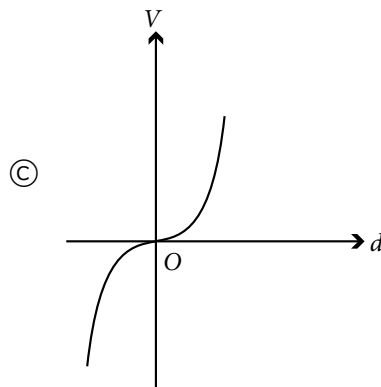
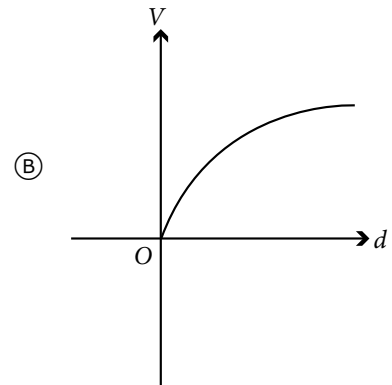
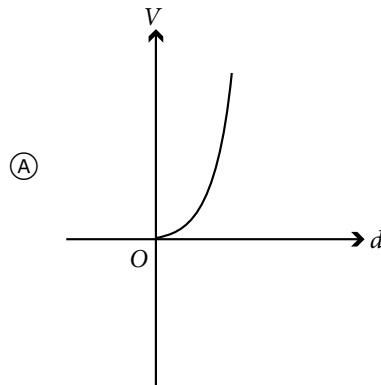
Code	Response	Item: MA23135
	Correct Response	
10	$x > 2$	
	Incorrect Response	
79	Incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

MA23135. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	22,5%	35,3%	30,2%	11,9%	18,8%	16,3%
Fel svar	65,5%	56,1%	59,9%	68,0%	61,2%	63,7%
Ej svar	12,0%	8,5%	9,9%	20,1%	20,0%	20,0%

3

En sfärisk ballong blåses upp. Vilken av figurerna nedan visar ballongens volym V som funktion av diametern d ?



MA23208

MA23208. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A*	36,1%	45,3%	41,6%	32,3%	39,5%	36,9%
B	30,1%	25,2%	27,2%	29,7%	19,3%	23,1%
C	9,8%	8,6%	9,1%	14,5%	16,9%	16,0%
D	22,7%	19,1%	20,6%	22,8%	23,3%	23,1%
Ej svar	1,2%	1,8%	1,6%	0,7%	0,9%	0,9%

21

Ett pappersark med tjockleken 0,01 cm delas på mitten och delarna läggs på varandra. Därefter delas de båda arkhalvorna och delarna läggs på varandra, så att högen blir 4 ark tjock. Hur tjock skulle pappersstapeln bli om samma process upprepades ytterligare 8 gånger?

- (A) 0,2 cm
- (B) 10,24 cm
- (C) 20,48 cm
- (D) 32,0 cm

MA23004

MA23004. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	20,9%	11,6%	15,4%	23,8%	12,9%	17,1%
B*	47,8%	64,6%	57,7%	43,7%	60,1%	53,8%
C	12,6%	12,6%	12,6%	10,5%	9,5%	9,9%
D	7,9%	7,6%	7,7%	13,8%	10,7%	11,9%
Ej svar	10,9%	3,6%	6,6%	8,3%	6,9%	7,4%

22

Vilket av alternativen är lika med $\frac{5}{x}$ då $x = -1 + \frac{1}{2}i$?

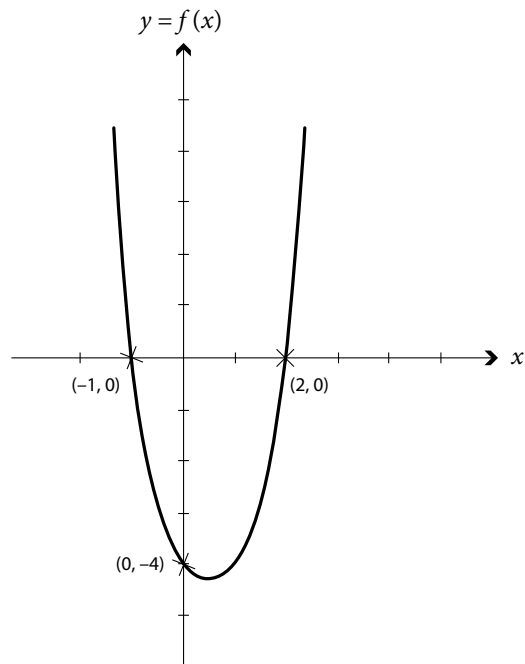
- Ⓐ $-5 + i$
- Ⓑ $-4 - 2i$
- Ⓒ $-4 + 2i$
- Ⓓ $4 + 2i$

MA23063

MA23063. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	28,6%	29,1%	28,9%	31,3%	35,0%	33,6%
B*	21,8%	21,4%	21,5%	13,2%	12,6%	12,8%
C	27,2%	32,1%	30,1%	23,5%	26,7%	25,5%
D	5,0%	8,6%	7,1%	11,1%	9,6%	10,2%
Ej svar	17,4%	8,9%	12,4%	20,9%	16,0%	17,9%

23



I figuren ovan visas grafen till funktionen f , där $f(x) = ax^2 + bx + c$. Bestäm konstanterna a , b och c .

Redovisa hur du kommit fram till ditt svar.

MA23141

MA23141. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	9,1%	7,4%	8,1%	10,0%	9,4%	9,6%
Fel svar	36,8%	37,8%	37,4%	26,8%	27,7%	27,4%
Ej svar	54,1%	54,8%	54,5%	63,2%	62,9%	63,0%

Bedömningsmall:
se sid 22

Code	Response	Item: MA23141
	Correct Response	
10	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function Method used: factorization	
11	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function Method used: solving three simultaneous equations	
12	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function Method used: solving three simultaneous equations by calculator	
13	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function Method used: quadratic regression by calculator	
19	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function Other correct method used	
	Incorrect Response	
70	Calculator used—answer incorrect or explanation inadequate (e.g., trial or error method)	
71	All values correct: $a = 2, b = -2, c = -4$, or equivalently giving the full function. No correct method shown.	
72	$c = -4$ with values of a and b either missing or incorrect.	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

24

För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 + 4$. För en annan funktion g gäller att $g(u) = \sqrt{2u-1}$. Bestäm minimivärdet för $g(f(x))$.

- (A) 0
- (B) $\sqrt{3}$
- (C) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- (D) $\sqrt{7}$

MA23133

MA23133. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	10,8%	12,9%	12,0%	12,2%	13,0%	12,7%
B	20,0%	26,3%	23,7%	24,1%	24,7%	24,5%
C	25,7%	20,7%	22,8%	15,8%	23,8%	20,7%
D*	21,8%	25,6%	24,0%	23,8%	21,4%	22,4%
Ej svar	21,7%	14,5%	17,5%	24,1%	17,1%	19,8%



Differential- och integralkalkyl

Differential- och integralkalkyl

Detta område fokuserar på att förstå gränsvärden och att bestämma gränsvärden för en funktion, på derivering och integrering av olika funktioner, och på att använda dessa färdigheter för att lösa problem.

De områden som definieras är:

- D1. Bestämma gränsvärden för funktioner, inklusive rationella funktioner. Känna till villkoren för kontinuitet och deriverbarhet för funktioner.
- D2. Derivera polynom, exponentialfunktioner, logaritmiska-, trigonometriska-, och rationella funktioner, rotfunktioner, sammansatta funktioner, parametriska funktioner. Derivera produkter och kvoter.
- D3. Använda derivator för att lösa problem, t.ex. inom kinematik, optimering och förändringshastighet.
- D4. Använda första och andraderivatans för att bestämma lutning, lokala extrempunkter, och inflexionspunkter för polynomfunktioner och rationella funktioner, och skissa och tolka funktionsgrafer.
- D5. Integrera polynomfunktioner, exponentialfunktioner, trigonometriska funktioner och rationella funktioner. Beräkna bestämda integraler och använda integration för att beräkna arean under en kurva.

4

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)(x+1)}{3x^2-2}$ har värdet

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) 1

(D) 6

(E) ∞

MA13004

MA13004. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	20,6%	15,0%	17,2%	17,6%	16,4%	12,3%	13,8%
B*	23,6%	29,8%	27,4%	44,4%	35,3%	38,1%	37,0%
C	14,9%	15,1%	15,0%	9,7%	10,5%	12,5%	11,8%
D	4,7%	5,9%	5,4%	4,0%	4,7%	6,6%	5,9%
E	24,6%	25,7%	25,3%	21,9%	18,6%	18,2%	18,3%
Ej svar	11,6%	8,4%	9,6%	2,4%	14,4%	12,3%	13,1%

6

 Derivatan av funktionen $\frac{4}{\sqrt{3x-4}}$ är

(A) $12\sqrt{3x-4}$

(B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{-2}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$

(D) $\frac{-6}{(3x-4)^{\frac{3}{2}}}$

(E) $6\sqrt{3x-4}$

MA13006

MA13006. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	9,5%	9,8%	9,7%	7,3%	22,4%	16,8%	18,9%
B	17,2%	24,4%	21,6%	22,9%	16,9%	14,5%	15,4%
C	27,4%	25,9%	26,5%	27,6%	20,3%	21,0%	20,7%
D*	29,2%	24,8%	26,5%	34,2%	17,2%	24,4%	21,7%
E	7,5%	7,7%	7,6%	4,9%	10,3%	10,5%	10,4%
Ej svar	9,2%	7,4%	8,1%	3,1%	12,8%	12,8%	12,8%

24 $\int_1^2 \left(x - \frac{1}{x^2} \right) dx =$

(A) $-3\frac{1}{8}$

(B) 1

(C) $2\frac{5}{8}$

(D) 4

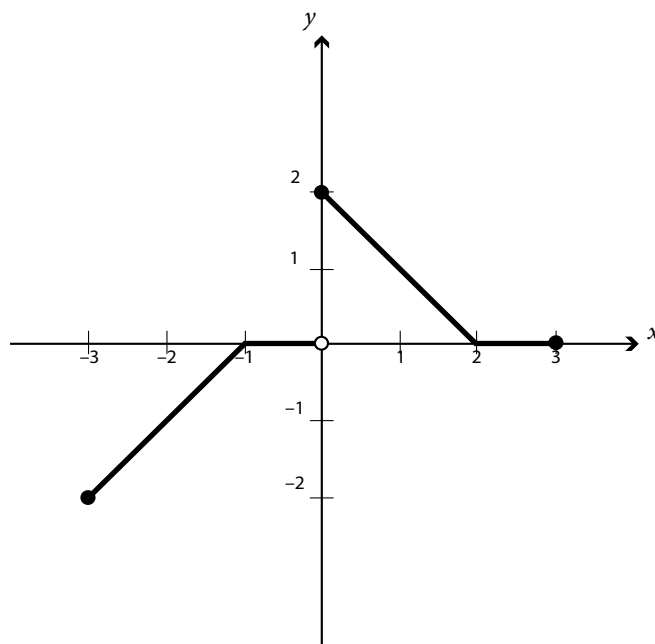
(E) $4\frac{1}{2}$

MA13024

MA13024. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	9,3%	7,4%	8,1%	5,9%	8,5%	4,7%	6,2%
B*	41,5%	41,5%	41,5%	54,4%	51,3%	55,5%	53,9%
C	23,6%	25,3%	24,6%	15,1%	16,7%	18,1%	17,5%
D	6,7%	5,1%	5,8%	4,0%	5,1%	5,6%	5,4%
E	11,5%	10,8%	11,1%	16,1%	10,0%	8,1%	8,8%
Ej svar	7,3%	9,9%	8,9%	4,5%	8,4%	8,1%	8,2%

25

 Funktionen $y = f(x)$, $-3 \leq x \leq 3$ definieras genom nedanstående graf.

 A. För vilket eller vilka värden på x i intervallet $-3 < x < 3$ är funktionen f INTE kontinuerlig?

 B. För vilket eller vilka värden på x i intervallet $-3 < x < 3$ är funktionen f INTE deriverbar?

 Bedömningsmall och
svarsfördelning B:
se sid 31

MA13025

MA13025A. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
1 poäng	21,5%	23,0%	22,5%	37,4%	35,2%	35,3%	35,3%
Fel svar	52,8%	50,7%	51,5%	38,1%	38,9%	34,3%	36,1%
Ej svar	25,7%	26,3%	26,0%	24,5%	25,8%	30,4%	28,6%

MA13025B. Svarsfördelning i procent.

1 poäng	2,4%	4,1%	3,4%	1,7%	2,1%	1,4%	1,7%
Fel svar	67,5%	66,7%	67,0%	72,6%	57,2%	59,2%	58,4%
Ej svar	30,1%	29,2%	29,5%	25,7%	40,7%	39,5%	39,9%

Code	Response	Item: MA13025A
	Correct Response	
10	Correct answer: Only for $x = 0$. Accept answers such as “in points (0, 0) and (0, 2)” as correct.	
	Incorrect Response	
79	Incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Examples:</i> 1. Any of the following answers: For $x = -1$ OR For $x = 2$ OR For $x = -1$ and $x = 2$ 2. For all values of x in the interval $0 \leq x \leq 2$ <i>Note:</i> Use this code for all answers “interval with endpoints 0 and 2” no matter whether the interval is open or closed. 3. For <u>no</u> values of x , that is, the function is continuous for all x in the interval $-3 < x < 3$ (“Continuous” may be confused with “defined.”) 4. x in $(-3, -1) \cup (0, 2)$ OR x in $(-1, 0) \cup (2, 3)$	
	Nonresponse	
99	Blank	
Code	Response	Item: MA13025B
	Correct Response	
10	Correct answer: for $x = -1$ and for $x = 0$ and for $x = 2$ <i>Note:</i> Accept answers that also include $x = -3$ and/or $x = 3$. Accept answers shown as points in the plane instead of values of x (e.g., language such as “point (-1, 0)” instead of $x = -1$).	
	Incorrect Response	
70	For $x = 0$	
71	Any of the following answers: For $x = -1$ OR For $x = 2$ OR For $x = -1$ and for $x = 2$	
72	For all values of x in the interval $-1 \leq x \leq 0$ and $2 \leq x \leq 3$ (Misconception: “where f is flat, it has no derivative.”)	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Examples:</i> 1. For <u>NO</u> values of x (i.e., the function is differentiable for all x in the interval $-3 < x < 3$) 2. For <u>ALL</u> values of x in the interval $-3 < x < 3$ (i.e., the function is nondifferentiable for every value of x). 3. For <u>ALL</u> values of x in the interval $-1 \leq x \leq 0$ or in the interval $2 \leq x \leq 3$ 4. The question cannot be answered because we do not know the function f' or any similar expression.	
	Nonresponse	
99	Blank	

4

Bestäm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$

Redovisa hur du kommit fram till ditt svar.

MA23165

MA23165. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	8,0%	10,8%	9,7%	16,2%	14,3%	15,0%
Fel svar	60,7%	46,7%	52,3%	44,5%	42,1%	42,9%
Ej svar	31,3%	42,4%	38,0%	39,3%	43,6%	42,1%

Bedömningsmall och svarsfördelning B: se sid 33

Code	Response	Item: MA23165
	Correct Response	
10	$\frac{3}{2}$ or equivalent; by algebraic manipulations <i>Examples:</i> 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{2}$ 2) Let $x = h + 1$, then $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h+3)}{(h+2)} = \frac{3}{2}$	
11	$\frac{3}{2}$ or equivalent; numerical approximation; substitution of value of x close to 1 <i>Example:</i> Let $x = 1.001$ $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = \frac{1.00201 + 1.001 - 2}{1.00201 - 1} = \frac{0.003}{0.002}$ Limit is $3/2$	
12	1.5 using a graphing or symbolic calculator	
	Incorrect Response	
70	Calculator used—answer incorrect or explanation inadequate	
71	$\frac{3}{2}$ or equivalent; no method or wrong method given	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

5

Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = e^{\cos x}$

- (A) $e^{\cos x}$
- (B) $e^{-\sin x}$
- (C) $e^{\cos x} \cdot \sin x$
- (D) $-e^{\cos x} \cdot \sin x$

MA23039

MA23039. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	4,9%	12,3%	9,3%	25,6%	20,7%	22,5%
B	10,2%	9,6%	9,9%	16,1%	14,5%	15,1%
C	19,7%	22,3%	21,2%	16,7%	22,2%	20,2%
D*	63,2%	53,7%	57,5%	39,9%	40,2%	40,1%
Ej svar	1,9%	2,1%	2,0%	1,7%	2,3%	2,0%

6

Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$

Redovisa hur du kommit fram till ditt svar.

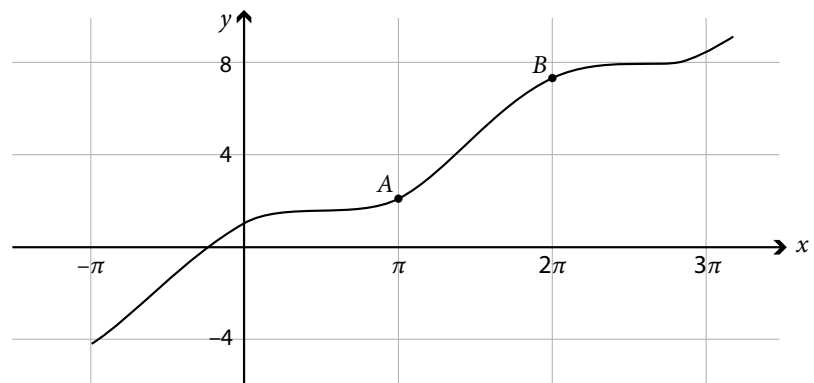
MA23159

Code	Response	Item: MA23159
	Correct Response	
10	Using quotient rule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u'v - uv')}{v^2}$ or, product rule $(uv)' = u'v + uv'$, obtains $f'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2}$	
11	Correct expression using calculator	
	Incorrect Response	
70	Calculator used—answer incorrect or explanation inadequate	
71	Correct answer but no method shown	
72	Using quotient rule but not completing with correct answer	
73	Using product rule but not completing with correct answer	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

MA23159. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	19,7%	19,7%	19,7%	33,5%	26,2%	28,8%
Fel svar	73,8%	67,8%	70,2%	59,1%	65,6%	63,3%
Ej svar	6,5%	12,5%	10,1%	7,3%	8,2%	7,9%

7



Sofia studerar grafen till funktionen $y = x + \cos x$, som visas här ovanför. Hon påstår att kurvans lutning är samma i punkt A som i punkt B. Förklara varför hon har rätt.

MA23198

Code	Response	Item: MA23198
	Correct Response	
10	Explanation involving differentiating and showing the gradient is the same at $x = \pi$ and $x = 2\pi$; or using the nature of the cosine function to establish that the gradient is the same at $x = \pi$ and $x = 2\pi$	
11	Correct answer using calculator with adequate explanation	
	Incorrect Response	
70	Calculator used—answer incorrect or explanation inadequate	
71	Differentiates correctly but does not give adequate explanation of why slopes are equal	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

MA23198. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	20,8%	22,1%	21,6%	6,3%	9,8%	8,5%
Fel svar	62,1%	57,8%	59,5%	62,5%	61,5%	61,9%
Ej svar	17,1%	20,1%	18,9%	31,2%	28,7%	29,6%

8

 Bestäm $\int \frac{x^2+2}{x} dx$ ($x > 0$).

- Ⓐ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{x^2} + C$
- Ⓑ $\frac{1}{2}x^2 + 2 \ln x + C$
- Ⓒ $\frac{1}{2}x^2 + \ln 2x + C$
- Ⓓ $\frac{4}{3}x^3 + 4x^3 + C$

MA23042

MA23042. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	18,9%	14,5%	16,3%	9,9%	7,8%	8,6%
B*	35,3%	44,7%	40,9%	52,2%	46,7%	48,7%
C	21,1%	21,8%	21,5%	20,7%	19,4%	19,9%
D	17,8%	12,2%	14,4%	11,7%	14,4%	13,4%
Ej svar	6,9%	6,8%	6,8%	5,5%	11,7%	9,4%

25

En bil börjar bromsa när den närmar sig en korsning. När den bromsat i t sekunder har den förflyttat sig sträckan $s(t)$ meter, där $s(t) = -t^2 + 20t$. Hur långt kommer bilen att ha förflyttat sig från dess att den börjar bromsa till dess att den stannar?

- (A) -20 m
- (B) 10 m
- (C) 50 m
- (D) 100 m

MA23158

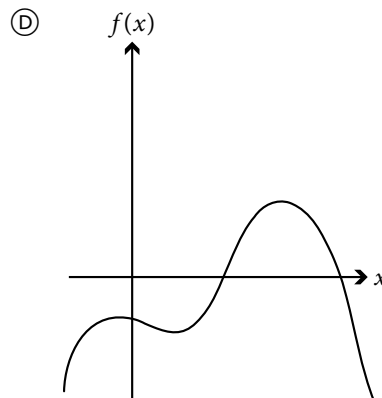
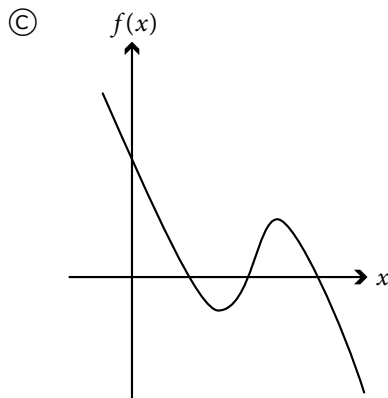
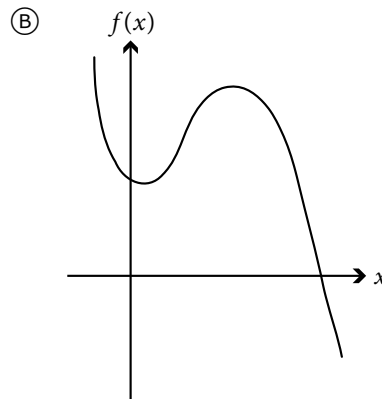
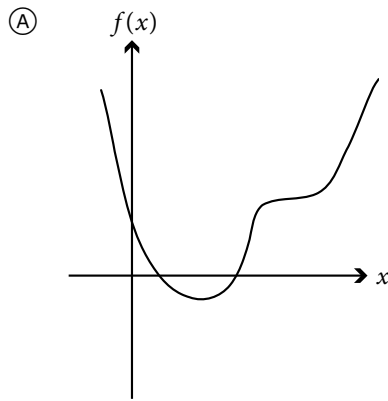
MA23158. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	8,3%	8,8%	8,6%	15,2%	10,6%	12,4%
B	26,7%	25,3%	25,8%	11,8%	21,0%	17,5%
C	30,9%	29,8%	30,2%	30,7%	32,7%	32,0%
D*	18,1%	22,8%	20,9%	22,6%	21,3%	21,8%
Ej svar	16,1%	13,4%	14,5%	19,7%	14,3%	16,4%

26

Vilken av graferna A-D uppfyller samtliga nedanstående villkor?

$$f(-1) > 0, f(3) < 0, f'(5) = 0, f''(5) < 0$$



MA23151

MA23151. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	15,1%	12,8%	13,8%	12,0%	11,7%	11,8%
B	16,0%	17,1%	16,6%	23,0%	14,7%	17,9%
C*	32,7%	38,7%	36,2%	28,5%	32,5%	30,9%
D	19,9%	19,3%	19,6%	14,9%	25,7%	21,5%
Ej svar	16,3%	12,1%	13,8%	21,7%	15,4%	17,8%

27

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

 A. Vilka är x -värdena för de punkter där grafen till $f(x)$ skär x -axeln?

 $x =$ _____

 B. I vilka punkter har grafen till $f(x)$ maximi- och minimivärden?

Maximivärde(n): _____

Minimivärde(n): _____

MA23035

MA23035A. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	9,4%	11,2%	10,4%	34,1%	33,3%	33,6%
Fel svar	52,6%	52,2%	52,4%	35,6%	38,4%	37,4%
Ej svar	38,0%	36,6%	37,2%	30,3%	28,2%	29,0%

MA23035B. Svarsfördelning i procent.

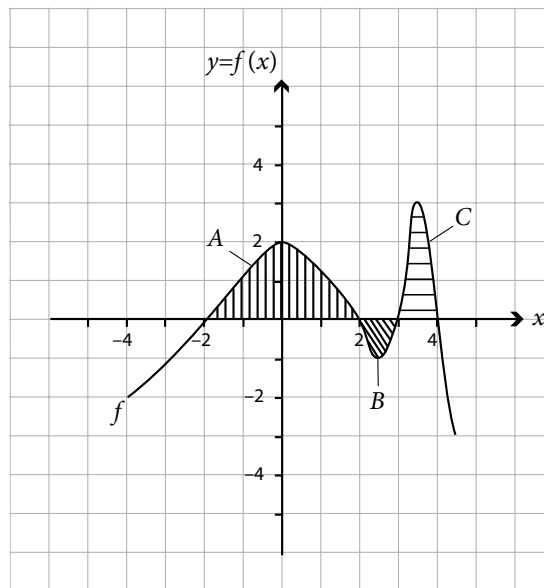
	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	8,5%	5,4%	6,7%	30,7%	23,4%	26,2%
Fel svar	42,9%	50,2%	47,2%	37,1%	43,6%	41,1%
Ej svar	48,6%	44,4%	46,1%	32,2%	33,0%	32,7%

Bedömningsmall:
se sid 41

Code	Response	Item: MA23035A
	Correct Response	
10	All three of $-\sqrt{2}$, 0, and $\sqrt{2}$. Accept $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$. $\sqrt{2}$ may be given as 1.41, 1.42, or a value between these.	
	Incorrect Response	
70	Any two of $-\sqrt{2}$, 0, and $\sqrt{2}$, or $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$. $\sqrt{2}$ may be given as 1.41, 1.42, or a value between these.	
79	Incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

Code	Response	Item : MA23035B
	Correct Response	
10	Maximum $(0, 0)$, Minimum $(-1, -1)$ and $(1, -1)$	
	Incorrect Response	
70	Any two of the above correctly identified as maximum or minimum	
71	x values only given (i.e., maximum 1, minimum -1 and 1)	
79	Incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

28



Figuren visar grafen till funktionen $y = f(x)$ och tre områden (A, B och C) som begränsas av funktionens graf samt x -axeln. Område A har arean 4,8 areaenheter, område B har arean 0,8 areaenheter och område C har arean 2 areaenheter.

Vilket värde har integralen $\int_{-2}^4 f(x)dx$?

- (A) 5,6
- (B) 6,0
- (C) 6,8
- (D) 7,6

MA23050

MA23050. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	7,7%	13,6%	11,2%	4,0%	4,5%	4,3%
B*	27,6%	25,2%	26,2%	16,9%	27,1%	23,2%
C	22,0%	20,4%	21,1%	17,1%	20,3%	19,1%
D	19,5%	20,8%	20,2%	41,2%	32,3%	35,7%
Ej svar	23,2%	20,1%	21,3%	20,8%	15,8%	17,7%

29

Bestäm $\int e^{1+4x} dx$

Ⓐ $\frac{1}{4}e^{1+4x} + C$

Ⓑ $e^{1+4x} + C$

Ⓒ $4e^{1+4x} + C$

Ⓓ $e^{x+2x^2} + C$

MA23041

MA23041. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A*	16,7%	26,3%	22,4%	43,5%	39,5%	41,0%
B	20,8%	21,3%	21,1%	17,2%	16,7%	16,9%
C	28,6%	23,8%	25,8%	17,5%	20,9%	19,6%
D	10,6%	8,3%	9,2%	7,3%	9,0%	8,3%
Ej svar	23,3%	20,3%	21,5%	14,5%	13,9%	14,2%



Geometri

Geometri

Geometriuppgifterna i TIMSS Advanced 2008 kopplas till följande fyra delområden: *Euklidisk geometri* (traditionell eller transformation), *Analytisk geometri*, *Trigonometri* och *Vektorer*. I ramverket för TIMSS Advanced 2008 konstateras att Euklidisk geometri och analytisk geometri har varit viktiga komponenter i den högre skolmatematiken i århundraden och betraktas fortfarande som viktiga grundförutsättningar för matematikstudier på universitetsnivån. Trigonometri är en del av matematikstudierna i alla länder, men betraktas inte alltid som en del av geometrin. TIMSS ramverk hävdar att transformationsgeometri och vektorer först på senare tid inkluderats i matematikkursplaner i många länder, och konstaterar att det finns en avsevärd variation mellan länder såväl när det gäller hur mycket dessa områden betonas som hur djupgående de behandlas. TIMSS-uppgifterna som handlar om dessa två områden behandlar därför relativt elementära saker.

Inom geometridomänen definieras fem innehållsområden:

- G1. Använda egenskaperna hos geometriska figurer för att lösa problem.
Visa enkla geometriska satser i två och tre dimensioner.
- G2. Använda riktningskoefficienter, skärningspunkter med y-axeln och skärningspunkter mellan räta linjer i koordinatsystem för att lösa problem.
- G3. Känna till och tillämpa cirkelns ekvation och egenskaper i koordinatsystem. Bestämma tangenter och normaler till givna punkter på en cirkel.
- G4. Använda trigonometri för att lösa problem som handlar om trianglar.
Känna till egenskaper hos sinus-, cosinus- och tangenskurvor, och lösa enkla ekvationer som innehåller dessa funktioner.
- G5. Tillämpa egenskaper hos vektorer och deras summor och differenser för att lösa problem.

7

En liksidig triangel har en sida längs x -axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem. Summan av de tre sidornas riktningskoefficienter är då

- (A) 0
- (B) -1
- (C) 1
- (D) $2\sqrt{3}$
- (E) $1+2\sqrt{3}$

MA13007

MA13007. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A*	41,6%	46,8%	44,8%	71,6%	48,3%	53,4%	51,5%
B	5,6%	6,6%	6,2%	3,7%	1,8%	1,1%	1,4%
C	21,8%	20,4%	21,0%	10,8%	19,1%	18,0%	18,4%
D	14,7%	12,2%	13,2%	9,3%	12,4%	14,3%	13,6%
E	7,1%	6,5%	6,7%	3,6%	7,5%	5,7%	6,4%
Ej Svar	9,2%	7,5%	8,1%	1,0%	10,8%	7,4%	8,7%

8

Triangeln PQR är likbent och har en rät vinkel i P . Om PT är en median, så har PT samma längd som

- Ⓐ PR
- Ⓑ PQ
- Ⓒ QR
- Ⓓ QT

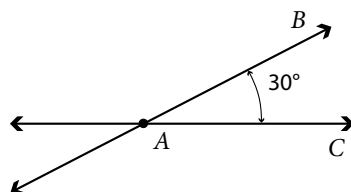
MA13008

MA13008. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A	11,4%	10,2%	10,7%	5,2%	9,5%	10,6%	10,2%
B	14,9%	15,8%	15,5%	5,5%	14,4%	13,9%	14,1%
C	22,2%	26,4%	24,8%	13,6%	13,8%	20,3%	17,8%
D*	41,5%	40,8%	41,1%	73,9%	52,2%	46,3%	48,5%
Ej svar	10,0%	6,8%	8,0%	1,8%	10,1%	9,0%	9,4%

21

Då linjen AB roterar kring linjen AC så att vinkeln mellan AB och AC hela tiden är 30° , bildar linjen AB



- (A) en kon
- (B) en cylinder
- (C) en spiral
- (D) en cirkel
- (E) ett klot

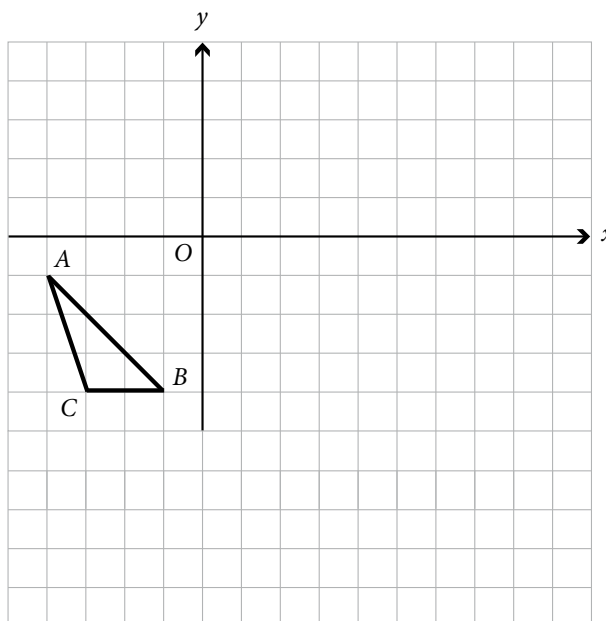
MA13021

MA13021. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
A*	74,3%	73,8%	74,0%	90,0%	67,7%	66,5%	67,0%
B	1,6%	3,1%	2,5%	0,4%	3,7%	4,3%	4,1%
C	5,5%	7,8%	6,9%	1,6%	6,3%	7,4%	7,0%
D	14,7%	10,9%	12,4%	7,3%	16,9%	17,6%	17,3%
E	2,7%	1,6%	2,0%	0,0%	5,0%	2,3%	3,3%
Ej svar	1,3%	2,7%	2,2%	0,7%	0,4%	1,9%	1,3%

26

- A. Triangeln ABC speglas i y -axeln. Rita i diagrammet bilden $A'B'C'$ av triangeln ABC vid denna spegling. Sätt ut A' , B' och C' .
- B. Triangeln ABC roteras 90° moturs kring origo. Rita i diagrammet triangeln $A''B''C''$, som är bilden av ABC vid denna rotation. Markera A'' , B'' och C'' i diagrammet.



MA13026

Bedömningsmall:
se sid 51

MA13026A. Svarsfördelning i procent.

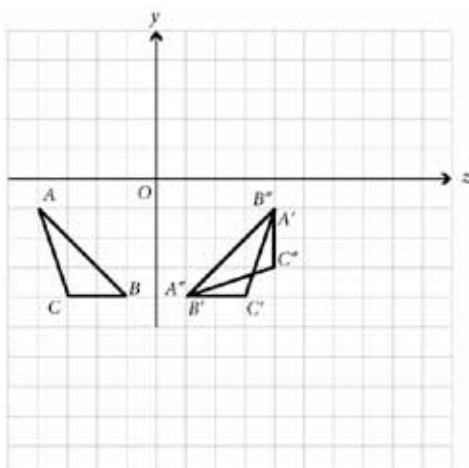
	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
1 poäng	17,9%	19,4%	18,8%	39,5%	63,0%	63,3%	63,2%
Fel svar	45,2%	49,8%	48,0%	37,0%	32,2%	27,8%	29,5%
Ej svar	36,9%	30,8%	33,2%	23,5%	4,8%	8,9%	7,3%

MA13026B. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
1 poäng	5,0%	12,7%	9,7%	11,4%	9,2%	18,7%	15,0%
Fel svar	48,8%	46,7%	47,5%	49,4%	69,3%	59,7%	63,5%
Ej svar	46,2%	40,6%	42,8%	39,2%	21,5%	21,6%	21,5%

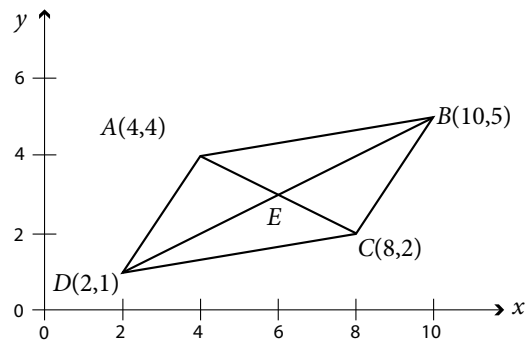
Code	Response	Item: MA13026A
Correct Response		
10	Correct answer: $(x, y) \rightarrow (-x, y) \frac{1}{2}$ $A' (4, -1)$ $B' (1, -4)$ $C' (3, -4)$	
Incorrect Response		
70	$A'B'C'$ is the image of triangle ABC under reflection in the x -axis. $A' (-4, 1)$ $B' (-1, 4)$ $C' (-3, 4)$	
71	Image $A'B'C'$ has correct shape and position but is incorrectly labeled	
79	Other incorrect (including sides of a triangle not drawn or vertices not labeled, crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Example:</i> $A'B'C'$ is the image of triangle ABC under the central symmetry with center O , the origin. $A' (4, 1)$ $B' (1, 4)$ $C' (3, 4)$	
Nonresponse		
99	Blank	

Code	Response	Item: MA13026B
Correct Response		
10	Correct answer: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$ $A'' (1, -4)$ $B'' (4, -1)$ $C'' (4, -3)$	
Incorrect Response		
70	$A''B''C''$ is the correct image of triangle $A'B'C'$ (NOT ABC), as shown in response to Part A, under the rotation 90° counterclockwise with center O .	
71	$A''B''C''$ is the image of triangle ABC under a clockwise 90° rotation with center O . $A'' (-1, 4)$ $B'' (-4, 1)$ $C'' (-4, 3)$	
72	Image $A''B''C''$ has correct shape and position but is incorrectly labeled	
79	Other incorrect (including sides of a triangle not drawn or vertices not labeled, crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Examples:</i> 1. $A''B''C''$ is the image of triangle ABC under reflection in the x -axis. $A'' (-4, 1)$ $B'' (-1, 4)$ $C'' (-3, 4)$ 2. $A''B''C''$ is the image of triangle ABC under the central symmetry with center O ; OR, equivalently, under the rotation of 180° around O . $A'' (4, 1)$ $B'' (1, 4)$ $C'' (3, 4)$	
Nonresponse		
99	Blank	



29

I fyrhörningen $ABCD$ skär diagonalerna AC och BD varandra i E . VISA att E är mittpunkt på AC och BD . Redovisa alla beräkningar.



MA13029

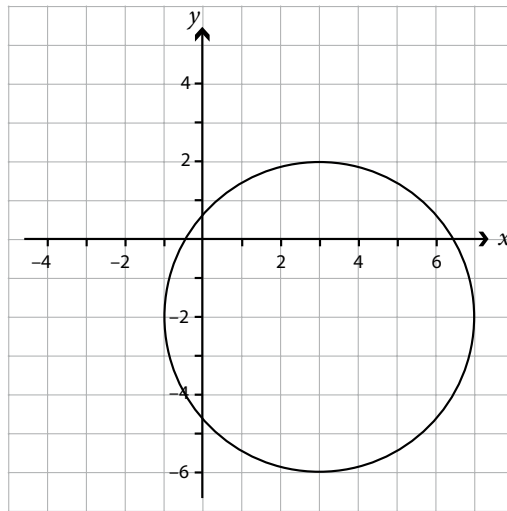
Bedömningsmall:
se sid 53

MA13029. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Tot. 1995	Norge		
	Kvinnor	Män	Tot. 2008		Kvinnor	Män	Tot. 2008
2 poäng	8,5%	8,5%	8,5%	12,3%	13,9%	16,3%	15,3%
1 poäng	4,0%	2,9%	3,3%	8,5%	7,7%	6,3%	6,9%
Fel svar	49,7%	41,3%	44,6%	22,0%	43,0%	37,4%	39,6%
Ej svar	37,8%	47,4%	43,6%	57,2%	35,4%	40,0%	38,2%

Code	Response	Item: MA13029
	Correct Response	
20	Any completely correct proof (e.g., showing diagonals have the same midpoint; proving that $ABCD$ is a parallelogram and hence diagonals have the same midpoint; proving that $ABCD$ is a parallelogram and hence diagonals bisect each other).	
	Partially Correct Response	
10	Method that is partially completed (e.g., shows that point $E(6, 3)$ is midpoint of only AC or BD ; or correct proof with step missing or one or two reasons incorrect or missing)	
	Incorrect Response	
79	Incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task) <i>Example:</i> <i>States that "From the diagram, it is obvious that $ABCD$ is a parallelogram, and hence its diagonals must bisect each other" or an equivalent statement</i>	
	Nonresponse	
99	Blank	

9



Vilken är ekvationen för cirkeln i figuren ovan?

- Ⓐ $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 9 = 0$
- Ⓑ $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$
- Ⓒ $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$
- Ⓓ $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

MA23055

MA23055. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	10,2%	11,9%	11,2%	12,8%	11,3%	11,9%
B	17,7%	13,6%	15,3%	18,0%	25,7%	22,9%
C	34,3%	36,2%	35,4%	26,1%	27,0%	26,7%
D*	26,8%	29,4%	28,4%	33,9%	27,5%	29,8%
Ej svar	11,0%	8,8%	9,7%	9,3%	8,5%	8,8%

10

Hur många lösningar har ekvationen $\sin x + \cos x = 2$ i intervallet 0 till 8π ?

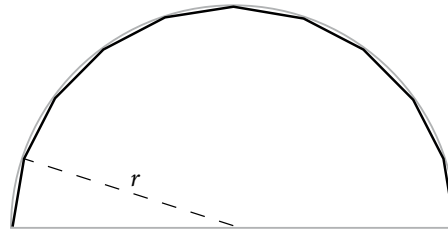
- (A) 0
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 8

MA23080

MA23080. Svartsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A*	39,6%	48,5%	44,9%	29,7%	34,7%	32,8%
B	12,0%	11,9%	11,9%	11,3%	3,8%	6,6%
C	32,2%	25,6%	28,2%	33,1%	34,2%	33,8%
D	11,9%	11,5%	11,7%	23,6%	21,9%	22,5%
Ej svar	4,3%	2,5%	3,2%	2,3%	5,3%	4,2%

11



Figuren visar ett halvcirkelformat rum, sett uppifrån. En arkitekt sätter in 10 plana fönster i rummet, enligt figuren. Om cirkelns radie är r , vilken av följande ekvationer skulle arkitekten kunna använda för att bestämma bredden på varje fönster?

- (A) $w = r \sin 9^\circ$
- (B) $w = 2r \sin 9^\circ$
- (C) $w = r \cos 18^\circ$
- (D) $w = 2r \sin 18^\circ$

MA23021

MA23021. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	10,3%	9,9%	10,0%	12,6%	13,1%	12,9%
B*	18,0%	24,1%	21,7%	17,1%	19,0%	18,3%
C	44,2%	39,9%	41,6%	45,1%	40,6%	42,2%
D	23,0%	21,9%	22,3%	21,1%	22,7%	22,1%
Ej svar	4,5%	4,2%	4,3%	4,2%	4,6%	4,5%

30

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

Vilka är de möjliga värdena på x mellan 0° och 360° ?

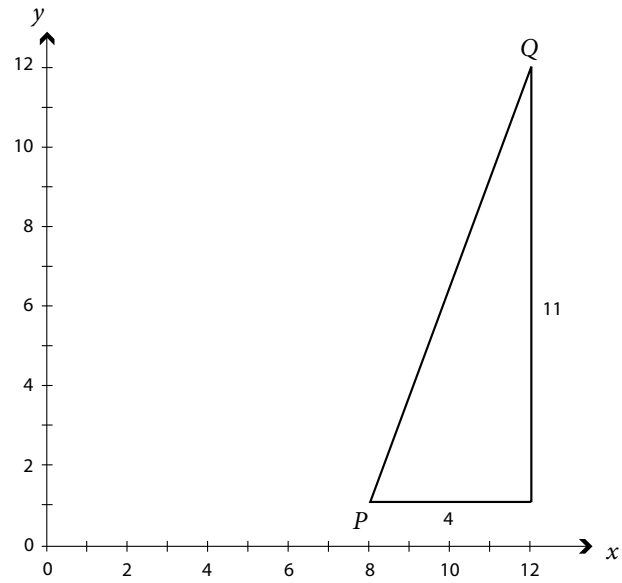
- (A) $30^\circ, 150^\circ$
- (B) $195^\circ, 345^\circ$
- (C) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$
- (D) $15^\circ, 75^\circ, 195^\circ, 255^\circ$

MA23182

MA23182. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
A	15,0%	21,6%	18,9%	12,8%	18,2%	16,1%
B	12,7%	8,6%	10,3%	9,2%	6,1%	7,3%
C	16,6%	19,8%	18,5%	22,0%	24,5%	23,5%
D*	36,6%	32,3%	34,0%	34,3%	35,5%	35,1%
Ej svar	19,1%	17,7%	18,3%	21,7%	15,6%	18,0%

31



En rät linje l går genom punkterna $A(1, -2)$ och $B(3, 4)$.
Är linjen l parallell med PQ ?

Motivera ditt svar.

MA23170

MA23170. Svarsfördelning i procent.

	Sverige			Norge		
	Kvinnor	Män	Totalt	Kvinnor	Män	Totalt
1 poäng	15,6%	14,4%	14,9%	21,6%	20,7%	21,0%
Fel svar	38,8%	38,5%	38,6%	44,9%	42,9%	43,7%
Ej svar	45,6%	47,1%	46,5%	33,5%	36,5%	35,3%

Bedömningsmall:
se sid 59

Code	Response	Item: MA23170
	Correct Response	
10	No, with correct work showing gradients are different, and leading to conclusion that l and PQ are not parallel.	
11	No, with correct work leading to conclusion that l and PQ are not parallel using method other than showing gradients are different. For example, shows angle between the lines is not 0°	
	Incorrect Response	
70	No, with no correct reason	
71	Yes, with or without reason	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
	Nonresponse	
99	Blank	

Sverige deltar i internationella studier för att få en bild av det svenska skolsystemet i relation till andra länders system och för att följa utvecklingen över tid inom de områden som undersökningarna mäter. De internationella undersökningarna ska komplettera nationella informationskällor.

I denna rapport redovisas de offentliggjorda provuppgifterna i matematik i den internationella jämförande studien TIMSS Advanced 2008.

TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) undersöker elevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i gymnasieskolans sista årskurs. Utöver proven där elever kunskaper mäts samlas en mängd annan information in t.ex. om nationella policyn och mål (nationell enkät), organisation och undervisning (skol- och lärarenkäter) och elevers attityder (elevenkäter). Studien möjliggör jämförelser mellan länder och ger också information om förändringar i kunskap över tid inom de områden undersökningen mäter. TIMSS Advanced 2008 genomfördes i tio länder.

I rapporten inleds varje innehållsligt område i matematiken med en beskrivning av vad som mäts i proven enligt ramverket för TIMSS Advanced 2008. Uppgifterna är dels av flervalstyp och dels sådana där eleverna ska konstruera egna svar. Uppgifterna presenteras med rättningsanvisningar och svarsfördelning.