Utveckla din bedömarkompetens

Bedömning av kunskap för lärande och undervisning i matematik

En teoretisk bakgrund av Astrid Pettersson, professor vid Stockholms universitet

Skolverket

Bedömning är en ständig följeslagare till undervisning och kan uppfattas på olika sätt. Den kan uppfattas mycket snävt och innebära prov och likställas enbart med bedömning av kunskap, men den kan också ha och har numera en mycket bredare och djupare innebörd, bedömning för lärande och undervisning. Forskning har visat att bedömning rätt använd kan ha stor betydelse för den enskilde elevens lärande (se exempelvis Black m fl, 2003; Black & William, 1998; Hattie, 2009; Hodgen & Wiliam, 2006; Torrance & Pryor, 1998). I detta material ser vi bedömning i ett brett perspektiv, som grund för flera sätt att stimulera elevers lärande och anpassa undervisningen efter de resultat som framkommit vid bedömningen.

En självklarhet men värd att lyfta fram är att vi endast kan bedöma den *visade* kunskapen. Vi kan aldrig säga att en elev inte kan utan vi kan bara påstå att en elev inte har visat den eller den kunskapen. Att visa sin kunskap och få möjlighet att göra det ställer krav såväl på den som ska visa den och på den person som kunskapen ska visas för. För att börja med det senare: vi lärare måste ordna situationer, ställa frågor, föra samtal på ett sådant sätt så att eleverna får möjlighet att visa sina kunskaper. Men eleverna måste vara medvetna om att de måste visa sina kunskaper för att dessa ska kunna bedömas. Vilka hinder finns för eleven att visa sin kunskap? En orsak kan vara att eleven helt enkelt inte vill visa den, en annan att eleven inte vet vad hon/han ska visa eller att han/hon inte vet vilken kunskap som efterfrågas. Sättet att fråga kan hindra eleven att visa sin kunskap. En episod som inträffade för mig var när jag frågade en liten pojke hur gammal han var. Han svarade inte på frågan och jag gjorde det som man inte borde, jag ställde om frågan igen tills jag förstod att frågan måste omformuleras. Frågan blev i stället ”Hur många år är du?” och jag fick omedelbart svaret ”Jag är tre år och inte gammal, hur gammal är du?” Han visste alltså hur många år han var, men han gav också en antydan om att gammal var för honom detsamma som en ”gammal människa”.

Vad innebär det att kunna matematik och att lära sig matematik?

Matematik som räkning och enkel geometri är mycket gammal eftersom människan hade ett behov av att kunna bestämma antal (djur, barn m.m.) och mäta (längd, area, vinkel och tid). Men matematik som intellektuell sysselsättning utan krav på praktisk nytta är också mycket gammal. Vetenskapen matematik utmärks av ett symbolspråk, som är kompakt, koncist och mycket precist. Definitioner och påståenden måste vara glasklara. Matematiken utmärks av att nya teorier och resultat adderas till gamla. Skolmatematiken skulle vara nyttig och praktisk användbar. Därför infördes räkning tidigt i folkskolan under namnet ”de fyra räknesätten i hela tal.” Några årtionden senare infördes geometri för pojkarna. De flesta kursplaner för grundskolan har betonat den praktiska färdigheten i räkning. (Björklund Boistrup, Tambour & Pettersson, 2006).

I och med läroplanen för grundskolan 1994 får matematiken delvis ett annat fokus. Där står att skolans ansvar är att varje elev efter genomgången grundskola ska behärska grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet. Att kunna matematik är alltså så mycket mer än att kunna ett visst matematikinnehåll i olika situationer och att kunna utföra beräkningar. Det är också väsentligt att kunna kommunicera sin kunskap, att kunna presentera lösningar och resultat på olika sätt – med handling, bild, tal, skrift och med symboler. Till detta kommer att kunna använda relevanta strategier, modeller och metoder samt att kunna analysera, reflektera och kritiskt granska sina egna och andras lösningar. Dessutom krävs att kunna matematisera, dvs. att översätta exempelvis situationer och mönster till matematikens symbolspråk.

Även om ämnet matematik är strikt hierarkiskt uppbyggt så lär man sig inte matematik vare sig linjärt eller hierarkiskt. Att lära sig matematik är inte som att klättra upp för en stege utan mer som att utforska och lära känna ett landskap. Hur detta utforskande och successiva kännedom av matematiklandskapet går till är mycket individuellt. Vi lär oss på olika sätt och det är också viktigt att lärandemiljöerna är flexibla och rika på olika matematiksituationer. Lärande, bedömning och undervisning bildar en triad, som växelverkar med varandra. Ett flexibelt lärande förutsätter att såväl undervisning som bedömning präglas av flexibilitet. Minst lika viktigt är att veta vad man gör och vad man inte gör vid bedömning och undervisning.

- Vad handlar undervisningen om och vad handlar undervisningen inte om?
- Vad bedöms av elevernas visade kunskaper och vad bedöms inte?

Att lära sig matematik är också att lära sig ett språk, med olika ord, konventioner, logiska resonemang, begrepp och symboler och att kunna använda det. Matematikens språk kan beskrivas som ett språk bestående av tre olika ordförråd. Ett ordförråd, som är detsamma som vardagsspråket: exempelvis fler, färre, mer, mindre, under, över. Ett annat ordförråd som är unikt för matematiken: exempelvis nämnare och täljare. Ett tredje ordförråd, där orden har olika betydelser i vardagsspråket och i matematikspråket. Exempel på sådana ord är volym och bråk. När ett begrepp i matematiken ska introduceras för eleverna är det viktigt att vara medveten om dess betydelse och hur begrepp ska introduceras i undervisningen. Att vara förtrogen med det matematiska språket innebär att kunna översätta vardagshändelser och vardagsspråk till ett matematiskt språk, men också att kunna översätta matematikspråk till vardagsspråk.

Läroplanen betonar en helhetssyn på elevernas kunskaper och kunskapsutveckling. Det är viktigt att eleverna får visa sitt kunnande på så många olika sätt som möjligt. För att kunna göra en så allsidig bedömning som möjligt av elevernas kunskaper är det också viktigt att eleverna får möjlighet att visa sina kunskaper muntligt. Materialet Tala om kunskap ger exempel på hur muntliga prestationer i matematik kan bedömas och hur arbetslagets kompetens inom muntlig bedömning kan fördjupas. Analysschema i matematik – för åren före skolår 6 är ett annat material som PRIM-gruppen tagit fram på uppdrag av Skolverket och som syftar till att stödja läraren i att reflektera, dokumentera och analysera elevens matematiska utveckling under första delen av grundskolan.

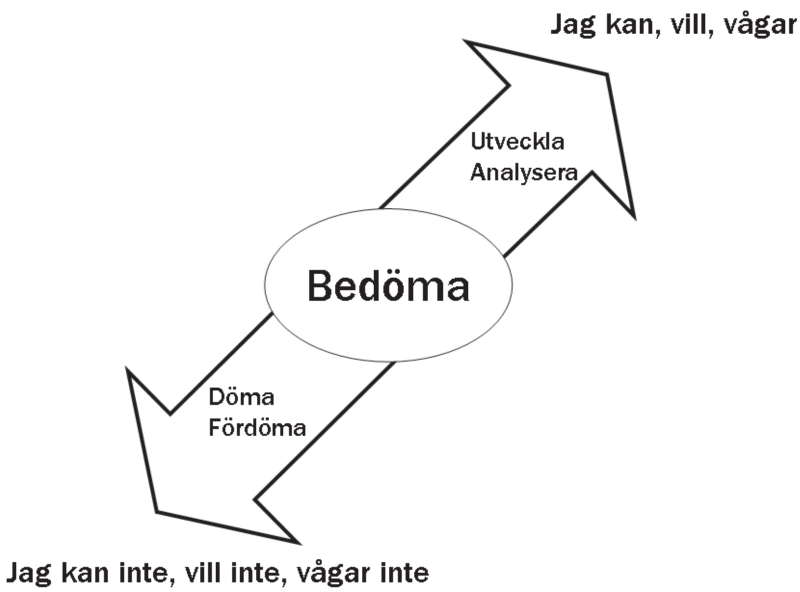
Elever kan arbeta med uppgifter på många olika sätt. De som kommit fram till korrekta resultat kan ha använt olika strategier, exempelvis sådana som är beroende av sitt sammanhang eller mer generella. De elever som kommit fram till felaktiga resultat kan ha gjort fel som är mer tillfälliga, dvs. de förekommer inte systematiskt i elevernas lösningar utan är av mer slumpmässig karaktär. Det finns dock fel som är systematiska, dvs. de uppträder praktiskt taget konsekvent. Dessa fel kan yttra sig på olika sätt. Ofta tyder detta på brister i begreppsförståelse. De systematiska felen har en tendens att kvarstå över en mycket lång tid, för vissa elever genom hela grundskolan. Skolverket (2008b) har i samband med TIMSS-resultaten 2008 redovisat en fördjupad analys av hur elever förstår centrala begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer. Skolverket (2009b) har också i ett filmatiserat webbaserat material presenterat de viktigaste slutsatserna av rapporten.

Studier över tid av hur elever löser uppgifter i matematik (Pettersson, 1990) visar att de elever som har stora svårigheter i matematik under hela sin skoltid har gjort allvarliga fel, som bl.a. visar på stora brister i begreppsförståelsen. Det är därför viktigt att dessa elever tidigt uppmärksammas, så att de redan i de tidigare årskurserna kan få tillräckligt med adekvat hjälp. Den undersökningen visar också att det är vanligare att elever med svaga resultat vill be läraren om hjälp oftare än vad de gör. De har i större utsträckning än övriga elever svårt att förstå lärarens förklaringar. De önskar i större utsträckning att de skulle vara bättre i matematik än vad de är. De är i större utsträckning än övriga elever okoncentrerade. Dessa elever har också i större utsträckning än övriga haft stora problem med läsning och skrivning.

Undersökningar av hur elever arbetar med uppgifter i matematik har visat att elever i matematik-svårigheter i större utsträckning än övriga elever visar

- brister i begreppsförståelse
- felaktiga lösningsstrategier
- brister i taluppfattning, exempelvis svårt att handskas med små och stora tal
- svårigheter att hantera ovidkommande information (distraktorer)
- svårigheter att generalisera sina strategier

Bedömning har ofta stort inflytande på elevens fortsatta kunskapsutveckling, men också på elevens motivation och självuppfattning (Pettersson, 2005).



- Vad innebär det att utveckla och analysera kunskaper? Ett viktigt inslag är att utgå från elevens arbete i matematik och analysera hur eleven har arbetat med olika uppgifter inom olika matematikområden.
- Vad har eleven förstått och vilka begrepp förstår eleven och kan använda?
- Vilka lösningsstrategier har eleven använt? Använder eleven bara strategier som är beroende av sammanhanget, eller är elevens strategier utvecklingsbara, dvs. har eleven väl fungerande metoder som är generaliserbara?
- Är de fel och missuppfattningar som visar sig allvarliga eller enkla?
- På vilket sätt har eleven analyserat, värderat och dragit slutsatser av lösningens resultat?

- Vad ska jag som lärare ge gensvar på och hur ska det ges för att stimulera elevens fortsatta kunskapsutveckling i matematik?
- Vilket gensvar har jag, som lärare fått på min undervisning i och med att jag analyserat elevernas kunskaper? Bör jag som lärare förändra min undervisning på något sätt, så att den mer svarar mot elevernas behov? Vad innebär i så fall den förändringen?

Hur löser eleverna uppgifter i aritmetik och taluppfattning?

Detta material fokuserar två matematikområden, aritmetik och taluppfattning, områden som är centrala inom skolmatematiken och elevernas kunskapsutveckling i matematik.

Här redovisas några exempel av det som kommit fram i analyser av elevarbeten vid olika kommunala utvärderingar av elevers grundläggande färdigheter i matematik i grundskolan (se bl.a. Ingemansson & Nordlund, 2008) och i samband med utarbetande av material för det nationella systemet för kunskapsbedömning (se bl.a Skolverket 2000a,b; 2003a,b).

Det ställs höga krav när elever ska arbeta med aritmetik och taluppfattning. Eleven ska kunna förstå uppgiften, välja lämplig lösningsstrategi, utföra olika beräkningar och komma fram till korrekt svar samt ofta också ge en redovisning som går att följa och är begriplig. För detta fordras läsförståelse, begreppsförståelse, kunskap om fakta och konventioner i matematik och färdigheter, som exempelvis att förstå räknesättens innebörd och deras samband med varandra, att förstå positionssystemet, att behärska såväl huvudräkning som skriftliga räknemetoder.

Hur kan 3 + 12 bli 42?

Det kan bero på att eleven inte förstår positionssystemet. Eleven använder uppställning med ”rak vänstermarginal”, vilket innebär att tiotal (1) och ental (3) hamnar i samma kolumn. Att förstå positionssystemet handlar om att förstå tiotal, hundratal, tusental osv. alltså att förstå att vi med våra tio siffersymboler kan skriva hur många små och stora tal som helst, att siffrans värde är beroende av dess placering i talet.

Hur kan 401-2 bli 400 och 100-47 bli 147?

Den kan bero på felaktig uppåt- eller nedåträkning att 401-2 blir 400, där eleven inte vet på vilket tal han/hon ska påbörja sin beräkning. Ofta använder eleven fingrarna och sätter först upp ett finger för 401 och sedan ett för 400, sammanlagt två fingrar. Därmed får eleven det felaktiga svaret 400, istället för 399. Vid additionsuppgifter finns ytterligare en feltyp som har att göra med felaktig uppåträkning, nämligen att eleven tolkar t ex 298 + 10 som att det ska vara tio tal *mellan* ”svaret” och 298. Resultatet med denna strategi är då 309 (299, 300, 301, …, 307 och 308 är då de tio mellanliggande talen).

En relativt vanlig felaktig strategi vid subtraktion är den som brukar kallas ”störst först”. Detta innebär att eleven konsekvent subtraherar det mindre talet från det större talet på varje position i algoritmen (uppställningen). Vid beräkning av exempelvis 100 – 47 leder detta till: 7 – 0 = 7; 4 – 0 = 4; 1 – 0 = 1, därmed får eleven det felaktiga resultatet 147.

Vissa av de feltyper som vi vet förekommer bland eleverna i de tidiga årskurserna kvarstår bland eleverna i de senare årskurserna. Exempel är ”störst först” och uppställning med ”rak vänstermarginal”, vilka kan vara tecken på brister i taluppfattningen och brister i förståelsen av positionssystemet.

Bristande taluppfattning visar sig också hos de elever som använder sig av (traditionell) subtraktionsalgoritm för att beräkna t ex 702 – 699. Detta visar att de inte ser att de två talen endast ligger tre heltal från varandra. ”Störst först” förekommer även bland de felaktiga uppställningarna på uppgiften 702 – 699, varvid eleven får resultatet 197. Det finns elever som kombinerar ”störst först” med ”växling över noll”, dvs. växlar *direkt* från hundratalsposition till entalsposition, varvid de får det felaktiga resultatet 93.

Hur kan hälften så många som 6 bli 12?

En missuppfattning som ofta finns när det gäller hälften är att det förväxlas med dubbelt. Eventuellt kan ”så många” leda till tanken på ökning. När vi analyserat elevarbeten med dubbelt finns två relativt vanliga missuppfattningar, en är att ”dubbelt så många” uppfattas som ”lika många”, en annan att ”dubbelt så många” betyder ”lika många och så en till”.

Hur kan 80/40 bli 20?

Uppgiften ”Det är 28 äpplen i korgen. Alla sju barn ska ha lika många. Hur många äpplen får var och en?” är ett exempel på en delningsdivision. De ska dela upp äpplen så att barnen får lika många var. Om uppgiften däremot skulle formuleras ”Det är 28 äpplen i korgen och de ska läggas i påsar, som ska innehålla lika många äpplen. Hur många äpplen ska det finnas i varje påse?” är det innehållsdivision och man ska svara på frågan hur många gånger går 7 äpplen i 28 äpplen. Elever som endast äger tankeformen delningsdivision kan få svårigheter då de ska utföra beräkningar i division, där nämnaren är ett stort tal. Om vi använder innehållsdivision i uppgiften 80/40, är strategin att fråga sig hur många gånger går 40 i 80, och då är det lättare att se att svaret är 2 i stället för 20. Att använda delningsdivisionstänkande är inte lika enkelt eftersom man ska dela 80 i 40 lika stora delar. Under senare årskurser möter eleverna divisioner där nämnaren är ett tal större än 0 och mindre än 1. För att förstå varför kvoten blir ett tal större än täljaren är innehållsdivision en framgångsrik tankeform. I exemplet 2/0,5 är då frågan hur många gånger 0,5 får plats i 2, vilket är 4.

Hur löser elever uppgiften 56-33?

I våra analyser av elevarbeten på denna uppgift framkom att eleverna använder två strategier. En strategi där eleverna räknar ett och ett i taget och en annan, där eleverna tänker ut resultatet genom att dela upp talen i tiotal och ental. De elever som räknade ett och ett i taget försökte antingen rita 56 streck eller också försökte de ramsräkna bakåt 33 steg från 56 eller framåt från 33 till 56. Eftersom detta innebär många steg och att man måste hålla reda på var man befinner sig ökar risken att man missar något steg och får ett felaktigt resultat.

Samma strategier såg vi vid analys av elevarbeten till uppgifterna 27+8 och 32-8. En del elever tänker ut svaret och andra räknar ett steg i taget för att lösa problemet. De som tänker ut resultatet använde i huvudsak två olika strategier; uppdelning vid 10-gränsen eller använder tabellkunskaper. 27+8=27+3+5=35 och 32-8=32-2-6=24 är exempel på ”uppdelning vid 10-gränsen”. Däremot är strategin 27+8=20+7+8=35 exempel på ”användning av tabellkunskaper”.

Av de elevarbeten vi har analyserat framgår att det är stora kvalitetsskillnader i barnens sätt att lösa denna typ av uppgifter. Elever med tankefärdigheter tänker enkelt ut svaret, andra elever måste med stor möda räkna ett och ett i taget genom att exempelvis rita. De sistnämnda eleverna måste alltså få hjälp med att lära sig strategier som är utvecklingsbara och effektivare. Man skulle kunna säga att undervisningen i matematik bl.a. ska hjälpa eleverna att utveckla och ”förädla” sina strategier.

Räkneberättelser

Då eleverna skulle skriva en räkneberättelse till 7 + 8, gjorde de på olika sätt. En del elever klädde bara talen i ord, som exempelvis ”Jag har 8 bollar och 7 leksaker, det blir 15”. Men vad 15 är framgår ej. De relaterar inte talen till varandra på det sätt som de i uppgiften är relaterade till varandra. Då eleverna skriver räkneberättelser kan vi som lärare få syn på om och hur eleven kan översätta matematikspråk till vardagsspråk. Att skriva en räkneberättelse till ett matematiskt uttryck är ett sätt att få syn på hur eleverna uppfattar begrepp och hur de uppfattar olika räknesätt.

Alternativa strategier

Det är viktigt att eleverna får en uppfattning om vad som är ett rimligt svar. Att uppöva förmågan att bara se vad ett svar borde bli. Det är också viktigt att eleverna får diskutera olika sätt att lösa en uppgift.

Att beräkna 69-27 kan exempelvis göras på olika sätt. Ett sätt är att använda sig av en (traditionell) uppställning. Ett exempel på en alternativ strategi är i detta fall att räkna uppåt. Först till 30 (3) sedan till 60 (30), och slutligen till 69 (9) och resultatet är alltså 3 + 30 + 9 = 42. Exempel på ytterligare en alternativ strategi för att beräkna 69 – 27 är att addera 3 till båda termerna. Detta bygger på insikten att differensen inte förändras om båda termerna adderas (eller subtraheras) med samma kvantitet, vilket ofta förenklar beräkningarna avsevärt. I detta fall innebär denna strategi att 69 – 27 ”överförs” till en annan subtraktion, *med samma* differens, 72 – 30, genom addition med 3 till båda termerna. Det är då lättare att se resultatet.

Om eleven använder motsvarande överföring i uppgiften 702 – 699 löses den genom att i bägge termerna addera med ett och därmed få 703-700. En fördel med denna strategi är alltså att man inte behöver använda växling (”lån”) om man ställer upp i algoritm. Det är inte ovanligt att elever har svårigheter att hålla ordning på minnessiffror och växlingar (”lån”) när de använder (traditionella) subtraktions- och additionsalgoritmer.

Likhetstecknets innebörd

Uppgifter om likhetstecknet avser ofta att pröva förståelsen för likhetstecknets innebörd. Det finns två sätt att tolka likhetstecknet. I det första, det dynamiska, ”uppmanar” tecknet eleven att utföra en beräkning (”det blir”). I denna tolkning ligger uppfattningen att tecknet endast ska följas av ett enda tal, nämligen svaret. I den andra tolkningen, den statiska, ligger insikten i att det sammanlagda värdet av uttrycken på båda sidor ska vara detsamma. Med denna tolkning har likhetstecknet en djupare innebörd, det står inte nödvändigtvis där för att eleven ska utföra en beräkning, utan för att signalera en likhet mellan vänster och höger led.

En annan viktig skillnad är att i den dynamiska tolkningen existerar inte vänster och höger led samtidigt för eleven. Först finns endast vänster led, dvs. beräkningen som ska utföras. När den är utförd ”försvinner” vänster led och endast höger led, resultatet, existerar. Häri ligger en viktig didaktisk poäng, om eleven inte ”ser” att båda leden samexisterar finns en risk att det blir svårigheter längre fram i matematikstudierna.

Inom algebra och ekvationer har kunskap om likhetstecknets innebörd stor betydelse. Förståelsen av en ekvation bygger på att eleven inser att det totala värdet av vänster respektive höger led är detsamma. Elever som endast har den dynamiska uppfattningen av likhetstecknet kan klara av att arbeta med ekvationer med endast en term i höger led, exempelvis $2x + 5 = 27$. Med denna uppfattning kan man lösa ekvationen, det handlar om att hitta talet så att *resultatet* av beräkningen blir 27. Om man istället kastar om leden i ekvationen, $27 = 2x + 5$, blir det svårigheter för den elev som endast har den dynamiska uppfattningen. I det högra ledet finns nu mer än en term, medan vänsterledet inte innehåller någon beräkning. Svårigheten består nu i att eleven inte kan se de två leden som två helheter, som existerar samtidigt och att det är två sätt att uttrycka samma tal.

I tidigare utvärderingar var de mest framträdande feltyperna inom detta avsnitt addition eller subtraktion ”över likhetstecknet”. Detta innebär att eleven i uppgiften $7 = \_\_ + 5$ ger svaret 12, dvs. adderar 7 och 5. Denna ”addition över likhetstecknet” är tecken på att eleven inte förstår innebörden av likhetstecknet. Denna bristande förståelse vara orsaken till att en elev i en uppgift av typen $8 = 4 + \_\_ + 3$ ger svaret 12, dvs. adderar 8 och 4. Dessutom bortser/missar eleven den sista termen i högerledet. Felsvaret 4, som också förekommit, fås genom att eleven bortser från termen 3 i högerledet, och konstaterar att $4 + 4 = 8$. Genom att addera de två talen i höger led fås felsvaret 7. Alla dessa svar indikerar att eleven inte förstår innebörden av likhetstecknet.

Signalord

Begreppsförståelsen är central i de flesta problemlösningsuppgifterna, och en bristande begreppsförståelse leder ofta till ett felaktigt resultat. Exempel på detta finns i elevlösningar till uppgiften ”*Anna är född 1990. Kalle är 5 år yngre. Vilket år är Kalle född?*”, där det dominerande felsvaret är 1985. Eleven har alltså låtit begreppet ”yngre”, som lätt leder in tankarna på subtraktion, avgöra valet av räknesätt. Det leder till tanken hur vi ser på de olika räknesätten. Ser vi addition som ökning, eller lägga till eller jämförelse? Ser vi subtraktion som minskning, ta bort eller jämförelse? I detta fall skulle två åldrar jämföras och knytas till en vardagssituation. Men svaret 1985 tyder på att eleven har tolkat yngre som en minskning. Många av våra vardagsord såsom fler, mer, större, äldre leder lätt till ett additionstänkande medan däremot ord som färre, mindre, yngre lätt leder till ett subtraktionstänkande.

Miniräknare

En viktig del i problemlösning är att klara av de nödvändiga beräkningarna. Eleverna ska ha tillgång till olika strategier och metoder för att hantera dessa. Huvudräkning, skriftliga metoder och miniräknare är alla viktiga delar i denna färdighet. Miniräknaren är ett hjälpmedel som finns överallt i samhället idag. Det är en anledning till att eleverna ska få möta den under hela sin skoltid. Att använda miniräknare kräver att man kan välja räknesätt. Det framförs ibland kritik mot användningen av miniräknare i matematikundervisningen. En konsekvens av att använda miniräknare anses vara att eleverna då inte lär sig numerisk räkning. Men används miniräknaren som ett *räknehjälpmedel* fyller den sin funktion. Eleverna slipper då det tidsödande arbetet med algoritmer och kan koncentrera sig på att leta efter mönster och/eller dra sina egna slutsatser utifrån de resultat de får samt rimlighetsbedöma dessa. Särskilt de svagpresterande elevernas arbete kan underlättas på detta sätt. Miniräknaren kan inte ersätta arbetet med taluppfattning och numerisk räkning men kan, rätt använd, hjälpa eleverna att ”göra upptäckter” och befästa moment i matematiken. Därmed kan den vara såväl ett hjälpmedel i matematikundervisningen, som en källa till nya frågeställningar vilka hjälper till att föra undervisningen i matematik framåt. Den sistnämnda aspekten innebär att man som lärare är beredd på frågor som kanske inte rör det man arbetar med just för tillfället, men som kan väcka elevernas nyfikenhet om *varför* miniräknaren ger detta/dessa svar.

Den komplicerade bedömningen

I ordboken står att bedömning är ”Värderande utlåtande över något, vanligen grundad på sakliga överväganden” (Nationalencyklopedin, 1995, sid. 109). Men bedömning innebär inte alltid en värdering. Snarare är det kanske så att vi bör undvika värderande omdömen för att bedömning ska vara ett konstruktivt verktyg för elevers lärande och lärares undervisning. Det finns många ordspråk som pekar på de värderande omdömenas konsekvenser, exempelvis ”Var rädd om orden, det sagda ordet ligger kvar och kan göra ont länge” och ”Ord av uppskattning är en nyckel, som passar till många lås.”

Bedömningsprocessen börjar redan med att bestämma vad är väsentligt att bedöma i matematik. Med utgångspunkt i kursplanen väljer vi kunskapsinnehåll för bedömning, men inte bara för bedömningen utan också för undervisningen. Eleverna lär sig vid olika tillfällen bl.a. i samband med undervisningen och gör också urval av kunskapsinnehåll (Pettersson, 2007).

Efter valet av innehåll måste vi bestämma oss för hur bedömningen ska gå till för att kunna bedöma det väsentligaste. Därefter följer analys av elevens visade kunskap och tolkning av dessa, dvs. vad har eleven visat att han/hon har förstått, vilka lösningsstrategier har eleven använt sig av osv. Slutligen ska vi dra slutsatser av vår analys och tolkning och bestämma oss för vad som ska dokumenteras och att kommuniceras. Analysen ska få konsekvenser både för elevens lärande genom vilket gensvar jag ger, men också för matematikundervisningen. Ja, bedömningsprocessen är lång och innehåller många steg om bedömningen ska innebära att det är det väsentligaste som ska bedömas och inte den enkelt mätbara som görs till det väsentligaste.

Referenser och annan litteratur

Björklund Boistrup, L., Pettersson, A & Tambour, T. (2007). Skolmatematik och universitetsmatematik ur ett didaktiskt perspektiv. I Englund, T., Pettersson, A & Tambour, T (red). *Matematikdidaktiska texter. Beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund. Del 1*. Stockholm: Avdelningen för matematikens didaktik och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. & Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning.*

Putting it into practice. Maidenhead: Open University Press.

Black, P. & Wiliam, D. (1998). *Inside the black box: Raising Standards through classroom assessment*. London: Kings College School of Education.

Englund, T., Pettersson, A & Tambour, T (2007a). *Matematikdidaktiska texter. Beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund. Del 1*. Stockholm: Avdelningen för matematikens didaktik och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm.

Englund, T., Pettersson, A & Tambour, T (2007b). *Matematikdidaktiska texter. Beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund. Del 2*. Stockholm: Avdelningen för matematikens didaktik och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm.

Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

Hodgen, J. & Wiliam, D. (2006). *Mathematics inside the black box. Assessment for learning in the mathematics calssroom*. London: Department of Education Professional Studies. Kings College.

Ingemansson, I. & Nordlund, M. (2008). *Elevers grundläggande kunskaper och färdigheter i matematik. En utvärdering i skolår 3 och 8 genomförd i Ekerö, Nacka, Nynäshamns, Salem, Sollentuna, Tyresö och Upplands Väsby kommuner läsåret 2007/08.*

Lindqvist, S. (2003). *Elevers uppfattning av upplevelser av bedömning i matematik i skolår 5*. Stockholm: PRIM-gruppen.

Lindström, L. & Lindberg, V. (red). *Pedagogisk bedömning. Om att dokumentera, bedöma och utveckla kunskap*. Stockholm: HLS Förlag.

Myndigheten för skolutveckling. (2007). *Matematik, en samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning.* Stockholm: Skolverket.

Myndigheten för skolutveckling. (2008). *Att lyfta den pedagogiska praktiken, vägledning för processledare*. Stockholm: Skolverket.

Myndigheten för skolutveckling och PRIM-gruppen. (2003). *Tala om kunskap*. Film med studiehandledning. Stockholm: PRIM-gruppen.

Nationalencyklopedin. (1995). *Ordbok A-HZ*. Höganäs: Bra böcker.

Pettersson, A. (1990). *Att utvecklas i matematik. En studie av elever med olika prestationsutveckling*. Stockholm: Almqvist & Wiksell International.

Pettersson, A. (2005). Bedömning – varför, vad och varthän? I Lindström, L. & Lindberg, V. (red). *Pedagogisk bedömning. Om att dokumentera, bedöma och utveckla kunskap*. Stockholm: HLS Förlag.

Pettersson, A. (2007). *Pedagogisk bedömning – bedömning för lärande*. I Olofsson, M. (red) Bedömning, flerspråkighet och lärande. Symposium 2006. Stockholm: HLS Förlag.

Skolverket. (2000a). Analysschema i matematik – för åren före årskurs 6. Stockholm: Skolverket. http://www.skolverket.se/sb/d/3044/a/17279

Skolverket. (2000b). *Diagnostiskt material i matematik för användning i de tidigare skolåren – "Måns och Mia"*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2000c). *Kursplaner och betygskriterier 2000, grundskolan*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2002). *Analysschema i matematik för grundsärskolan.* Komplettering till: Analysschema i matematik – för åren före årskurs 6. Stockholm: Skolverket. http://www.skolverket.se/sb/d/3044/a/17279

Skolverket. (2003a). *Analysschema i matematik – för skolår 6-9*. Stockholm: Skolverket. http://www.skolverket.se/sb/d/2927/a/16554

Skolverket. (2003b). *Diagnostiska uppgifter i matematik – för skolår 6-9*. Stockholm: Skolverket. http://www.skolverket.se/sb/d/2927/a/16554

Skolverket. (2004). *Att visa vad man kan. En samling artiklar om ämnesproven i år 5*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo 94*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2008a). *Kursplan med kommentarer till mål som eleverna lägst ska ha uppnått i slutet av tredje året.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2008b). TIMSS 2007. *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007. En djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer.* Analysapport till 323. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2009a). *En idé om en planering*. http://www.skolverket.se/sb/d/193/url/

Skolverket. (2009b). Filmer om matematik från TIMSS 2007: http://www.skolverket.se/sb/d/2128/a/16580

Skolverket. (2009c). Diagnosmaterial för yngre åldrar, Diamant. http://www.skolverket.se/sb/d/3044/a/17277

Torrance, H. & Pryor, J. (1998). Investigating formative assessment. Teaching, learning and assessment in the classroom. Buckingham: Open University Press.

Skolverket

www.skolverket.se