
Ämnesproven i grundskolans årskurs 9 och specialskolans årskurs 10

Matematik
Årskurs 9
Vårterminen 2013

*Margareta Enoksson och Katarina Kristiansson
PRIM-gruppen
Stockholms universitet*



Skolverket

Innehåll

Ämnesprovet i matematik	3
Delvis nytt innehåll och delvis ny bedömningsmodell.....	3
Förberedelser inför provet	3
Lärarnas uppfattning om provet	3
Lärarnas bedömning av elevens prestationer	4
Anpassningar av provet	4
Provbetyg.....	5
Resultat på ämnesprovet i relation till preliminärt slutbetyg.....	6
Resultatet i relation till elevernas läsförståelse.....	7
Beskrivning av delprov och resultat på några uppgifter	8
Resultatredovisning för några uppgifter i delprov B.....	9
Resultatredovisning för några uppgifter i Delprov D.....	11
Resultat på uppgiftsnivå.....	13
Sammanfattning.....	14

Ämnesprovet i matematik

I denna rapport om ämnesprovet i matematik beskrivs resultaten både på delprovs- och uppgiftsnivå samt lärarnas uppfattningar om provet. Rapporten bygger på den webbaserade insamling som PRIM-gruppen ansvarar för. Det slumpmässiga urvalet baseras på elevernas födelsedatum. 2013 har PRIM-gruppen fått in resultat från drygt 1 900 lärare som har besvarat lärarenkäten.

Delvis nytt innehåll och delvis ny bedömningsmodell

Provet innehåller ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov. I ett delprov skulle eleverna lösa uppgifterna utan digitala verktyg och i övriga delprov fick de använda digitala verktyg.

I kursplanen för matematik beskrivs förmågor som undervisningen ska ge eleverna förutsättningar att utveckla. Eftersom kunskapskraven är uppbyggda kring dessa förmågor har provutvecklarna valt en provmodell där kvalitativa förmågepoäng används. För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven använder man sig vid bedömningen av E-poäng, C-poäng och A-poäng. Varje poäng är dessutom markerad med den huvudsakliga förmåga som kan visas. C_R indikerar att poängen kräver ett resonemang på C-nivå. På frågan om vad lärarna ansåg om att provet lyfter fram ämnesplanens förmågor och de kvalitativa nivåerna genom att ge varje poäng en huvudsaklig förmåga och nivå, svarade drygt 90 procent av lärarna att det var bra eller ganska bra.

I Lgr 11 är det centrala innehållet för matematik i årskurs 7–9 i stort sett detsamma som matematikinnehållet i Lpo 94 men det är tydligare beskrivet i Lgr 11.

Förberedelser inför provet

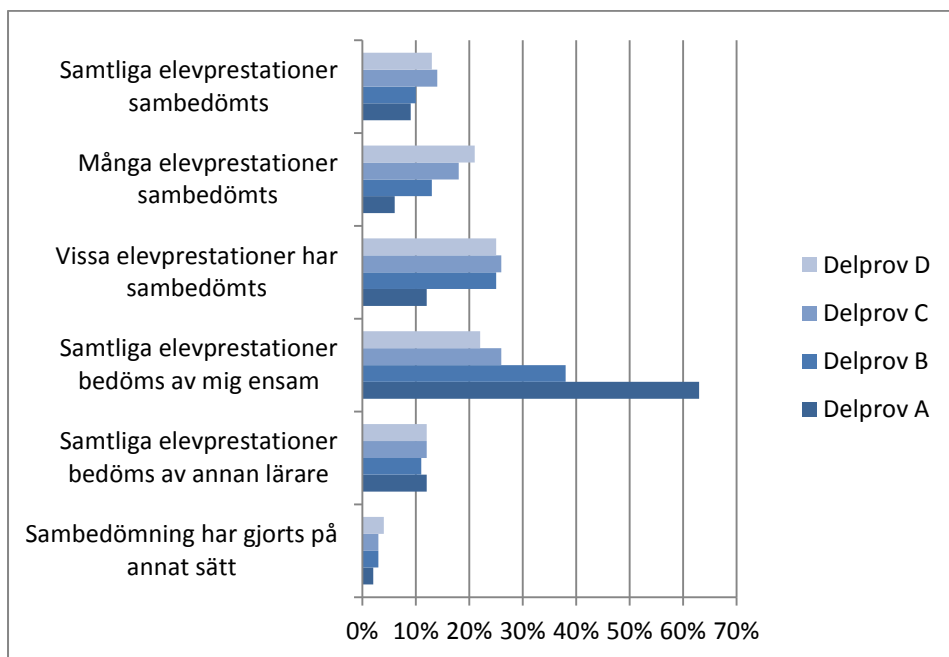
På en fråga i lärarenkäten om hur eleverna förbereddes inför det nationella provet svarade nära 90 procent av lärarna att de lät eleverna arbeta med bedömningsexempel som PRIM-gruppen tagit fram. En stor andel, 70 procent, uppgav att deras elever också fick diskutera bedömningen av dessa. Cirka 60 procent av lärarna svarade att de har arbetat med formelbladet på lektioner och på andra prov än det nationella provet och denna andel har ökat efterhand för att hamna på en konstant nivå de fyra senaste åren. Andelen lärare som angav att de inte alls förberett eleverna för användning av formelblad har minskat under åren och är nu mindre än 6 procent.

Lärarnas uppfattning om provet

Drygt 95 procent av lärarna ansåg att provet var ”bra” eller ”ganska bra”. I lärarenkäten motiverade de sin åsikt genom att skriva att det var bra spridning på uppgifter både till innehåll och till nivå, att provet var varierat och gav alla elever möjlighet att visa vad de kunde, att elevprestationerna var lätta att bedöma utifrån bedömningsanvisningarna och att provet speglade den nya kursplanen på ett bra sätt. Bland de lärare som tyckte att provet var ”mindre bra” nämndes orsaker som att provet tog mycket tid i anspråk, att vissa uppgifter innehöll för mycket och svår text och att tiden på delprov D var knapp för vissa elever.

Lärarnas bedömning av elevens prestationer

I lärarenkäten svarade lärarna på en fråga om i vilken utsträckning de sambedömde elevernas prestationer på delproven i ämnesprovet. Andelen lärare som angav att de bedömde samtliga skriftliga elevprestationer ensam varierade mellan 20 och 40 procent beroende på vilket delprov som avsågs. Drygt 10 procent angav att samtliga elevprestationer hade sambedömts och knappt 30 procent av lärarna angav att vissa elevprestationer hade sambedömts för de skriftliga delproven. För det muntliga delprovet gäller att drygt 60 procent av lärarna bedömde sina elevers muntliga prestationer utan medbedömare. Denna bild av sambedömning stämmer ganska väl överens med den som lärarenkäten gav 2010–2012.



Figur 1. Svartsfördelning i procent för i vilken utsträckning lärare sambedömer elevernas prestationer.

Anpassningar av provet

Enligt den lärarinformation som medföljde provet kan anpassning ske för elever med funktionsnedsättning. För denna anpassning ansvarar skolan. 60 procent av de lärare som besvarade lärarenkäten hade anpassat ämnesprovet för en eller flera elever. Vanligaste formen av anpassning var att ge förlängd skrivtid och näst vanligast var att läraren läste upp texten för eleverna.

Provbetyg

Ämnesprovet i matematik 2013 för årskurs 9 bestod av fyra delprov. Beskrivningar av kraven för probbetygen E–A gavs för provet som helhet. Många verksamma matematiklärare deltog i bedömningsarbetet när gränserna för respektive probbetyg fastställdes.

På ämnesprovet 2013 kunde eleverna få högst 98 poäng, varav 37 var E-poäng, 39 var C-poäng och 22 var A-poäng.

Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåkrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå).

För probbetyget E krävdes minst 24 poäng totalt.

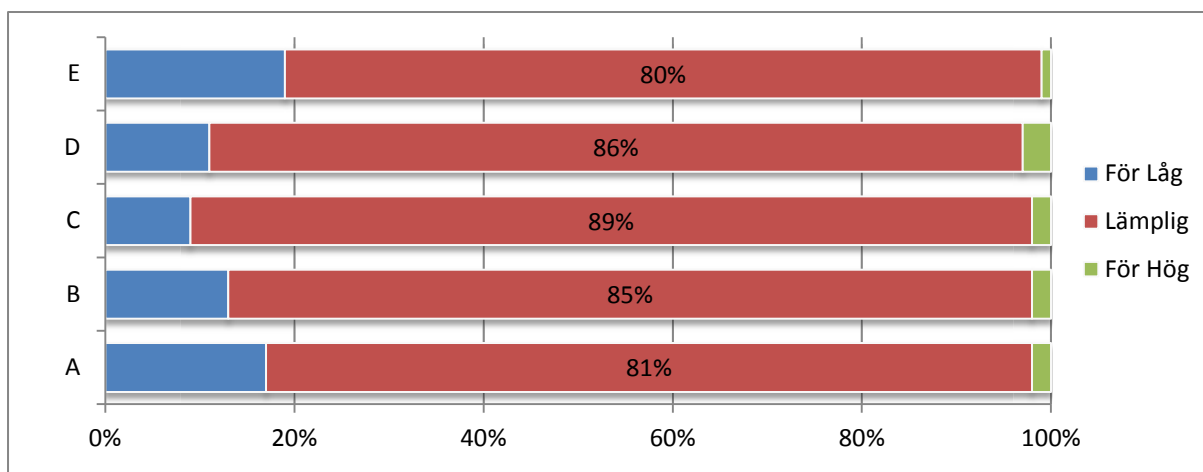
För probbetyget D skulle eleven ha erhållit minst 38 poäng varav minst 11 poäng på lägst nivå C.

För probbetyget C skulle eleven ha erhållit minst 50 poäng varav minst 20 poäng på lägst nivå C.

För probbetyget B skulle eleven ha erhållit minst 64 poäng varav minst 6 poäng på nivå A.

För probbetyget A skulle eleven ha erhållit minst 76 poäng varav minst 11 poäng på nivå A.

På frågorna om kravgränserna för de olika probbetygen svarade cirka 80 procent av lärarna att de var lämpliga för respektive probbetyg. Det var en större andel lärare som ansåg att gränsen var för låga än för höga och då framförallt för betygen E och A.



Figur 2. Svarsfördelning i procent för lärares uppfattningar om kravgränserna.

Resultat på ämnesprovet i relation till preliminärt slutbetyg

En jämförelse mellan provbetyg och preliminärt slutbetyg visade att 69 procent av eleverna hade samma provbetyg som preliminärt slutbetyg medan 20 procent hade ett högre preliminärt slutbetyg än provbetyg och 8 procent hade ett lägre preliminärt slutbetyg än provbetyg. För cirka 3 procent av eleverna saknades antingen provbetyg eller preliminärt slutbetyg.

I nedanstående tabell redovisas jämförelsen uppdelad på kön. Tabellen visar att det är en något större andel flickor än pojkar som hade ett preliminärt slutbetyg som var högre än provbetyget.

Tabell 1. Skillnad mellan provbetyg på ämnesprovet i matematik och preliminärt slutbetyg

	Samma som provbetyg	Ett steg högre än provbetyg	Ett steg lägre än provbetyg	Antal elever
Flickor	67 %	22 %	8 %	1054
Pojkar	71 %	18 %	9 %	1073
Samtliga	69 %	20 %	8 %	2127

Av de elever som fick betyget F enligt provbetyget var det drygt hälften som hade det preliminära slutbetyget E. Cirka en femtedel av eleverna med provbetygen E, D och C hade ett högre preliminärt slutbetyg än provbetyg. Av eleverna med provbetyget B eller A hade cirka 15 procent ett lägre preliminärt slutbetyg.

Resultatet i relation till elevernas läsförståelse

Vid resultatinsamlingen fick lärarna också ange elevens provbetyg på den del som prövade läsförståelse på ämnesprovet i svenska. Korrelationen mellan provbetyget i läsförståelse och den viktade lösningsproportionen på respektive delprov i matematik har beräknats. Analyserna bygger på de uppgifter om provbetyg i läsförståelse som lärarna lämnade för 1 986 elever vid insamlingen.

Tabell 2. Korrelation mellan delprovresultat och provbetyg i läsförståelse

Delprov	Korrelation mellan delprovresultat och provbetyget i läsförståelse
Delprov A	0,45
Delprov B	0,53
Delprov C	0,54
Delprov D	0,59

Korrelationen var högre på Delprov B, C och D jämfört med Delprov A. Delprov A har en lägre korrelation, eftersom det är ett muntligt delprov. Korrelationen var högre på Delprov B, C och D jämfört med tidigare år, särskilt för delprov B som innehöll mer text som behövde tolkas och delprov C som innehöll grafer vilka kan vara svårtolkade i skriftlig uppgift.

Korrelationen mellan läsförståelse och delprovresultat var även 2013 störst för Delprov D. Detta var inte förvånande eftersom det var det delprov som innehöll mest text. Många uppgifter i Delprov B var nakna uppgifter, så att korrelationen för detta delprov var så pass stor är kanske förvånande. En förklaring till detta kan vara att uppgifterna i Delprov B ofta innehåller matematiska symboler.

Vi har också beräknat korrelationen mellan provbetyget i läsförståelse och enskilda uppgifter. Vi såg då att resultaten från 2013 års prov liknade resultaten från de senaste nationella proven. Korrelationen är störst för uppgifter som innehåller matematiskt språk och symboler samt uppgifter som innehåller grafer eller diagram men framför allt är korrelationen stor för uppgifter med ”svårt” matematiskt innehåll.

Beskrivning av delprov och resultat på några uppgifter

Delprov A

Delprov A var ett muntligt delprov som genomfördes i grupper med 3-4 elever i varje grupp. Det kunde genomföras under en provperiod som sträckte sig över nästan hela vårterminen. Det fanns två olika versioner av Delprov A som prövade framför allt förmågor inom kunskapsområdet taluppfattning och tals användning, statistik, samband och förändring samt problemlösning. Resultatet av bedömningen, oavsett version, kunde ge högst 5 E-poäng, 5 C-poäng och 5 A-poäng.

Den viktade lösningsproportionen för Delprov A var 0,66. En liknande uppgift gick 2010 och hade då samma lösningsproportion.

Delprov A fanns i två versioner med liknande svårighetsgrad.

Elever som precis klarade gränsen för provbetyget E hade 4 poäng av 15 möjliga i genomsnitt på Delprov A.

Delprov A bedömdes med hjälp av en analytisk bedömningsmatris där bedömningsaspekterna för detta delprov var förmågorna problemlösning och metod, begrepp, resonemang och kommunikation. Förmågan resonemang har delats upp i två aspekter där den ena aspekten främst handlar om kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner och den andra aspekten om i vilken grad eleven följde, framförde och bemötte matematiska resonemang.

I Lärarinformationen fanns anvisningar om hur provets genomförande kunde organiseras för att underlätta lärarnas arbete. Det muntliga delprovet genomfördes dock i de flesta fall utan samarbete med andra lärare (drygt 70 %).

Delprov B och C

Delprov B var ett skriftligt delprov som genomfördes utan digitala verktyg. Delprovet bestod främst av kortsvarsuppgifter, men även med några redovisningsuppgifter. Delprov C var också ett skriftligt delprov där digitala verktyg och formelblad var tillåtna. Provtiden var 80 minuter för båda delproven tillsammans. Först besvarade eleverna Delprov B och övergick sedan till Delprov C, som bestod av en ”mer omfattande” uppgift. Eleverna fick själva avgöra när de ville lämna in Delprov B och börja använda digitala verktyg samt formelblad för Delprov C.

Delprov B

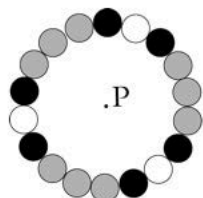
Delprov B prövade förmågor inom samtliga kunskapsområden. Eftersom delprovet till största del bestod av kortsvarsuppgifter prövade delprovet i mycket liten utsträckning kommunikation och inte alls resonemang. Den största tonvikten låg på övriga förmågor. Det var också en övervikt på uppgifter inom området taluppfattning och tals användning då delprovet genomfördes utan digitala verktyg. Delprov B bestod av 17 uppgifter, 15 som krävde endast svar och 2 med redovisning. Detta var det enda delprov där digitala verktyg inte fick användas. Läraren bedömde svaren med E-, C- eller A-poäng. Resultatet av bedömningen kunde bli högst 9 E-poäng, 11 C-poäng och 5 A-poäng. Resultaten på uppgifterna redovisas i Tabell 3.

Resultatredovisning för några uppgifter i delprov B

En uppgift som gav C-poäng och med låg lösningsproportion

Uppgift 10

Hur många grader ska ringen vridas runt
mittpunkten P för att mönstret ska sammanfalla
med det ursprungliga mönstret?
Ange *minsta möjliga* gradtal.



Svar: _____ ° (0/2/0)

Uppgiften prövar problemlösning och begreppet symmetri. Symmetri är tydligare framskrivet i Lgr 11 jämfört med Lpo 94 och kan därför vara nytt för eleverna.

Rätt svar är 120°. Det vanligaste felsvaret var 360°. Mönstret sammanfaller vid 360°, men det är inte det som är det minsta möjliga gradtalet. Lösningsproportionen var 0,31.

A-uppgift med hög lösningsproportion

Uppgift 13

Skriv de tal som saknas i rutorna
så att likheterna stämmer.

a) $\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{8}} = 1$ (0/1/0)

b) $\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} + \frac{\boxed{8}}{\boxed{}} = 1$ (0/0/1)

Uppgiften prövar begreppskunskap om bråk men även kunskaper om likheter då termerna består av bråk.

I uppgift a var det vanligaste felsvaret 2. En möjlig förklaring kan vara att eleverna trodde att de skulle skriva samma bråk men med en annan nämnare istället för att lösa likheten. Lösningsproportionen var 0,59.

I uppgift b var det vanligaste felsvaret 24. Samma möjliga förklaringsmodell gäller även här. Lösningsproportionen var 0,41.

Exempel på uppgift som funnits med i tidigare prov

Uppgift 15

Förenkla så långt som möjligt $\frac{3x+x}{x}$

Svar: _____ (0/0/1)

Uppgiften prövar begreppet algebra och då främst förenkling av algebraiskt uttryck.

De vanligaste felsvaren var $4x/x$ och $3x$. Det förstnämnda svaret är en påbörjad lösning, men eleven har inte förenklat så långt som möjligt. Lösningsproportionen var 0,16. Liknande uppgift har funnits med i tidigare prov och då var Lösningsproportionen nästan densamma.

Uppgift med redovisning

Uppgift 16

Beräkna värdet av uttrycket $\frac{a}{b} - c$

då $a = 8 \cdot 10^7$, $b = 2 \cdot 10^4$, $c = 8 \cdot 10^2$

Redovisa dina beräkningar i rutan.

Svar: _____ (0/2/1)

Uppgiften prövade dels om eleverna kunde byta ut variablerna mot motsvarande värden, dels om eleverna använde potensberäkning som metod.

Uppgiftstypen, att redovisa lösning, är ny i detta delprov och vid analys av elevsvar framkom att elever har fått poäng även om de inte använt de lösningsmetoder som bedömningsanvisningen angav. I det centrala innehållet lyfts potensberäkningar fram och denna uppgift gav möjlighet att visa detta. Om elevarbetet inte visat att uppgiften kunde lösas med potensberäkningar har det inte visat högsta kvalitet enligt kunskapskravet.

Delprov C

Delprov C var en mer omfattande uppgift där digitala verktyg och formelblad var tillåtna. Uppgiften handlar om olika betalningsmodeller som kan finnas då man ska besöka en simhall. Eleverna fick ta del av ett diagram med tre olika grafer som vardera beskrev en betalningsmodell. De fick i uppgift att besvara några frågor utifrån graferna och skulle slutligen teckna formler för modellerna algebraiskt. I Lärarinformationen framhålls vikten av att eleverna ska försöka lösa uppgiften eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng. Elevernas prestationer på uppgiften bedömdes analytiskt med en matris med aspekterna problemlösning, metod, begrepp, resonemang och kommunikation. Uppgiften prövar problemlösning genom att eleven till exempel ges möjlighet att teckna uttryck/formler med värden eller variabler. Uppgiften prövar också begrepp gällande proportionalitet och formler. Även resonemang prövas, genom resonemang kring grafernas skärningspunkter samt kommunikation med avseende på hur väl eleven använde matematiska uttrycksformer (språk och representation).

Maximalt antal poäng var 4 E-poäng, 4 C-poäng och 4 A-poäng. Den viktade lösningsproportionen för uppgiften var 0,50.

Delprov D

Delprov D prövar samtliga förmågor. Uppgifterna har också en spridning över det centrala innehållet. En stor andel av uppgifterna prövar problemlösning. Eleverna hade tillgång till digitala verktyg och formelblad.

Temat för detta delprov var ”En resa till Sydafrika”. Delprov D bestod av 11 uppgifter varav några med deluppgifter. Provtiden var 100 minuter. Läraren bedömde svaren med E-, C- eller A-poäng. Resultatet av bedömningen kunde bli högst 19 E- poäng, 19 C-poäng och 8 A-poäng. Resultaten på uppgifterna redovisas i Tabell 3.

Resultatredovisning för några uppgifter i Delprov D

Uppgift 19 var den inledande uppgiften i delprov D.

Stockholm och Kapstaden ligger i samma tidszon, vilket betyder att klockan är lika mycket i de båda städerna.

Kevin och Veronica reser från Stockholm till Kapstaden. Resan startar kl. 17.25. De är framme kl. 12.55 dagen efter. Hur lång tid tar resan?
Endast svar krävs.

(2/0/0)

Uppgiften prövar begreppet tid. Denna uppgift gav en bra ingång till temat och fick därför inleda Delprov D.

Uppgiften gav två E-poäng. Trots att begreppet tid står med som centralt innehåll redan i åk 1–3 och tidsdifferenser beräknas i åk 4–6 var lösningsproportionen på denna uppgift endast 0,65.

Det korrekta svaret var 19,5 h och felsvaren varierade. Ett vanligt fel var +/- 1h. Det fanns också svar som antydde att elever beräknat att resan startar 12.55 och att de är framme 17.25.

Uppgift 24

Veronica och Kevin står på en utsiktsplats cirka 200 m över havsnivån och tittar på solen som går ner vid horisonten. Veronica påstår att horisonten ligger cirka 100 km bort. Kevin känner till en formel som man kan använda för att beräkna avståndet till horisonten.



Om man befinner sig h meter över havsnivån är det S kilometer till horisonten, $S = \sqrt{13h}$. Stämmer Veronicas påstående? Motivera ditt svar med beräkningar.

(0/3/0)

Uppgiften prövar dels elevernas förmåga att tolka en formel, dels om eleverna kan använda denna formel och hur de redovisar sin lösning. Uppgiften gav 3 C-poäng. Eleverna kunde påbörja en lösning och erhålla delpoäng beroende på hur de löste uppgiften. Lösningproportionen var 0,44.

Felsvaren som inte fått någon poäng på uppgiften varierade. Det vanligaste var att eleverna satte in värdena fel i formeln. De skrev t.ex. $\sqrt{200}$, $100\sqrt{200}$ eller $200 \cdot 13$. Bland de elevarbeten som fått en poäng på uppgiften var det vanligaste att de satt in rätt värden i formeln, men sedan inte gjort några beräkningar eller att de i sin beräkning endast beräknat $\sqrt{200} = 14,14$ och glömde multiplicera med 13 i kvadratroten. Bland elevarbeten som fått två poäng på uppgiften var det vanligt att de inte dragit någon slutsats utan endast gjort en beräkning.

Resultat på uppgiftsnivå

För samtliga uppgifter redovisas den viktade lösningsproportionen totalt och för pojkar respektive flickor. Då skillnaden i lösningsproportion mellan pojkar och flickor är statistisk signifikant är den högsta lösningsproportionen markerad med fet stil.

Tabell 3. Viktad lösningsproportion per uppgift, både uppdelat på kön och totalt samt centralt innehåll.

Del-prov	Uppgift nr	E	C	A	Alla	Flickor	Pojkar	Tal-uppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problem-lösning
A		5	5	5	0,66	0,67	0,65	X			X	X	X
B	1	1	0	0	0,79	0,77	0,81	X					
	2	1	0	0	0,75	0,76	0,75	X					
	3	1	0	0	0,77	0,81	0,73	X					
	4	1	0	0	0,74	0,74	0,73				X		X
	5	1	0	0	0,61	0,61	0,60	X					
	6	1	0	0	0,65	0,60	0,70	X					
	7	1	0	0	0,85	0,84	0,86			X			
	8	1	0	0	0,58	0,57	0,58	X					
	9	1	0	0	0,86	0,86	0,86		X				
	10	0	2	0	0,31	0,31	0,30			X			
	11	0	1	0	0,51	0,49	0,53	X					
	12	0	2	0	0,29	0,30	0,28			X			
	13a	0	1	0	0,59	0,60	0,59	X					
	13b	0	0	1	0,41	0,41	0,41	X					
14	0	1	1	0,65	0,65	0,66				X		X	
15	0	0	1	0,16	0,18	0,15		X					
16	0	2	1	0,50	0,53	0,47	X	X					
17	0	2	1	0,30	0,34	0,25		X					
C	18	4	4	4	0,50	0,52	0,49	X	X		X	X	X
D	19	2	0	0	0,65	0,65	0,64	X					X
	20	2	0	0	0,73	0,72	0,73					X	
	21a	2	0	0	0,61	0,59	0,63	X		X			
	21b	1	1	0	0,43	0,41	0,44	X					X
	22	3	0	0	0,73	0,75	0,72	X					X
	23	2	1	0	0,57	0,58	0,57	X		X			X
	24	0	3	0	0,44	0,46	0,42		X				
	25a	1	0	0	0,90	0,91	0,88				X		X
	25b	2	0	0	0,76	0,77	0,75				X		X
	25c	0	3	0	0,34	0,32	0,35	X			X		X
	26a	2	0	0	0,71	0,71	0,71	X		X			
	26b	1	1	1	0,34	0,36	0,32			X			X
	26c	0	1	3	0,27	0,28	0,25			X			X
	27	1	2	1	0,32	0,34	0,31			X			X
28	0	2	2	0,11	0,13	0,10	X		X			X	
29a	0	3	0	0,16	0,16	0,17	X				X	X	
29b	0	2	1	0,19	0,19	0,19	X				X	X	

Sammanfattning

Ämnesprovet i matematik 2013 för årskurs 9 bestod av fyra delprov och liknade till sin utformning tidigare givna prov. Det centrala innehållet i Lgr11 liknar målen i Lpo94, men några kunskapsområden som exempelvis beräkning med bråk, potenser, förändringsfaktor, symmetri och likformighet har lyfts fram för alla elever i den senaste läroplanen. Med Lgr11 fick vi en ny betygskala F-A och kunskapskrav. Det innebär att bedömningen av ämnesprovet 2013 har förändrats jämfört med tidigare år.

Skillnaden mellan pojkars och flickors resultat var marginella på såväl provet som helhet som på delprovsnivå och uppgiftsnivå.

Andelen lärare som sambedömer ämnesprovet har successivt ökat sedan 2008 då vi för första gången undersökte sambedömningen. Andelen lärare som bedömer proven ensamma har minskat med mer än tio procentenheter. Detta gäller både de skriftliga delproven och det muntliga delprovet.

Korrelationen med läsförståelsen stämmer väl överens med det som vi fann för 2010 och 2011 års prov, vilka är de senaste proven då vi undersökte korrelationen.

Andelen lärare som anser att provet är ”bra” eller ” ganska bra” har i genomsnitt ökat genom åren och är numera cirka 95 procent. Lärarnas synpunkter om kravgränserna har varit likartad de senaste sex åren.

Det är en lägre andel elever som får samma preliminära slutbetyg som provbetyg än tidigare år. Andelen som får ett steg lägre preliminära slutbetyg än provbetyg har ökat. En anledning till detta kan vara att antalet betygsnivåer har ökat.