

Med fokus på matematik

Analys av samstämmighet mellan svenska styrdokument
och den internationella studien PISA



Med fokus på matematik

Analys av samstämmighet mellan svenska styrdokument
och den internationella studien PISA

Publikationen finns att ladda ner som
kostnadsfri PDF från Skolverkets webbplats:
skolverket.se/publikationer

ISSN: 1652-2508

ISBN: 978-91-7559-154-4

Grafisk produktion: AB Typoform
Skolverket, Stockholm 2015

Förord

Sverige har deltagit i internationella kunskapsmätningar sedan början av 1960-talet. Sedan mitten av 1990-talet har omfattningen av internationella studier ökat, så även Sveriges deltagande. Syftet med deltagande är främst möjligheten att kunna beskriva och jämföra kunskaper och skolsystem mellan länder, samt följa kunskapsutvecklingen över tid. Att flera länder delar på kostnader för metodutveckling och analys innebär också ekonomiska vinster.

Internationella studier utgör en del av den svenska nationella utvärderingen av skolan. Resultaten från de internationella kunskapsmätningarna har fått allt större genomslagskraft på skolpolitiken och den allmänna debatten om svensk skola.

Men vad säger egentligen internationella studier om den svenska skolan? Är det överhuvudtaget möjligt att använda internationella studier som ett mått på svenska elevers kunskaper? Hur väl överensstämmer ramverken för de internationella studierna med svenska kurs- och läroplaner?

För att mäta validiteten i de internationella studierna genomför Skolverket analyser av ramverken och provuppgifter i de internationella studierna jämfört med svenska styrdokument och uppgifter i nationella prov. Dessa analyser är nödvändiga, om än inte tillräckliga, för att förstå och värdera resultaten i de internationella mätningarna.

Denna studie är en del av Skolverkets valideringsarbete. I rapporten jämförs PISAs ramverk i matematik med matematiken i Lgr 11, provuppgifter i PISA 2012 med provuppgifter i nationella ämnesprovet från 2013 i matematik i årskurs 9.

Rapporten har skrivits av Astrid Pettersson och Samuel Sollerman vid PRIM-gruppen, MND, Stockholms Universitet, som ansvarar för matematiken i PISA 2012 och för nationella prov i matematik i årskurserna 3, 6 och 9 i grundskolan och kurs 1 i gymnasieskolan.

Stockholm den 19 mars 2015

Anna Ekström
Generaldirektör

Anita Wester
Senior rådgivare

Eva Lundgren
Undervisningsråd

Innehåll

Sammanfattning 6

Inledning 7

Metod 10

Resultat 12

Ramverksjämförelse 12

Provjämförelse och jämförelse av bedömning 18

Jämförelse av uppgifternas utformning och karaktär 20

Avslutande diskussion 32

Slutsatser 35

Referenser 36

Bilaga 38

Sammanfattning

OECD:s Programme for International Student Assessment, PISA, är en undersökning av 15-åringars kunskaper i bland annat matematik. Denna studie undersöker vissa aspekter av validiteten hos PISA utifrån Skolverkets uppdrag (Dnr 2010:1682). *”Validitetsstudien innebär en jämförelse på två nivåer, dels mellan ramverk och dels på uppgiftsnivå. Det innebär att ramverket i matematik i PISA 2012 jämförs med Lgr 11 och tillhörande kursplaner i matematik samt att matematikuppgifterna i PISA 2012 jämförs med matematikuppgifterna i det nationella provet 2013. Syftet är att granska och bedöma PISAs relevans som ett instrument för mätning av svenska 15-åringars kunskaper i matematik.”*

Validitet kan enligt Messick, 1989, betraktas utifrån olika perspektiv, där det ena handlar om provets olika funktioner, dvs. tolkning och användning av bedömningens utfall, och det andra beskriver utgångspunkter för värdering av bedömningens slutsatser och konsekvenser. Alla dessa perspektiv har inte undersökts i denna studie.

Studien visar att ramverket i PISA överensstämmer i sina huvuddrag med inriktningar som anges i de svenska styrdokumenterna. Även matematikinnehållet i ramverk och i uppgifter stämmer i huvudsak överens för de två kunskapsutvärderingarna. Det finns däremot en relativt stor skillnad i bland annat provformat, uppgiftsformat och bedömningsmodeller samt hur texttunga uppgifterna är.

Den internationella kunskapsutvärderingen PISA är ett relevant instrument för att mäta svenska 15-åringars kunskaper i matematik utifrån ramverk och matematiskt innehåll. Alla förmågor och aspekter av matematiken i de svenska styrdokumenterna provas dock inte i PISA-undersökningen. Vad gäller provformat, uppgiftsformat och uppgifternas textmängd finns skillnader mellan PISA och de nationella proven. Liknande skillnader mellan PISA-uppgifterna 2003 och uppgifterna i NU-03 redovisas i Skolverkets rapport (2006). Provformat, uppgiftsformat och textmängd har heller inte förändrats på något avgörande sätt vare sig i PISA 2012 jämfört med 2003 eller i ämnesprovet 2012 jämfört med 2003. Analyserna i denna studie kan inte förklara försämringen i resultat från PISA 2003 till PISA 2012 utifrån skillnaderna i provformat, uppgiftsformat eller textmängd mellan PISA och de nationella proven.

ANVÄNDA FÖRKORTNINGAR

- Det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9, år 2013, förkortas i texten Äp9 2013.
- Matematikdelen i PISA förkortas i texten PISA 2012.
- Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 förkortas i texten Lgr 11 (Skolverket, 2011b).
- Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet 1994 förkortas i texten Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 2006).
- Kursplan och betygskriterier 2000 – 2:a reviderade upplaga 2008 förkortas i texten Kursplan 2000 (Skolverket, 2008).

Både PISA 2012 och Äp9 2013 består av uppgifter som kan innehålla en eller flera deluppgifter. Äp9 2013 består av 30 uppgifter/uppgiftssamlingar men 40 deluppgifter och PISA består av 48 uppgifter/uppgiftssamlingar men 84 deluppgifter.

Inledning

Debatten om den svenska skolan tar fart när nya resultat på internationella och nationella kunskapsutvärderingar presenteras. Det finns ett stort intresse för resultaten och diskussionerna har under senare tid fått stort utrymme bland politiker, skolforskare och i media. Denna studie ämnar granska och bedöma matematikdelen i en av de internationella kunskapsutvärderingarna och dess relevans som ett instrument för mätning av svenska elevers kunskaper.

Sverige deltar för närvarande i ett flertal internationella kunskapsutvärderingar, bland annat PISA, TIMSS och PIRLS, samtidigt som vi har nationella kunskapsprov i form av nationella prov. De internationella utvärderingarna kan ge oss möjligheten att följa kunskapsutvecklingen i landet, både i ett nationellt och i ett internationellt perspektiv. De nationella kunskapsproven kan ge oss möjligheten att bedöma elevers kunskaper i förhållande till nationella mål och genomföra analyser om i vilken utsträckning kunskapskrav uppfylls på en nationell nivå.

De internationella utvärderingarna har dock både möjligheter och begränsningar för nationell undersökning av mål- och kunskapsutveckling. Möjligheterna med de internationella utvärderingarna är dels att de är utformade för att mäta förändringar i kunskaper över tid, dels att de ger en bild av det svenska utbildningssystemet i ett internationellt perspektiv. De internationella ramverken och uppgifterna tas fram i samverkan mellan deltagande länder, vilket innebär begränsningar för ett enskilt land att utöva inflytande på utformningen av utvärderingen så att den passar just det landets behov. De svenska målen blir underordnade det ramverk som formuleras för den internationella studien.

De internationella utvärderingarna används dock inte bara för internationella jämförelser och för trendmätningar utan används i samhällsdebatten även som underlag för att diskutera den svenska skolans resultat i allmänhet. Sveriges deltagande i dessa internationella jämförande kunskapsutvärderingar väcker naturligt frågor om vad det är som prövas i de internationella kunskapsutvärderingarna och hur det relateras till vad som i Sverige avses prövas utifrån svenska styrdokument. I denna studie fokuseras på ämnet matematik genom att studera matematikdelen i den internationella kunskapsutvärderingen PISA (*Programme for International Assessment*) samt svenska styrdokument och nationella ämnesprov.

PISA är utvecklad av OECD och har genomförts vart tredje år sedan starten år 2000. Vid varje genomförande är ett av områdena matematik, naturvetenskap eller läsförmåga huvudområde. Inom huvudområdet ges större underlag för att genomföra analyser genom att en större del av undersökningen handlar om huvudområdet. Sverige har deltagit i samtliga PISA-undersökningar och deltog således även i den som genomfördes 2012 då matematik var huvudområde.

PISA riktas mot 15-åringar och vid undersökningen 2012 gick de flesta i grundskolans årskurs 9 och hade Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 2006) som läroplan och Kursplan 2000 (Skolverket, 2008) som kursplan. 2012 års elever i årskurs 9 genomförde ett nationellt ämnesprov i matematik som baseras på innehåll i Kursplan 2000. En jämförelse mellan matematikdelen i PISA 2012 och då rådande läroplan och kursplan finns i huvudrapporten från PISA 2012 (Skolverket, 2013a). Dessa elever var de sista eleverna som hade denna läroplan

och nästkommande årskull har Lgr 11 (Skolverket, 2011b) som läroplan. I PISA år 2015 kommer således de flesta 15-åringar att ha Lgr 11 som läroplan men har tidigare under sin grundskoletid haft Lpo 94 som läroplan. Skillnaderna mellan kursplan 2000 och kursplanen som tillhör Lgr 11 är inte särskilt stora i matematik. Kommentarmaterialet (Skolverket, 2011a) uttrycker det på följande sätt.

Kursplanen i matematik utgår från samma syn på ämnet som i den tidigare kursplanen. Den nya kursplanen skiljer sig därigenom inte från den tidigare när det gäller inriktningen, men däremot när det gäller konkretionsgraden.

Kursplanen lyfter på ett tydligare sätt fram vikten av att möta och använda matematik i olika sammanhang samt inom olika ämnesområden. Det betydelsefulla i att eleverna utvecklar förmågan att kommunicera matematik med olika uttrycksformer betonas också. Matematikens anknytning till historiska och kulturella sammanhang konkretiseras i kursplanen. Likaså konkretiseras användningen av digital teknik vid matematisk analys, hantering av data och beräkningar. (s. 6)

Denna studie ämnar granska och bedöma relevansen hos PISA:s ramverk och uppgifter som instrument för mätning av svenska 15-åringars kunskaper i matematik. För att göra detta har de pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012 analyserats och jämförts med nationella ämnesprovet i åk 9 våren 2013, som följde läroplanen Lgr 11. Dessutom har likheter och skillnader i ramverken behandlats. Att analysera och jämföra med Lgr 11 ger information om PISA:s relevans i förhållande till den nu rådande läroplanen.

Omkring 510 000 elever deltog världen över i PISA 2012. De representerade omkring 28 miljoner 15-åringar i 65 länders skolor. I Sverige deltog 4 736 elever i 209 skolor. Eleverna är födda 1996. Majoriteten av eleverna gick i grundskolans årskurs 9. Resterande gick i årskurs 8 eller i gymnasieskolan. Nationella ämnesprovet i matematik genomfördes av elever i årskurs 9. Totalt gick 95 455 elever i årskurs 9 våren 2013 och av dessa genomförde 86 760 elever ämnesprovets samtliga delprov.

I samband med analysen av 2003 års PISA-resultat genomfördes en jämförelse mellan PISA:s ramverk och uppgifter och den svenska kursplanen och nationella provuppgifter i matematik (Skolverket, 2004). Ytterligare en liknande jämförelse har gjorts av styrdokument och uppgifter då matematik var huvudområde 2003 (Skolverket, 2006). Resultatet av jämförelserna visar att samstämmigheten mellan kursplan och PISA:s ramverk är tämligen god. PISA-uppgifterna är dock mer ordrika än uppgifterna i det nationella ämnesprovet. Även Roe och Taube (Roe & Taube, 2006) visade att PISA-uppgifterna är mycket textrika och att det förelåg ett nära samband mellan elevernas läsförståelse och prestationer i matematik.

Denna studie är en validitetsstudie och ska svara på frågan om ramverk och uppgifter i PISA är relevanta för 15-åringars kunskaper i matematik i Sverige.

Validitetsbegreppet är ett komplext begrepp som innehåller flera delar och aspekter. För att nå en hög validitet menar Messick (1989) att flera aspekter av validitet ska vara uppfyllda, bland annat innehållets relevans. De finns i stort sett två hot mot validiteten och det är underrepresentation och irrelevans (Messick 1995, 1998). Underrepresentation innebär att det som ska mätas, i PISA handlar det till exempel om kunskaper i matematik, inte täcks av uppgifts-

materialet. Irrelevansen innebär att uppgifterna är irrelevanta för att mäta kunskaper i matematik enligt ramverken. Validitetsbegreppet har utvecklats genom åren. Kane (2013) bygger vidare på Messick (1989, 1998) och lyfter särskilt fram validiteten i tolkning av resultat och vilka slutsatser som dras. Mer och mer (se exempelvis Rasmusson, 2014) har validiteten riktas mot de tolkningar, beslut och handlingar som blir konsekvenser av de bedömningar som görs.

Sammanfattningsvis kan validitet enligt Messick, 1989, betraktas utifrån olika perspektiv, där det ena handlar om provets olika funktioner, dvs. tolkning och användning av bedömningens utfall, och det andra beskriver utgångspunkter för värdering av bedömningens slutsatser och konsekvenser (Nyström 2004). Alla dessa perspektiv har inte undersökts i denna studie.

Tyngdpunkten i denna studie ligger på innehållsrelevansen, i vilken utsträckning ramverket och uppgifterna i PISA är relevanta och representativa i relation till den svenska läroplanen inklusive kursplanen i matematik samt det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9.

Metod

PISA-projektets begreppsmässiga utgångspunkter för undersökningen finns beskrivna i ett ramverk (OECD, 2013). I ramverket beskrivs bland annat undersökningens utgångspunkter samt en beskrivning av bedömningen av matematisk kunskap och kompetens som bygger på tre huvuddimensioner: innehåll, kontext samt förmågor och processer. PISA består av matematikuppgifter som är utformade för att spegla ramverket.

Svenska skolans övergripande mål och riktlinjer för utbildningen finns beskrivna i läroplanen (Skolverket, 2011b). Läroplanen innehåller kursplaner för alla ämnen och kompletteras med kunskapskrav för varje ämne. I svenska skolan finns nationella prov vars huvudsyfte är att stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygsättning. Nationella prov har också till uppgift att ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolenivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå. De nationella proven består av matematikuppgifter som är utformade för att spegla innehållet i kursplanerna.

I denna studie har vi valt att undersöka PISA:s relevans som ett instrument för mätning av svenska 15-åringars kunskaper i matematik genom att huvudsakligen göra en komparativ innehållsanalys mellan matematikuppgifter i PISA och matematikuppgifter som används på ett nationellt ämnesprov för årskurs 9. I studien jämförs även några förutsättningar och grunder för kunskapsutvärderingarna. Om uppgifterna i PISA speglar ramverket i PISA och uppgifterna i nationella ämnesprov speglar läroplanen och kunskapskraven, kan en jämförelse av uppgifterna ge en grund för en analys av PISA:s relevans för mätning av elevernas kunskaper i matematik.

Olika analyser har genomförts på olika nivåer bland annat för att kunna klassificera uppgifterna. En av analyserna innebär en genomgång och jämförelse av de svenska styrdokumenterna med speciellt fokus på kursplanen i matematik och ramverket för PISA-undersökningen. Den analysen utgår från innehållsliga och kognitiva dimensioner. Den innehållsliga dimensionens kategorier är dels PISAs innehållsområden dels kursplanens kunskapsområden. Den kognitiva dimensionens kategorier är PISAs tre processer och sju förmågor och Lgr 11:s fem förmågor i matematik. Dessutom innebär analysen en kategorisering efter PISA:s fyra kontextkategorier. En innehållslig jämförande analys har gjorts av PISA:s prestationsnivåer och kunskapskraven i matematik i årskurs 9.

En analys av provinstrumentet i PISA 2012 och det nationella ämnesprovet i matematik i årskurs 9 år 2013 har analyserats utifrån instrumentens genomförande och förutsättningar.

Provformaten jämförs genom sina strukturella skillnader och bedömningen jämförs bland annat via en genomgång av instruktioner och bedömningsanvisningar.

På uppgiftsnivå har analyserna inriktat sig mot de innehållsliga kategorierna och när det gäller den kognitiva dimensionen, PISA:s tre processer. Men analyserna på uppgiftsnivå har också inneburit att uppgifterna har kategoriserats efter svårighetsnivå och uppgiftsformat, men också efter kontext. Två ytterligare analyser på uppgiftsnivå har genomförts, en avseende visuell representation som har kunnat kategoriseras i fyra kategorier. En analys avser den språkliga utformningen där kategorierna avser bland annat antal ord, antal meningar och antal substantiv.

Utifrån de upprättade kategoriseringarna har uppgifterna analyserats och kategoriserats. Kategoriseringen är gjord av personer som är väl insatta i både konstruktion och analys av såväl matematikdelen i PISA som nationella ämnesprov i matematik. Kategoriseringen genomfördes av tre oberoende personer och där skillnader i kategoriseringar uppstått har skillnaderna diskuterats så att en slutlig entydig kategorisering har kunnat fastställas.

I vissa av kategoriseringarna har de i PISA-undersökningen och kursplanerna definierade kategorierna används. I andra av kategoriseringarna har kategorier arbetats fram genom diskussioner och samarbeten men även genom inspiration av andra forskares kategoriseringar. Detta gäller vid kategorisering av uppgiftsformat, av uppgifternas visuella representationer och av uppgifternas språkliga utformning. Kategorierna vid analysen av visuella representationer skapades genom att analysera uppgifterna (i PISA 2012 samt i ämnesprovet i årskurs 9) och genom att ta inspiration av Martin & Mullis (2013) analys av TIMMS- och PIRLS-uppgifter. I analysen av texternas mer lingvistiska egenskaper har taxonomin även inspirerats av Parszyk (1999), Kokkinakis Johansson & Magnusson (2014) och Martin & Mullis (2013).

När man jämför PISA och dess ramverk med styrdokumentet i den svenska skolan är det viktigt att konstatera att de har olika mål, syften, uppbyggnad och omfattning. Detta konstateras bland annat genom att PISA är utvecklad för att mäta resultat mellan länder och över tid, medan de nationella proven är utvecklade för att stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygsättning samt att ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls. PISA är en urvalsundersökning för 15-åringar oberoende av vilken årskurs eller skolform de tillhör, medan de nationella proven är ämnade för samtliga elever i en årskurs. PISA har en roterad design, vilket innebär att alla elever inte gör samma uppgifter och att man därmed kan använda många olika uppgifter. I de nationella proven gör alla elever samma uppgifter. PISA bygger på ett relativt system medan nationella proven bygger på ett mål- och kunskapsrelaterat system. Innehållet i PISA beslutas i samråd med andra länder och består av ett framarbetat gemensamt innehåll som samtliga länder kan acceptera, medan innehållet i de nationella proven är baserat på nationella styrdokument. PISA fokuserar på matematisk kunskap och kompetens som fordras för att kunna klara sig i olika situationer som samhällsmedborgare, medan de svenska nationella proven även prövar matematik utan kontexter. Dessa är några av de olikheter som gör att man måste iaktta viss försiktighet när man tolkar resultaten av PISA.

Resultat

Analysens resultat presenteras inledningsvis med en jämförelse av PISAs ramverk och de svenska styrdokumentens avseende matematik. I denna jämförelse ingår övergripande mål, struktur, matematikens innehåll samt kunskapskrav och prestationsnivåer. Därefter följer en jämförelse av provens format och bedömning. Slutligen jämförs uppgifternas utformning och karaktär. Det innebär bland annat en jämförelse på innehållsnivå, svårighetsnivå och uppgifternas språkliga utformning.

Ramverksjämförelse

Jämförelsen av ramverken fokuserar ramverkens struktur och innehåll.

Övergripande mål

Det övergripande målet med PISA är att studera i vilken omfattning 15-åringar har de kunskaper som behövs för att kunna delta som aktiva samhällsmedborgare i ett kommande vuxenliv.

Den nu gällande läroplanen (Lgr 11) för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet gäller från 2011, (Skolverket, 2011b) men många formuleringar kring skolans uppdrag är oförändrade. I såväl Lpo 94 som Lgr 11 anges till exempel att:

Skolan har i uppdrag att överföra grundläggande värden och främja elevernas lärande för att därigenom förbereda dem för att leva och verka i samhället. Skolan ska förmedla de mer beständiga kunskaper som utgör den gemensamma referensram alla i samhället behöver. Eleverna ska kunna orientera sig i en komplex verklighet, med ett stort informationsflöde och en snabb förändringstakt. Studiefärdigheter och metoder att tillägna sig och använda ny kunskap blir därför viktiga. Det är också nödvändigt att eleverna utvecklar sin förmåga att kritiskt granska fakta och förhållanden och att inse konsekvenserna av olika alternativ. (Utbildningsdepartementet, 2006, s. 7) och (Skolverket, 2011b, s. 9)

Eleverna som deltog i PISA 2012 har fått sin undervisning enligt Lpo 94 och eleverna som kommer att delta i PISA 2015 kommer att ha fått sin undervisning även enligt Lgr 11. Både Lpo 94 och Lgr 11 anger att skolan har till uppgift att förbereda ungdomar för att leva och verka i samhället. Viktiga mål är att eleverna ska lära sig att använda kunskaper och att kritiskt kunna granska och bedöma information. PISA:s utvärderingsmål överensstämmer således på flera punkter med skrivningar i den svenska läroplanen.

Ramverkens struktur

I både ramverket för matematiken i PISA och i Lgr 11 ingår innehållsliga och kognitiva dimensioner. Inom PISA finns en tredje dimension som beskriver de sammanhang i vilken matematiken tillämpas. I läroplanens (Lgr 11) andra del som behandlar mål och riktlinjer lyfts fram att varje elev ska utveckla kunskaper som är nödvändiga för varje individ och samhällsmedlem och att eleverna efter grundskolan ska kunna använda matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet.

För den innehållsliga dimensionen ämnar PISA använda mer övergripande områden och ger bara beskrivningar av breda matematiska områden med underliggande matematiskt tänkande och ger endast exempel på innehåll och begrepp som kan ingå i dessa områden. I svenska kursplanen beskrivs matematiska områden med ett mer definierat innehåll.

För den kognitiva dimensionen beskriver PISA strukturen vid problemlösning med hjälp av tre processer. PISA använder även sju förmågor som samtliga, i olika grad, kan återfinnas i de olika processerna. I den svenska kursplanen för matematik beskrivs fem förmågor kring vilka bedömningen av kunskaper är uppbyggd.

Inom PISA finns för den tredje dimensionen, som beskriver de sammanhang i vilka matematiken tillämpas, fyra kontextkategorier som identifierar de sammanhang och situationer i vilka man kan möta matematiken.

PISA har ett mer sammanhållet ramverk än vad svenska läroplanen har när det gäller matematik eftersom det i läroplanen (Lgr 11) finns skrivningar om matematik i läroplanens allmänna delar, kursplanen och kunskapskraven. Därför är en fullständig jämförelse svår att göra. Exempelvis används i PISA processer, men i Lgr 11 beskrivs processerna i förmågorna.

Tabell 1. Jämförelse mellan strukturen på beskrivningarna av matematiken i PISA 2012 och Lgr 11.

PISA 2012	Lgr 11
Innehåll	Innehåll
Förändring och samband Rum och form Kvantitet Osäkerhet	Taluppfattning och tals användning Algebra Geometri Sannolikhet och statistik Samband och förändring Problemlösning
Processer* och underliggande matematiska förmågor	Förmågor
Processer (processes) Formulera Använda Tolka Förmågor (capabilities) Kommunikation Matematisering Representation Resonemang och argumentation Utforma strategier för att lösa problem Använda symboliskt, formellt och tekniskt språk och operationer Använda matematiska verktyg	Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter Föra och följa matematiska resonemang Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera, och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser
Kontextkategorier	Kontextkategorier**
Personlig Samhällsliv Yrketsliv Vetenskaplig	

* Formulera handlar om att formulera situationer matematiskt. Använda handlar om att använda matematiska begrepp, fakta, procedurer och resonemang. Tolka handlar om att tolka och utvärdera matematiska resultat. (Skolverket, 2013a).

** I Lgr 11 finns flera formuleringar om matematikens användning i olika kontexter, dock uttrycks inte några explicita kontextkategorier.

Beskrivning av matematiken

Fokus i PISA är på matematisk kunskap och kompetens som fordras för att kunna klara sig i olika situationer som samhällsmedborgare. För att beskriva den matematiska kunskap och kompetens som fordras i olika situationer som samhällsmedborgare, i såväl arbete, socialt liv som i studier med mera, använder man sig inom PISA, av begreppet mathematical literacy. Mathematical literacy definieras i PISA som:

”en individs förmåga att formulera, använda och tolka matematik i en mängd olika sammanhang. Detta inkluderar matematiskt resonemang och att använda matematiska begrepp, procedurer, fakta och verktyg för att beskriva, förklara och förutsäga fenomen. Mathematical literacy hjälper individer att känna igen den roll matematiken spelar i världen och att göra välgrundade bedömningar och fatta beslut som är nödvändiga för konstruktiva, engagerade och reflekterande medborgare.”
(Skolverket, 2013a, s. 22)

Fokus i Lgr 11 är att eleverna ska kunna använda sig av matematik för vidare studier och i vardagslivet. Fokus ligger också på matematisk kunskap och kompetens som fordras bland annat för att delta i samhällets beslutsprocesser men även som eget ämne med ett egenvärde. Den beskrivs bland annat som:

”Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhällsliga, sociala och tekniska utvecklingen. Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser.” (Skolverket, 2011b, s. 62)

På flera ställen i Lgr 11 lyfts matematiska sammanhang och matematiska situationer fram som ett komplement till vardagliga situationer, till exempel i delar av syftesbeskrivningen:

”Eleverna ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer.” (Skolverket, 2011b, s. 62)

►► **Det finns likheter och skillnader i beskrivningarna av matematisk kunskap och kunnande i ramverken.** Till exempel talar båda ramverken om samhällsmedborgaren och att matematiken behövs för att fatta välgrundade beslut. Ramverket i PISA har dock ett uttalat fokus på praktiken utanför skolan men Lgr 11 har även ett framskrivet inommatematiskt innehåll.

Matematiskt innehåll

Det matematiska innehållet har modifierats från Lpo 94 till Lgr 11. För att jämföra det matematiska innehållet i Lgr 11 med det matematiska innehållet i PISA 2012 är det intressant att kort analysera några förändringar i de svenska styrdokumenterna.

I kursplanerna i Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 2006) är ämnesstoffet inte specificerat utöver övergripande uppräkningsområden och öppet hållna beskrivningar av grundläggande kompetenser. I läroplanens och kursplanernas ”mål att sträva mot” anges undervisningens inriktning genom att formulera de kunskapskvaliteter som ska eftersträvas inom utvalda ämnesområden och i ”mål att uppnå” anges den miniminivå av kunskaper i ämnet som alla elever ska uppnå mot slutet av skolår 5 respektive skolår 9.

I kursplanerna i Lgr 11 är ämnesstoffet kategoriserat under Centralt innehåll i kunskapsområden med rubriker som algebra, geometri osv. Under varje rubrik definieras innehållet genom ett antal punkter som beskriver vad som ingår. Innehållet är uppdelat för årskurserna 1–3, 4–6 och 7–9.

I ramverket för PISA 2012 anges ämnesstoffets i fyra innehållskategorier. Dessa innehållskategorier har formen av övergripande områden och innehåller beskrivningar av breda matematiska områden med underliggande matematiskt tänkande. Som tillägg finns exempel på innehåll och begrepp som kan ingå i dessa områden.

Tabell 2. Kategoriseringar av matematikinnehåll i PISA 2012 och Lgr 11.

PISA 2012	Lgr 11
Innehållskategorier	Kunskapsområden i årskurs 7–9
Kvantitet	Taluppfattning och tals användning
Rum och form	Geometri
Osäkerhet	Sannolikhet och statistik
Förändring och samband	Algebra Samband och förändring
	Problemlösning

Det finns stora likheter mellan innehållet i matematik för Lgr 11 och PISA 2012. Det centrala innehållet i matematik i Lgr 11, årskurs 7–9, återfinns nästan till fullo i beskrivningen i ramverket för PISA 2012. Något som finns i beskrivningen av centralt innehåll för Lgr 11 men inte i ramverket för PISA är problemlösning.¹ Inom PISA är problemlösning inte en separat innehållskategori.

Som ett exempel görs nedan en jämförelse mellan det centrala innehållet inom området Sannolikhet och statistik för Lgr 11 och motsvarande områden i ramverket för PISA 2012. Innehållen i detta kunskapsområde stämmer väl överens.

Tabell 3. Jämförelse mellan innehåll inom kunskapsområdet Sannolikhet och statistik för ramverket för PISA 2012 och Lgr 11.

PISA 2012	Lgr 11
Exempel på punkter som omfattar Sannolikhet och statistik är valda	Sannolikhet och statistik
Risk och sannolikhet: Begreppet slumpmässig händelse, slumpmässig variation och dess representationer, slumpen hos och frekvensen av händelser och grundläggande aspekter av begreppet sannolikhet.	Likformig sannolikhet och metoder för att beräkna sannolikheten i vardagliga situationer. Bedömningar av risker och chanser utifrån statistiskt material.
Kombinatoriska principer: Enkla kombinationer och permutationer.	Hur kombinatoriska principer kan användas i enkla vardagliga och matematiska problem.
Datainsamling, representation och tolkning: Egenskaper hos, uppkomst och insamling av olika typer av data, och olika sätt att beskriva och tolka dem. Undersökningar och urval: Begrepp som rör undersökningar och att göra urval, inklusive enkla slutsatser som baseras på egenskaper hos urvalet.	Tabeller, diagram och grafer samt hur de kan tolkas och användas för att beskriva resultat av egna och andras undersökningar, till exempel med hjälp av digitala verktyg. Hur lägesmått och spridningsmått kan användas för bedömning av resultat vid statistiska undersökningar.

►► **Ramverkens matematikinnehåll överensstämmer till stor del.** I stort sett allt det som beskrivs i centralt innehåll i matematik i Lgr 11 återfinns i ramverket för PISA 2012. Ramverket i PISA fokuserar på matematik i praktiken utanför skolan. Inom denna ram har dock PISA en mer öppnare och mer övergripande beskrivning av innehållet än vad Lgr 11 har.

¹ I PISA 2012 var problemlösning ett särskilt område separat från matematiken.

Kunskapskrav och prestationsnivåer

I PISA definieras ett antal prestationsnivåer utifrån studiens resultat. Nivåerna för matematikskalan sattes vid PISA-mätningen år 2003. Totalt definieras sex olika nivåer och inom varje nivå beskrivs kunskaperna hos en typisk elev på denna nivå. Beskrivningen av eleven på respektive nivå finns inte bara totalt, utan även inom varje innehållsområde och inom varje process.

I de svenska styrdokumenterna beskrivs prestationsnivåerna som kunskapskrav som minst måste vara uppfyllt. Enligt kommentarmaterialet till kursplanen i matematik (Skolverket, 2011a) beskrivs den kunskapsnivå som krävs för betygen A, C respektive E för årskurs 6 och 9. Totalt finns fem godkända betygsnivåer. Kunskapskraven kan inte tolkas enskilt utan endast tillsammans med relevanta delar i övriga styrdokumentet, till exempel det centrala innehållet.

PISA grundar prestationsnivåerna empiriskt och Lgr 11 grundar nivåerna utifrån saklogiska resonemang.

För att anses vara matematiskt litterat enligt PISA bör eleverna nå upp till minst nivå två och för att erhålla det lägsta betyget för godkänt, enligt de svenska styrdokumenterna, krävs att eleverna uppfyller kunskapskravet för betyget E.

Exempel ur beskrivningen för nivå 2 i PISA (Skolverket, 2013a, s. 31):

På nivå 2 kan eleverna tolka och känna igen situationer i sammanhang som inte fordrar mer än direkta slutsatser. De kan hämta relevant information från en källa och använda en representationsform. Elever på denna nivå kan använda grundläggande algoritmer, formler, procedurer eller konventioner. De klarar av att föra ett enkelt resonemang och att göra bokstavliga tolkningar av resultat.

Exempel ur kunskapskravet för betyget E (Skolverket, 2011b, s. 70):

Eleven kan lösa olika problem i bekanta situationer på ett i huvudsak fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med viss anpassning till problemets karaktär samt **bidra till att formulera** enkla matematiska modeller som kan tillämpas i sammanhanget. Eleven för **enkla och till viss del** underbyggda resonemang om val av tillvägagångssätt och om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt kan bidra till att ge **något** förslag på alternativt tillvägagångssätt.

Exempel ur beskrivningen för nivå 6 i PISA (Skolverket, 2013a, s. 31):

På nivå 6 kan eleverna göra sig en föreställning om, generalisera, och använda information utifrån sina undersökningar och modelleringar av komplexa problemsituationer i olika sammanhang. De kan koppla samman olika informationskällor och representationer samt flexibelt förflytta sig mellan dem. De kan använda avancerat matematiskt tänkande och resonemang. Dessa elever kan tillämpa sin insikt och förståelse om symboliska och formella matematiska operationer och samband för att utveckla nya metoder och strategier för att angripa nya situationer. Elever på denna nivå kan reflektera över sina handlingar och formulera och tydligt kommunicera sina upptäckter, tolkningar och argument samt avgöra hur lämpliga de är i förhållande till ursprungssituationen.

Exempel ur kunskapskravet för betyget A (Skolverket, 2011b, s. 74):

Eleven kan lösa olika problem i bekanta situationer på ett väl fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med **god** anpassning till problemets karaktär samt **formulera** enkla matematiska modeller som kan tillämpas i sammanhanget. Eleven för **välutvecklade** och **väl** underbyggda resonemang om tillvägagångssätt och om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt kan ge **förslag** på alternativa tillvägagångssätt.

►► **Ramverken har olika modeller för beskrivning av kunskapsnivåer.** Kravnivåerna är svåra att jämföra då PISA 2012 utgår från ett relativt system och Lgr 11 från ett mål- och kunskapsrelaterat system. Men det finns likheter i beskrivningarna av de olika nivåerna särskilt på nivå 2 respektive kunskapskravet för betyget E.

Provjämförelse och jämförelse av bedömning

Jämförelsen av mätinstrumenten fokuserar på instrumentens genomförande och förutsättningar. Analysen inkluderar instrumentens provlängder, provdelar, omfattning, redovisningsformer, tillåtna hjälpmedel samt karaktären hos bedömningsanvisningarna.

Provformat

I PISA 2012 var matematikämnet huvudområde och övervägande andel uppgifter var matematikuppgifter. Matematikuppgifterna i PISA 2012 var uppdelade i uppgiftskluster om 12 deluppgifter i varje kluster. Totalt fanns sju uppgiftskluster med matematikuppgifter, tre i läsning och tre i naturvetenskap. Genom att sätta ihop fyra kluster skapas ett provhäfte. Totalt skapades 13 olika provhäften där varje enskilt kluster förekom i fyra häften i fyra olika positioner. Eleverna som deltar i PISA fick ett provhäfte som innehöll mellan ett och tre kluster av matematikuppgifter. Till exempel innehöll ett av provhäftena Matematik (kluster nr 5), Naturvetenskap (kluster nr 3), Matematik (kluster nr 6) samt Naturvetenskap (kluster nr 2) vilket innebär 24 deluppgifter i matematik.

Nationella ämnesprovet i årskurs 9, 2013 bestod av 30 uppgifter med sammanlagt 40 deluppgifter. Nationella ämnesprovet bestod av fyra delprov. Ett delprov innehöll en uppgift som skulle redovisas muntligt och som genomfördes i grupp och som tog cirka 20–30 minuter. Ett delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg ej var tillåtna och ett delprov bestod av en mer omfattande uppgift. Det fanns ytterligare ett delprov och det bestod av redovisningsuppgifter som är samlade kring ett tema och genomfördes på 100 minuter. De två andra delproven genomfördes på totalt 80 minuter.

I provhäftena i PISA 2012 är uppgifterna inte ordnade i svårighetsordning, något som är fallet i varje delprov i Äp9 och som är vanligt förekommande i svensk praktik.

Tabell 4. Exempel på skillnader och likheter i provformat mellan PISA-undersökningen 2012 och nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9 2013.

PISA 2012	Lgr 11
Ett prov på 120 minuter där mellan 25 och 75 procent av uppgifterna är matematikuppgifter. Till detta tillkommer en elevenkät på 35 minuter som genomförs i samband med provet.	Fyra olika delprov som skrivs vid tre olika tillfällen. Muntligt på 20–30 minuter och skriftliga delprov på sammanlagt 180 minuter.
Provet är skriftligt.	Ett delprov (cirka 15 procent av provet) är muntligt, tre delprov är skriftliga (cirka 85 procent av provet).*
Miniräknare tillåtet.	Miniräknare tillåtet på 74 procent av provet medan 26 procent av provet är miniräknarfri.*
Varje elev möter mellan 12 och 36 deluppgifter i matematik beroende på provhäfte.	Varje elev möter 40 deluppgifter i matematik.

* Andelarna är beräknade med hjälp av antal poäng per delprov

► **Mätinstrumenten har olika provformat.** Uppgifterna i de olika provhäftena i PISA är ordnade oberoende av svårighetsgrad och det finns inget ”mjukstartstänkande” som det finns vid konstruktionen av de nationella ämnesproven som inleds med enklare uppgifter. I PISA kan uppgifter från olika ämnen som matematik, läsförståelse, problemlösning och naturvetenskap förekomma i samma provhäfte.²

Bedömning

Det finns både likheter och skillnader i bedömningen av matematikuppgifterna i PISA 2012 och Äp9 2013. I instruktionen till bedömningarna anges för PISA att bedömaren ska försöka avgöra om eleven har förmågan att svara på uppgiften och att bedömaren inte ska göra poängavdrag för sådant som avviker från ett fulländat svar (OECD, 2011). För Äp9 framhålls att bedömningsanvisningarna bygger på ”principen om positiv bedömning” och att bedömaren inte ska göra poängavdrag för eventuella fel och brister i elevlösningarna (Skolverket, 2013b).

Skillnader finns till exempel i hur elevlösningar bedöms i uppgifter där eleven uppmanas redovisa sin lösning, i så kallade redovisningsuppgifter. Bland de skriftliga delproven i Äp9 fanns 18 redovisningsdeluppgifter (46 procent av uppgifterna) och i samtliga av dessa kan lösningar, även utan ett korrekt svar, ge delpoäng. Som exempel informeras eleverna i delprov D om att ”Till alla uppgifter utom en krävs fullständiga lösningar” och att ”Det är viktigt att du redovisar allt ditt arbete. Du kan få poäng för delvis löst uppgift”.

Bland uppgifterna i PISA 2012 finns totalt 9 redovisningsuppgifter (11 procent av uppgifterna) där eleverna uppmanas att visa hur de kommit fram till svaret eller löst uppgiften. Vid var och en av dessa uppgifter står uppmaningar av typen ”Visa hur du kom fram till ditt svar”, ”Visa hur du löst uppgiften” eller ”Visa dina beräkningar”. I endast tre av dessa (4 procent) kan lösningarna ge

² Provformatet för PISA kommer att förändras. I PISA 2015 kommer alla prov att genomföras digitalt.

delpoäng, på övriga sex redovisningsuppgifter räcker det med att endast ange rätt svar för full poäng.

Vid genomförande av nationellt ämnesprov får lärarna möjlighet att besvara en lärarenkät. En hög andel av de svarande lärarna anger att de, inför genomförandet av ämnesproven, diskuterar bedömningen på ämnesproven och låter eleverna arbeta med uppgifter från tidigare prov. Svenska elever får därigenom information om bedömningen, får se bedömningar av tidigare ämnesprov och vet oftast att det är värt att försöka lösa en uppgift och lösa så stor del av uppgiften som möjligt. I ämnesprovet kan eleven erhålla delpoäng om eleven kommit en bit på väg i sin lösning och visat vissa kvaliteter i sitt kunnande. Endast korrekt svar på uppgifter där det krävs redovisad lösning ger inga poäng. I ämnesprovet har man valt att bedöma även påbörjade lösningar för att man här hittar belägg för att eleverna uppfyller kunskapskrav. I kunskapskraven (Skolverket, 2011b) finns även indikationer att även påbörjade lösningar kan premieras, till exempel står det att eleven för det lägsta godkända betyget ska kunna använda en i huvudsak fungerande metod. I PISA premieras inte dessa försök till lösningar i samma utsträckning.

Bedömningen i nationella ämnesproven sker på flera olika sätt exempelvis med bedömningsmatriser och kvalitetsanalyser av elevernas lösningar. Ämnesprovet har som mål att pröva kunskaper utifrån de kvalitativa nivåer som är beskrivna i kunskapskraven. I PISA bedöms samtliga elevlösningar på ett mer endimensionellt sätt och i de allra flesta bedömningarna är de dikotoma (rätt-fel).

►► **Större skillnader än likheter i bedömningarna.** Det är skillnad i krav på redovisning och olikheterna i uppgiftstyperna slår igenom i bedömningarna. På det nationella ämnesprovet finns det krav på redovisning i cirka hälften av uppgifterna, medan det för uppgifterna i PISA endast finns krav på redovisning i cirka en tiondel av uppgifterna. Av dessa uppgifter bedöms endast redovisningen i en tredjedel av dessa. I ämnesproven beaktas även påbörjade lösningar i bedömningen.

Jämförelse av uppgifternas utformning och karaktär

En jämförelse har gjorts på uppgifterna i matematikdelen i PISA och matematikuppgifterna i nationella ämnesprovet i matematik årskurs 9, 2013. Jämförelse har gjorts utifrån uppgifternas innehållsliga, kognitiva och sammanhangsdimensioner samt utifrån svårighetsnivå, uppgiftsformat, visuell representation och språklig utformning. Exempel på uppgifter ur PISA och Äp9 finns i bilaga.

Uppgifternas innehållsliga dimension

Uppgifternas ämnesinnehåll kategoriseras olika i de olika kunskapsutvärderingarna. För att jämföra fördelningen av innehåll har samtliga uppgifter kategoriserats på uppgiftsnivå på två olika sätt. I PISA utgår man från uppgiftens huvudsakliga innehåll och kategoriserar varje uppgift i endast en kategori. I nationella ämnesproven utgår man inte bara från det huvudsakliga centrala innehållet (ett kunskapsområde) utan kategoriserar varje enskild uppgift i flera kunskapsområden.

I tabell 5 och 6 har kategoriseringen utgått från uppgifternas huvudsakliga innehåll enligt PISA:s uppdelning av matematiska innehåll (Tabell 5) respektive nationella ämnesprovets uppdelning av matematiskt innehåll (Tabell 6). Uppgifter består sällan av matematik från endast ett område, vilket gör att om man bara kategoriserar utifrån uppgiftens huvudsakliga innehåll kan vissa områden, som kan återfinnas i flertalet uppgifter men aldrig betecknas som huvudsaklig, erhålla litet utrymme.

Tabell 5. Fördelning av uppgifter utifrån huvudsakligt innehåll enligt PISA:s uppdelning av matematikinnehåll.

	Kvantitet	Rum och form	Förändring och samband	Osäkerhet
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	25 %	25 %	25 %	25 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	44 %	18 %	26 %	10 %

Tabell 6. Fördelning av uppgifter utifrån kunskapsområden enligt Lgr 11.

	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problemlösning
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	24 %	5 %	25 %	29 %	18 %	0 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	44 %	10 %	18 %	10 %	18 %	0 %

Nationella ämnesprovet har ett delprov utan miniräknare som huvudsakligen prövar metoder och begrepp. I delprovet kategoriseras mer än hälften av uppgifterna som *Kvantitet* eller som *Taluppfattning och tals användning*, vilket påverkar andelen i dessa kategorier. I PISA 2012 har eleverna tillgång till miniräknare på samtliga uppgifter. Inga uppgifter i PISA 2012 eller Äp9 2013 har *Problemlösning*, så som Lgr 11 beskriver innehållet problemlösning, som huvudsakligt innehåll även om många uppgifter innehåller problemlösning.

I tabell 7 och 8 redovisas sambandet mellan uppgifternas ämnesinnehållskategorisering i PISA och Lgr 11 genom två korstabeller. Tabell 7 visar kategoriseringen av PISA-uppgifterna både utifrån PISA:s huvudsakliga innehåll och Lgr 11:s kunskapsområden. Till exempel visar tabellen att samtliga PISA-uppgifter som kategoriserades enligt PISA-kategorin *Rum och Form* har kategoriserades i Lgr 11-kunskapsområdet *Geometri*.

Tabell 8 visar kategoriseringen av nationella ämnesprovets uppgifter både utifrån Lgr 11:s kunskapsområden och PISA:s huvudsakliga innehåll. Kategoriseringen av ämnesprovets deluppgifter stämde nästan entydigt överens med kategorier i PISA-indelningen. Till exempel visar tabellen att samtliga Äp9-uppgifter som kategoriserades enligt kategorin Algebra har kategoriserats inom PISA-kategorin *Förändring och samband*.

Tabell 7. PISA-uppgifter som kategoriserats både utifrån PISA:s huvudsakliga innehåll och Lgr 11:s kunskapsområden.

	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problemlösning
Kvantitet	90 %				10 %	
Rum och form			100 %			
Förändring och samband	5 %	19 %		24 %	52 %	
Osäkerhet				90 %	10 %	

Tabell 8. Äp9-uppgifter som kategoriserats både utifrån Lgr 11:s kunskapsområden och PISA:s huvudsakliga innehåll.

	Kvantitet	Rum och form	Samband och förändring	Osäkerhet
Taluppfattning och tals användning	100 %			
Algebra			100 %	
Geometri		100 %		
Sannolikhet och statistik				100 %
Samband och förändring	14 %		86 %	
Problemlösning				

I tabell 9 har kategoriseringen utgått från nationella ämnesprovets uppdelning. I kategoriseringen utgår man inte bara från det huvudsakliga centrala innehållet utan varje enskild uppgift kan kategoriseras inom flera kunskapsområden. Kategoriseringen av ämnesprovets uppgifter finns i de bedömningsanvisningar som medföljde ämnesprovet (Skolverket, 2013b). Att inte bara kategorisera uppgifterna efter huvudsakligt innehåll ger en bredare bild av uppgiftsinnehållet men en svaghet hos kategoriseringen är att innehållet inte viktas i varje uppgift. Allt innehåll i varje uppgift viktas lika och ett innehåll som finns marginellt i många uppgifter får större utslag än ett innehåll som det finns mycket av i några få uppgifter.

Tabell 9. Andel uppgifter i respektive kunskapsområde. Fördelning av uppgifter utifrån uppgiftens matematikinnehåll enligt Lgr 11:s uppdelning i kunskapsområden.

	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Samband och förändring	Problemlösning
Pappersbase-rade matematik-uppgifterna i PISA 2012	25 %	13 %	26 %	31 %	18 %	100 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	58 %	17 %	28 %	17 %	11 %	44 %

Även om man tar hänsyn till mer matematiskt innehåll än uppgifternas huvudsakliga matematiska innehåll är kunskapsområdet *Taluppfattning och tals användning* dominerande i det nationella ämnesprovet. Detta beror även här troligtvis på att ämnesprovet har ett delprov utan miniräknare som huvudsakligen prövar metoder och begrepp. I denna kategorisering har PISA-uppgifterna en något högre andel inom *Sannolikhet och statistik* än vad ämnesprovet har. I ämnesprovet fanns dock även en muntlig uppgift som i huvudsak handlade om detta matematikinnehåll. Samtliga PISA-uppgifter kategoriserades med innehållet *Problemlösning*. Som tidigare nämnts har samtliga PISA-uppgifter en kontext. I Lgr 11 beskrivs innehållet i problemlösning bland annat som ”Strategier för problemlösning i vardagliga situationer och inom olika ämnesområden” och ”Matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer och olika ämnesområden” (Skolverket, 2011b, s. 67). Det är anledningen till att samtliga uppgifter i PISA kategoriseras som problemlösning.

I ramverket beskrivs att PISA har som mål att ha en jämn fördelning mellan olika matematikområden. Även i ramverket för ämnesprovet strävar man efter att provet som helhet ska ha en någorlunda jämn fördelning mellan de olika kunskapsområdena. Men man lyfter fram att ”några kunskapsområden som *Taluppfattning och tals användning* samt *Problemlösning* har dock en något större tyngd beroende på att de har ett bredare innehåll i kursplanen. Här finns *Problemlösning* specifikt beskrivet men nästan varje poäng från kunskapsområdet *Problemlösning* prövar samtidigt ett annat centralt innehåll.” (PRIM-gruppen, 2013).

I jämförelsen av uppgifternas centrala innehåll har endast skriftliga uppgifter analyserats. I ämnesprovet finns även ett muntligt delprov (cirka 15 procent av provpoängen) som i ämnesprovet 2013 bland annat hade ett statistiskt innehåll som till stor del skulle kategoriseras under PISA-kategorin *Osäkerhet* och kunskapsområdet *Sannolikhet och statistik*.

Tas även det muntliga delprovet med i analysen kan vi konstatera att uppgifternas fördelning av centralt innehåll stämmer väl överens mellan PISA och ämnesprovet förutom att en något större andel i ämnesprovet hamnar inom PISA-kategorin *Kvantitet* och kunskapsområdet *Taluppfattning och tals användning* i Lgr 11 samt att samtliga PISA-uppgifter innehåller någon form av problemlösning så som det beskrivs i Lgr 11.

►► **Spridningen av uppgifternas innehåll är relativt lika.** En jämförelse av uppgifterna i ämnesprovet med uppgifterna i PISA vad gäller innehållskategorier visar att fördelningen av uppgifter mellan innehållskategorier stämmer bra, med reservation för innehållet *Kvantitet/Taluppfattning och tals användning* som har en högre representation i ämnesprovet. Dessutom stämde innehållsområdena väl överens mellan kunskapsutvärderingarna då uppgifter som kategoriseras i ett område i den ena indelningsmodellen i mycket stor utsträckning kategoriserades i motsvarande områden i den andra indelningsmodellen.

Kognitiva dimensioner

Uppgifterna i de båda kunskapsutvärderingarna har kategoriserats utifrån vilka processer som huvudsakligen används. Processen *Formulera* handlar om att formulera situationer matematiskt, processen *Använda* handlar om att använda matematiska begrepp, fakta, procedurer och resonemang samt processen *Tolka* handlar om att tolka och utvärdera matematiska resultat.

Tabell 10. Uppgifternas fördelning med avseende på processer.

	Formulera	Använda	Tolka
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	32 %	43 %	25 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	26 %	51 %	23 %

►► **Spridningen av uppgifternas processer är relativt lika.** Uppgifternas fördelning på processer stämmer väl överens mellan PISA och ämnesprovet. Båda kunskapsutvärderingarna har en tonvikt vid processen Använda.

Sammanhangsdimension

Eftersom PISA har som mål att pröva matematisk kunskap och kompetens som fordras för att kunna klara sig i olika situationer som samhällsmedborgare provas samtlig matematik i ett sammanhang. Samtliga matematikuppgifter i PISA-undersökning befinner sig således i en kontext. Ambitionen med kursplanen i Lgr 11 är ”att betona vikten av att eleverna ges möjlighet att använda matematik i olika sammanhang” (Skolverket, 2011b, s. 6). Men matematiken är förutom att vara ett nyttoverktyg också ”ett språk, ett kulturarv, en konstform och en vetenskap” (Skolverket, 2011b, s. 7). Matematiken i det nationella ämnesprovet behandlar även matematik utan kontexter. Uppgifterna i de båda kunskapsutvärderingarna har kategoriserats utifrån vilka kontexter som uppgifterna huvudsakligen befinner sig i enligt PISAs kategorisering.

Kontexterna identifierar de sammanhang och situationer i vilka man kan möta matematiken. Uppgifterna är kategoriserade i kontextområden: *Ingen kontext* för uppgifter som saknar kontext, *Personlig* som relaterar till individers och familjers vardag, *Samhällsliv* som relaterar till individen som en del av ett samhälle, det kan gälla såväl lokalt, nationellt som globalt, *Yrkesliv* som relaterar till arbetslivet och *Vetenskaplig* som relaterar till användandet av matematik i naturvetenskap och teknik.

Tabell 11. Uppgifternas fördelning med avseende på kontext (utifrån PISA-ramverkets beskrivning av kontextkategorier)

	Ingen kontext	Personlig	Samhällsliv	Yrkesliv	Vetenskaplig
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	0 %	15 %	33 %	18 %	33 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	38 %	13 %	23 %	0 %	26 %

►► **Spridningen av uppgifternas kontext har både likheter och skillnader.** En jämförelse av uppgifterna i ämnesprovet med uppgifterna i PISA vad gäller sammanhang och kontexter visar att det i ämnesprovet finns fler uppgifter utan kontext. Dessa återfinns i det delprov som innehåller uppgifter som ska lösas utan miniräknare och som främst prövar metoder och begrepp och där oftast endast ett svar ska ges. PISA har inga kontextlösa uppgifter. PISA har uppgifter i kontexten yrkesliv med kontexter hämtade från till exempel snickare, sjuksköterskor och kakelsättare. Nationella ämnesprovet 2013 saknar sådana uppgifter. PISA har ett tydligare fokus på matematisk kunskap och kompetens som fordras för att kunna klara sig i olika situationer som samhällsmedborgare vilket gör kontexten yrkesliv naturlig.

Svårighetsnivå

Uppgifterna i PISA är valda för att täcka ett brett spektra av svårighetsnivåer, som matchas mot fördelningen av förmågor hos 15-åriga elever. PISA innehåller uppgifter som är svåra även för de högpresterande eleverna och uppgifter som, ur en bedömningsaspekt, är lämpliga för de lågpressterande eleverna. I ramverket (OECD, 2013, s. 39) beskrivs vikten av att ha en vid svårighetsnivå på uppgifterna.

”The PISA 2012 mathematics survey includes items with a wide range of difficulties, paralleling the range of abilities of 15-year-old students. It includes items that are challenging for the most able students, and items that are suitable for the least able students assessed in mathematics. From a psychometric perspective, a survey that is designed to measure a particular cohort of individuals is most effective and efficient when the difficulty of assessment items matches the ability of the measured subjects.”

Elevernas prestationer på ämnesprov i matematik sammanfattas med provbetyg. Svårighetsnivån på uppgifterna är valda för att ge argument för dessa provbetyg, som ska relateras till kunskapskrav. Uppgifterna i ämnesprovet har varierande svårighetsnivå för att särskilja eleverna, men det behövs inte uppgifter med svårighetsnivåer under det lägsta kravet för godkänt betyg. På det nationella ämnesprovet i matematik år 2013 användes kvalitativa poäng på tre nivåer, E-poäng, C-poäng och A-poäng. Fördelning av provets totalpoäng var 38 procent E-poäng, 40 procent C-poäng och 22 procent A-poäng.

Vid analyser av svårighetsnivåerna framkommer att av samtliga PISA-uppgifter, 84 stycken, är det endast en uppgift som tolkas ha för hög svårighetsnivå och två som tolkas ha för låg svårighetsnivå för att passa in på ett nationellt

ämnesprov för årskurs 9. Av uppgifterna i ämnesprovet finns det inga uppgifter som inte skulle passa in svårighetsmässigt i PISA, bland annat beroende på att PISA har en vidare spridning på svårighetsnivåer.

Om man placerar PISA-uppgifterna och elevernas prestationsnivåer på samma skala ser man att uppgifterna täcker ett vitt spann av svårighetsnivåer.

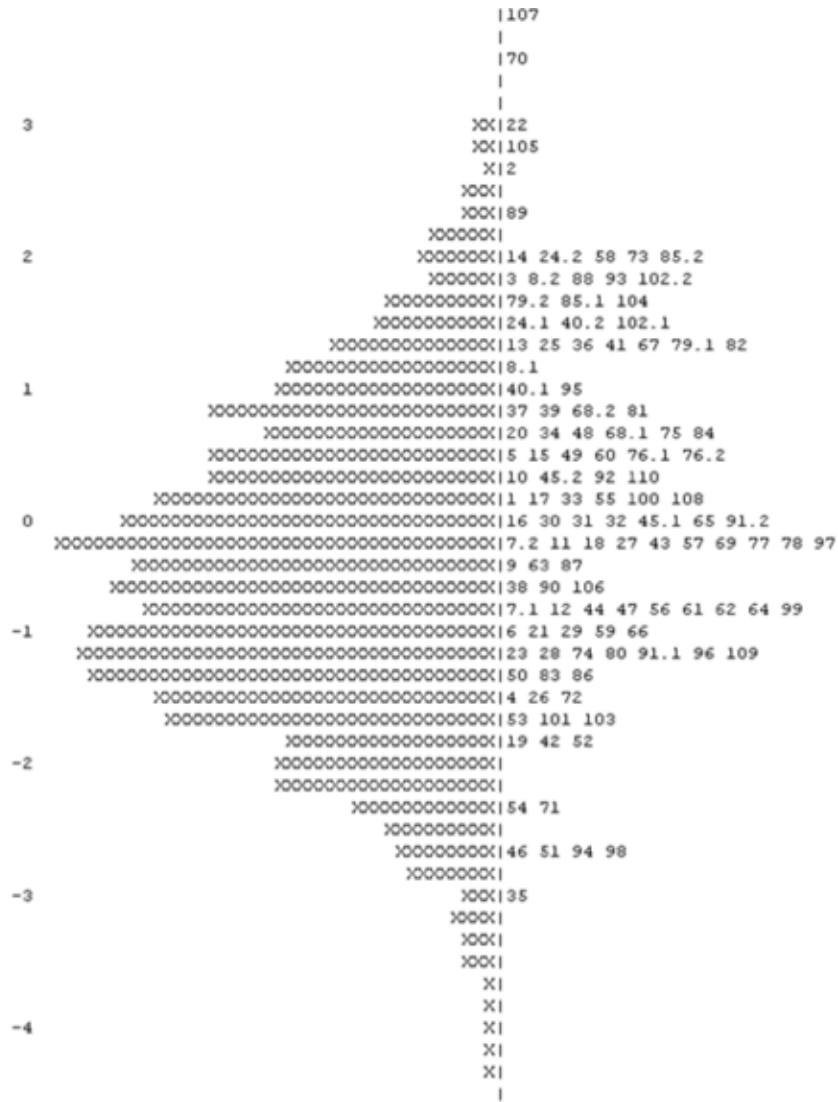


Bild 1. Fördelning av uppgifternas (uppgiftsnummer) svårighetsgrad och fördelningen av elevernas prestationer (kryss) i PISA-testet.

Vid en jämförelse av uppgifternas lösningsproportioner har uppgifterna i det nationella ämnesprovet något högre genomsnittlig lösningsproportion, men ungefär lika stor standardavvikelse. Lösningsproportioner för uppgifterna i det nationella provet återfinns i resultatrapporten från ämnesprovet (Skolverket, 2014).

Tabell 12. Jämförelse av lösningsproportioner mellan svenska elever i PISA 2012 och ämnesprovet i matematik årskurs 9, 2013. (Underlaget från PISA-resultaten kommer från PISAs huvudundersökning och underlaget från ämnesprovet kommer från PRIM-gruppens urvalsinsamling (n=2437).)

	Genomsnittlig lösningsproportion	Lösningsproportionernas standardavvikelse	Högsta enskilda lösningsproportionen	Lösningsproportionernas median	Lägsta enskilda lösningsproportionen
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	0,45	0,24	0,91	0,44	0,01
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	0,53	0,22	0,90	0,58	0,11

►► **Spridningen av uppgifternas svårighet är relativt lika.** PISA 2012 utgår från ett relativt system och Lgr 11 från ett mål- och kunskapsrelaterat system. Trots detta finns det endast ett fåtal uppgifter i PISA 2012 som skulle vara för lätta respektive för svåra för ämnesprovet. Samtliga uppgifter i Äp9 2013 skulle passa in svårighetsmässigt i PISA.

Uppgiftsformat

De skriftliga matematikuppgifterna i de båda kunskapsutvärderingarna har kategoriserats utifrån vilka uppgiftsformat som uppgiften har. Uppgifterna är kategoriserade som *flerval* om eleven ska göra ett val utifrån ett antal svarsalternativ eller avgöra om ett påstående är sant eller falskt. Uppgifterna är kategoriserade som *kortsvar* om eleverna ska lämna ett svar men inte behöver motivera svaret. Uppgifterna är kategoriserade som *redovisning* om eleverna uppmanas redovisa sin lösning.

Tabell 13. Uppgifternas fördelning med avseende på uppgiftsformat.

	Flerval	Kortsvar	Redovisning
Pappersbaserade matematikuppgifterna i PISA 2012	37 %	52 %	11 %
De skriftliga uppgifterna i ämnesprovet i matematik för årskurs 9, 2013	8 %	46 %	46 %

Några ytterligare skillnader i uppgiftsformat, som nämnts tidigare, är att i PISA är samtliga uppgifter skriftliga, medan det i ämnesprovet även ingår ett muntligt delprov (cirka 15 procent av totala provpoängen) som delvis även presenteras muntligt och som även löses i grupper om 3–4 elever. I PISA 2012 har eleverna tillgång till miniräknare vid samtliga uppgifter. I ämnesprovet finns dels uppgifter där miniräknare är tillåten, dels uppgifter där miniräknare inte är tillåten.

I det nationella ämnesprovet varierade uppgiftsformaten för de olika delproven. Ämnesprovet omfattade fyra delprov som tillsammans hade som mål att låta eleverna få möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig bland annat vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt och redovisningsform. Ett delprov var muntligt och prövade främst muntlig kommunikation och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där miniräknare inte var tillåten. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, det vill säga de var kortvarsuppgifter. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift. Ett tredje skriftligt delprov bestod till mycket hög grad av redovisningsuppgifter.

PISA 2012 har en större andel flervalsuppgifter. En del av PISA:s flervalsuppgifter är dessutom sammansatta flervalsuppgifter där flera korrekta val måste göras för att få korrekt svar på uppgiften. Denna typ av uppgift finns inte i ämnesprovet för årskurs 9. Dessa PISA-uppgifter består till exempel av att en situation presenteras och eleven ska sedan avgöra om fyra olika påståenden om situationen är sanna eller falska. Samtliga svar måste vara korrekta för att ge poäng. Motsvarande typ av uppgift skulle kunna användas även på nationella ämnesprov för årskurs 9, men skulle då troligen generera delpoäng för olika antal korrekt besvarade påståenden.

►► **Fördelningen av uppgifternas uppgiftsformat skiljer sig åt.** PISA har en högre andel flervalsuppgifter och Äp9 har en högre andel redovisningsuppgifter. Ämnesprovet i matematik har i mycket liten utsträckning flervalsuppgifter, endast 8 procent av uppgifterna, vilka är betydligt mer frekventa i PISA, 37 procent av uppgifterna. Ämnesprovet använder sig av en större andel redovisningsuppgifter vilket också stämmer överens med att hitta belägg för kunskapskvaliteter och belägg för visade förmågor.

►► **Nationella ämnesprovet innehåller en större variation av uppgiftsformat.** I den svenska kursplanen är både muntlig och skriftlig kommunikation tydligt framskriven. Därför innehåller ämnesprovet för årskurs 9 också ett muntligt delprov. PISA innehåller däremot bara skriftliga provdelar. Ämnesprovet har även en större variation vad gäller uppgiftstyper och hjälpmedel än matematikuppgifterna i PISA. I ämnesprovet finns till skillnad från PISA bland annat ett antal uppgifter som ska lösas utan miniräknare, det finns ett muntligt delprov och det finns en större, mer omfattande, problemlösningsuppgift. Ämnesprovets variation av uppgiftsformat ger eleven större möjlighet att få visa olika delar av sitt matematiska kunnande.

Visuell representation

De skriftliga matematikuppgifterna i de båda kunskapsutvärderingarna har kategoriserats utifrån visuella representationer i form av bland annat bilder, diagram och figurer. I både PISA 2012 och Äp9 ges ibland flera uppgifter/deluppgifter på samma tema eller kontext. Ibland har dessa uppgifter en gemensam ingress. Vi benämner dem här som uppgiftssamlingar. Totalt finns

84 PISA-uppgifter som ingår i 48 uppgiftssamlingar. I Äp9 finns 40 uppgifter som ingår i 30 uppgiftssamlingar.

Bland uppgiftssamlingarna i PISA-undersökningen har 78 procent någon form av visuell representation och bland uppgifterna på ämnesprovet är motsvarande andel 47 procent.

Dekorationer

I PISA har cirka 30 procent av uppgiftssamlingarna och Äp9 har cirka 13 procent av uppgiftssamlingarna bilder som huvudsakligen är dekorationer och som eleven inte behöver interagera med när de skulle lösa uppgiften, till exempel en tecknad bild på diamanter när man skulle beräkna vikten på en diamanter. En del av dessa bilder förtydligar dock kontexten eller begrepp som ingår i uppgiften.



Bild 2. Bild från uppgift 21 i ämnesprovet i matematik 2013, årskurs 9. Illustration: Jens Ahlbom.

Bilder av verkliga föremål

I PISA och Äp9 har cirka 9 procent respektive 7 procent av uppgiftssamlingarna visuella representationer av verkliga föremål. Bilderna används för att illustrera något i uppgifterna och bilderna behöver användas och tolkas för att lösa uppgiften till exempel en tecknad bild på en linbana.



Bild 3. Bild från uppgift 26 i ämnesprovet i matematik 2013, årskurs 9. Illustration: Jens Ahlbom.

Förenklade informativa bilder

I 28 procent av PISA-uppgiftssamlingarna, men i endast 3 procent av Äp9-uppgiftssamlingarna, finns en bild som föreställer en förenklad informativ bild av ett föremål, till exempel i form av en karta eller en ritning. Bilderna behöver tolkas för att lösa uppgifterna.

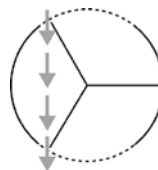


Bild 4. Bild från uppgift Svängdörr PM955Q02 i PISA 2012.

OECD Programme for International Student Assessment 2012, PISA Released Mathematic Items, May 2013 <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>

Geometriska figurer

Endast en av 48 PISA-uppgiftssamlingar har en uppgift med avskalade geometriska figurer (2 procent) medan cirka 13 procent av uppgiftssamlingarna på Äp9 har avskalade geometriska figurer, t.ex. en triangel där en vinkel ska bestämmas. Detta kan delvis härledas till PISA:s avsaknad av uppgifter utan kontext. Bilderna behöver tolkas och eventuellt avläsas för att lösa uppgifterna.



Bild 5. Bild från uppgift 7 i ämnesprovet i matematik 2013, årskurs 9.

Tabeller

Cirka 17 procent av uppgiftssamlingarna i PISA och 3 procent av uppgiftssamlingarna i Äp9 har visuella representationer i form av tabeller. Tabellerna varierar i komplexitet från endast några få värden upp till cirka 50 värden. Tabellerna behöver läsas av för att lösa uppgifterna.

Salladsolja:	60 ml
Vinäger:	30 ml
Soja:	10 ml

Bild 6. Bild från uppgift Sås PM924Q02 i PISA 2012.

OECD Programme for International Student Assessment 2012, PISA Released Mathematic Items, May 2013 <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>

Diagram och grafer

I PISA innehåller 11 procent av uppgiftssamlingarna och i Äp9 innehåller 10 procent av uppgiftssamlingarna diagram eller grafer. Diagrammen och graferna måste tolkas och eventuellt läsas av för att lösa uppgifterna.

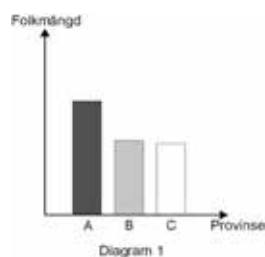


Bild 7. Bild från uppgift 25 i ämnesprovet i matematik 2013, årskurs 9.

►► **Andel PISA-uppgifter som har visuella representationer är högre än i Äp9.** Högre andel PISA-uppgifter har bilder som dekorerar eller ger ett sammanhang till uppgiften, tabeller och förenklade informativa bilder av verkliga föremål. Äp9-uppgifterna har en högre andel geometriska objekt. Detta stämmer väl med att PISA har ett fokus på matematisk kunskap och kompetens som fordras för att kunna klara sig i olika situationer som samhällsmedborgare, vilket gör kontext och bilder från verkligheten mer frekventa medan Lgr 11 även har ett inommatematiskt innehåll.

Språklig utformning

För de skriftliga uppgifterna i de båda kunskapsutvärderingarna har antal ord, antal meningar, antal substantiv och antal passiva formuleringar analyserats. En uppgiftssamling kan bestå av flera deluppgifter. I PISAs sju provhäften finns 48 uppgiftssamlingar med totalt 84 deluppgifter. I varje PISA-deluppgift finns alltid en rubrik och den rubriken upprepas tillsammans med ”Fråga” och ett nummer. Det har medfört att för varje uppgiftssamling har detta tagits med i beräkningen, vilket innebär för det mesta att PISA-uppgiftssamlingarna får två, och ibland tre, substantiv till. Äp9 2013 består av 30 uppgiftssamlingar med 40 deluppgifter. Endast en av dessa uppgifter har rubrik.

Tabell 14. Genomsnittliga värden i en jämförelse av förekomsten av text. Medianvärden inom parentes.

	Äp9	PISA
Antal ord per mening	8,9	15,3
Antal substantiv per mening	2,0	4,5
Antal ord per uppgiftssamling	34,7 (21)	121,5 (125)
Antal ord per deluppgift	28,6	64,9
Antal meningar per uppgiftssamling	3,9 (2)	7,9 (8)
Antal substantiv per uppgiftssamling	3,9 (4)	35,6 (36)

I Äp9 är antalet ord per mening i de tre delproven 5,9 och 9,2 samt 15,9. När det gäller antalet substantiv per mening är genomsnittsvärdena för de olika delproven 1,4 och 2,1 samt 2,8. I ämnesprovet förekommer inga meningar i passiv form.

I PISA varierar antalet ord per mening i de olika häftena mellan 12,1 och 16,5 och antalet substantiv per mening varierar mellan 3,3 och 5,2. I de sju häftena finns totalt 37 passiva formuleringar.

Antalet ord, meningar och substantiv varierar för olika uppgiftssamlingar i Äp9 och PISA, som nedanstående tabell visar.

Tabell 15. Variationen i antalet ord, meningar och substantiv.

	Äp9	PISA
Antal ord per uppgiftssamling	1–175	16–328
Antal meningar per uppgiftssamling	1–12	2–28
Antal substantiv per uppgiftssamling	0–33	7–79

Både i Äp9 och i PISA finns meningar eller delar av meningar som inte behövs för att lösa uppgifterna. I Äp9 finns dels en text vad läraren tar hänsyn till vid bedömningen i ett av delproven, i ett annat delprov finns en inledningstext till ett tema. I tre uppgifter finns enstaka meningar som inte behövs för att lösa uppgiften.

I PISA förekommer ingen text om bedömning eller inledning till något tema. Det finns meningar eller större delar av meningar som inte behövs för att lösa uppgifterna. I femton uppgifter finns en mening eller en större del av mening som inte behöver finnas för att lösa uppgifterna. I åtta uppgifter finns minst två meningar som inte behöver finnas för att lösa uppgifterna.

Om man jämför antalet ord per deluppgift har PISA cirka 65 ord per deluppgift och Äp9 har 29 ord per deluppgift. Om man jämför antalet minuter en elev har till sitt förfogande har eleven på PISA cirka 2,5 minuter per deluppgift och på ämnesprovet cirka 6 minuter per deluppgift.

PISA-uppgifterna har således ett betydligt antal fler ord per deluppgift och deluppgifterna ska genomföras på en kortare tid. Om man jämför antalet ord per minut provtid som eleven i genomsnitt har ligger PISA på cirka 26 ord per minut och Äp9 cirka 6 ord per minut. På PISA-uppgifterna ska eleven således hinna läsa drygt fyra gånger så mycket text per tidsenhet. Men PISA består av fler kortsvars- och flervalsuppgifter och eleverna behöver inte redovisa lika mycket i PISA som på ämnesprovet i årskurs 9.

►► **PISA-uppgifterna är betydligt mer texttunga.** Vid textjämförelsen är PISA-uppgifterna mycket mer texttunga i samtliga faktorer än Äp9-uppgifterna. Eleverna behöver dessutom läsa mer text och mer text per tidsenhet, vilket kan leda till att resultatet i PISA i högre utsträckning kan påverkas av kunskaper i läsförståelse.

Avslutande diskussion

Om studien

I studien har en jämförelse mellan ramverk, prov och uppgifter för matematiken i PISA 2012 och Äp9 2013 gjorts. Jämförelsen har bestått av analyser och kategoriseringar och haft syftet att visa på skillnader och likheter för att kunna granska och bedöma PISA:s relevans som ett instrument för mätning av svenska 15-åringars kunskaper i matematik. Flera av skillnaderna kan härledas ur de olikheter ifråga om de grundläggande idéer och avsikter samt allmänna förutsättningar som de två kunskapsutvärderingarna bygger på. Syftet med studien är inte att bedöma kvaliteten i de båda kunskapsutvärderingarna.

Studien har genomförts av PRIM-gruppen, Stockholms universitet på uppdrag av Skolverket. Uppdraget beskrevs i en överenskommelse (Dnr 2010:1682):

”Validitetsstudien innebär en jämförelse på två nivåer, dels mellan ramverk och dels på uppgiftsnivå. Det innebär att ramverket i matematik i PISA 2012 jämförs med Lgr 11 och tillhörande kursplaner i matematik samt att matematikuppgifterna i PISA 2012 jämförs med matematikuppgifterna i det nationella provet 2013. Syftet är att granska och bedöma PISA:s relevans som ett instrument för mätning av svenska 15-åringars kunskaper i matematik.”

Validitet kan enligt Messick, 1989, betraktas utifrån olika perspektiv, där det ena handlar om provets olika funktioner, dvs. tolkning och användning av bedömningens utfall, och det andra beskriver utgångspunkter för värdering av bedömningens slutsatser och konsekvenser (Nyström 2004). Alla dessa perspektiv har inte undersökts i denna studie.

Som framkommit tidigare är validitetsbegreppet ett komplext begrepp som innehåller flera delar och aspekter. För att nå en hög validitet menar Messick (1989) att flera aspekter av validitet ska vara uppfyllda, bland annat innehållets relevans. Tyngdpunkten i denna studie ligger på innehållsrelevansen, i vilken utsträckning ramverket och uppgifterna i PISA är relevanta och representativa i relation till den svenska läroplanen inklusive kursplanen i matematik samt det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9.

Ramverken

PISA:s ramverk och de nationella styrdokument (läroplaner med kunskapskrav) som styr den svenska skolan har olika syften, uppbyggnad och omfattning. Detta gör naturligtvis att det finns olikheter när matematikdelarna i ramverk och styrdokument ska jämföras, men det finns även en del likheter.

Beskrivningen av matematiken har en skillnad i att PISA:s ramverk har ett tydligare fokus på användandet av matematiken i vardagliga, yrkesrelaterade och vetenskapliga kontexter. Det blir därför viktigt för PISA att samtliga provuppgifter förläggs till situationer eller sammanhang som kan förekomma i elevens nuvarande situation eller i elevens framtida liv. Matematiken i de svenska styrdokumenten lägger fokus både på matematiken i vardagen, samhället och fortsatt utbildning men har även en inommatematisk inriktning.

När man studerar ämnesinnehållet för matematiken är överensstämmelsen god för de två ramverken. De svenska kursplanernas beskrivningar av innehållet har i stora drag sina motsvarigheter i PISA:s ramverk och i stort sett allt innehåll

återfinns där. PISA har en något öppnare och mer övergripande beskrivning av innehållet och det finns några få moment som inte är framskrivna i Lgr 11.

I kommentarmaterialet till kursplanen för matematik i Lgr 11 (Skolverket, 2011a) beskrivs förändringar jämfört med tidigare kursplan. I materialet lyfter man fram bland annat att man avser att kursplanen på ett tydligare sätt ska lyfta fram vikten av att möta och använda matematik i olika sammanhang samt inom olika ämnesområden. Detta är en förändring som gör att kursplanen och PISAs ramverk närmar sig varandra på detta område. I kommentarmaterialet nämns också att de internationella utvärderingarna, till exempelvis PISA, har varit en av flera utgångspunkter i förändringsarbetet.

Proven

Det finns tydliga skillnader i de både kunskapsutvärderingarnas provformat. En skillnad är att uppgifterna i PISA inte är ordnade i svårighetsgrad och att det inte finns det ”mjukstartstänkande” som finns i de nationella ämnesproven. En annan skillnad är att i PISA kan uppgifter från olika ämnen såsom matematik, läsförståelse och naturvetenskap förekomma i samma provhäfte. En tredje skillnad är att eleverna gör PISA vid ett tillfälle medan ämnesprovet är uppdelat på flera olika tillfällen.

En skillnad finns även i bedömningen. Svenska elever får inför de nationella ämnesproven veta att även påbörjade lösningar beaktas och bedöms. I svenska styrdokument hittas belägg för att matematisk kunskap kan visas även i påbörjade lösningar. På ämnesprovet finns det krav på redovisning i cirka hälften av uppgifterna och i dessa uppgifter bedöms även påbörjade lösningar. PISA:s uppgifter domineras av kortsvarsuppgifter och flervalsuppgifter och endast i ett fåtal uppgifterna bedöms mer än bara svaret.

En av anledningarna till skillnaderna är att ämnesproven och PISA har olika syften. Ämnesprovets syfte är bland annat att stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygsättning och dessutom konkretisera den svenska läroplanens och kursplanens kunskapssyn respektive ämnessyn. PISA:s syfte är att undersöka i vilken utsträckning 15-åringar är förberedda för vuxenlivet och rustade att möta framtidens behov, dvs. vilken handlingsberedskap ungdomarna har. En annan skillnad är att ämnesproven är en totalundersökning av en population elever medan PISA använder sig av ett representativt urval (stickprov) av elever.

Provuppgifterna

Likheter

Det finns likheter mellan de två kunskapsutvärderingarnas uppsättningar av uppgifter. Likheter återfinns bland annat i fördelningen av uppgifternas matematiska innehåll och processer. Likheter finns även i spridningen av uppgifternas svårighetsnivåer.

Skillnader

Det finns betydande skillnader mellan de två kunskapsutvärderingarnas uppsättningar av uppgifter. Skillnaderna gäller bland annat fördelningen av uppgiftsformat där PISA-uppgifterna har en betydligt större andel flervalsuppgifter

och ämnesprovet har en betydligt större andel redovisningsuppgifter. Det är också stor skillnad i uppgiftsformat med avseende på olika typer av uppgifter där ämnesprovet har en större variation i uppgifter, från korta huvudräkningsuppgifter till stora problemlösningsuppgifter och muntliga uppgifter. En stor skillnad är även att PISA-uppgifterna är betydligt mer texttunga och eleverna behöver läsa betydligt mer text per minut än på ämnesprovet.

De allra flesta av deluppgifterna i PISA 2012 är relevanta för ett ämnesprov men det finns skillnader vad gäller bedömningen. Det gäller framförallt bedömning med delpoäng och krav på redovisning av lösningar.

Slutsatser

I PISA-rapporten för PISA 2012 (Skolverket, 2013a) gjordes en jämförelse mellan PISA 2012, Lpo 94, Kursplan 2000 och ämnesprovet i årskurs 9 år 2012. Resultaten från den jämförelsen liknar de resultat och slutsatser som konstateras i denna studie. Om man studerar förändringar i beskrivningen av matematikämnet i kursplanen så anger Skolverket i kommentarmaterialet till kursplanen i matematik inom Lgr 11 (Skolverket, 2011a) att den nya kursplanen har samma syn på ämnet som i tidigare kursplan och att det främst är konkretiseringsgraden som ökat. I kommande PISA-undersökning, PISA 2015, kommer samma matematikuppgifter som i PISA 2012 att användas och ramverket utgår från ramverket i PISA 2012. Det är därmed troligt att denna studies resultat gäller även för PISA 2015. PISA 2015 kommer att genomföras digitalt vilket innebär ett annat provformat.

Ramverket i PISA överensstämmer i sina huvuddrag med inriktningar som anges i de svenska styrdokumenterna. Även matematikinnehållet i ramverk och uppgifter stämmer i huvudsak överens för de två kunskapsutvärderingarna. Däremot finns det relativt stora skillnader i provformat, uppgiftsformat och bedömningsmodeller samt hur texttunga uppgifterna är.

Sammanfattningsvis kan konstateras att PISA är ett relevant instrument, med avseende på ramverk och uppgifter, för att mäta svenska 15-åringars kunskaper i matematik utifrån ramverk och matematiskt innehåll. Alla förmågor och aspekter av matematiken i de svenska styrdokumenterna prövas dock inte i PISA. Vad gäller provformat, uppgiftsformat och uppgifternas textmängd finns skillnader mellan PISA och de nationella proven. Liknande skillnader mellan PISA-uppgifterna 2003 och uppgifterna i NU-03 redovisas i Skolverkets rapport (2006). Provformat, uppgiftsformat och textmängd har heller inte förändrats på något avgörande sätt vare sig i PISA 2012 jämfört med 2003 eller i ämnesprovet 2012 jämfört med 2003. Analyserna i denna studie kan inte förklara försämringen i resultat från PISA 2003 till PISA 2012 utifrån skillnaderna i provformat, uppgiftsformat eller textmängd mellan PISA och de nationella proven.

Referenser

- Kane, M. T. (2013). Validating the interpretations and uses of test scores. *Journal of Educational Measurement*, 50(1), 1–73.
- Kokkinakis Johansson, S., & Magnusson, U. (2014). *Computer based quantitative methods applied to first and second language student writing*. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Martin, M., & Mullis, I. (2013). *TIMSS and PIRLS 2011: Relationships Among Reading, Mathematics, and Science Achievement at the Fourth Grade –Implications For Early Learning*. Massachusetts: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Messick, S. (1989). Validity. In R. L. Linn (Ed.), *Educational measurement* (3rd ed., pp. 13–103). New York: Macmillan.
- Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist*, 50(9), 741–749.
- Messick, S. (1998). Test validity: A matter of consequence. *Social Indicators Research*, 45 (1–3), 35–44. Kluwer Academic Publishers.
- Nyström, P. (2004). *Rätt mätt på prov. Om validering av bedömningar i skolan*. Pedagogiska institutionen nr 71, Umeå: Umeå universitet.
- OECD. (2011). *PISA 2012 Main Survey. Paperbased assessment of mathematics: coding guide*. OECD.
- OECD. (2013). *PISA 2012. Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.
- Parszyk, I.-M. (1999). *En skola för andra. Minoritetselevens upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan. Studies in Educational Sciences, 17*. Stockholm: HLS förlag.
- PRIM-gruppen. (2013). *Ramverk för matematik, åk 9 med fokus på ämnesprovet 2013*. Stockholm: Stockholms universitet.
- Rasmusson, M. (2014). *Det digitala läsandet: Begrepp, processer och resultat*. Sundsvall: Mittuniversitetet.
- Roe, A., & Taube, K. (2006). How can reading abilities explain differences in maths performances? i J. Mejdning, & A. Roe (Eds.), *Northern Lights on PISA 2003 – a reflection from the Nordic countries*. Nordic Council of Ministers. pp 129–141
- Skolverket. (2004). *PISA 2003. Svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv. Rapport 254*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2006). *Med fokus på matematik och naturvetenskap. En analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner. Skolverkets aktuella analyser*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2008). *Grundskolan Kursplaner Betygskriterier. Reviderad version 2008*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011b). *Lgr 11. Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2013a). *PISA 2012 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap. Rapport 398*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2013b). *Ämnesprov 2012/2013, Matematik, Årskurs 9, Bedömningsanvisningar*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2014). *Ämnesproven i grundskolans årskurs 9 och specialskolans årskurs 10. Matematik Årskurs 9 Vårterminen 2013*. Stockholm: Skolverket.

Utbildningsdepartementet. (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet. Lpo 94 Anpassad till att också omfatta förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Skolverket.

Bilaga

Exempel på uppgifter med liknande kategoriseringar och liknande resultat.

Exempel 1. Uppgift från ämnesprovet i matematik årskurs 9, 2013.

Stockholm och Kapstaden ligger i samma tidszon, vilket betyder att klockan är lika mycket i de båda städerna.

Kevin och Veronica reser från Stockholm till Kapstaden. Resan startar kl. 17.25. De är framme kl. 12.55 dagen efter. Hur lång tid tar resan?
Endast svar krävs.

(2/0/0)

Exempel 2. Uppgift från PISA 2012.

SÅS

PM924Q02 – 0 1 9

Fråga 27: SÅS

Du ska blanda till en salladsdressing.

Här är ett recept på 100 milliliter (ml) dressing.

Salladsolja:	60 ml
Vinäger:	30 ml
Soja:	10 ml

Hur många milliliter (ml) salladsolja behöver du för att blanda till 150 ml av den här dressingen?

Svar: ml

Tabell 16. Kategorisering av exempeluppgifter.

	Uppgift: RESTID Uppgift 19, Äp9, 2013	Uppgift: SÅS Uppgift PM924Q02, PISA 2012
Centralt innehåll (PISA)	Kvantitet	Kvantitet
Centralt innehåll (Lgr 11)	Taluppfattning och tals användning	Taluppfattning och tals användning
Process	Använda	Formulera
Kontext	Personlig	Personlig
Uppgiftsformat	Kortsvar	Kortsvar
Visuell representation		Tabell
Lösningproportion (Sverige)	0,65	0,58
Bedömningsanvisningar	Full poäng: Korrekt svar (19 h 30 min; 19,5 h)	Full poäng: Korrekt svar (90; 60+30)

Exempel 3. Uppgift från ämnesprovet i matematik årskurs 9, 2013.

Den svarta noshörningen har länge varit utrotningshotad på grund av tjuvjakt. Man har på olika sätt försökt att stoppa tjuvjakten och antalet svarta noshörningar har därför ökat med 60 % från år 1995 till år 2005. År 2005 fanns det cirka 4 000 svarta noshörningar.

- a) Hur många svarta noshörningar fanns det år 1995? (0/3/0)
- b) Utgå från att den procentuella ökningen fortsätter på samma sätt. Hur många svarta noshörningar kan man då räkna med att det finns år 2035? (0/2/1)

Exempel 4. Uppgift från PISA 2012.

OECD Programme for International Student Assessment 2012, PISA Released Mathematic Items, May 2013
<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>

Fråga 6: SEGLANDE FARTYG

PM923Q04 – 0 1 9

På grund av den höga kostnaden på 0,42 zed per liter dieselolja har ägarna till fartyget *Våge Viking* börjat fundera på att utrusta fartyget med ett draksegel.

Man uppskattar att ett draksegel av det här slaget ska kunna minska dieselförbrukningen med totalt omkring 20 %.

Namn: *Våge Viking*

Typ: fraktfartyg

Längd: 117 meter

Bredd: 18 meter

Lastkapacitet: 12 000 ton

Maxfart: 19 knop

Dieselförbrukning per år utan draksegel: cirka 3 500 000 liter



Kostnaden för att utrusta *Våge/Viking* med ett draksegel är 2 500 000 zed.

Efter hur många år har besparingen i dieselolja betalat kostnaden för drakseglet?
Visa hur du har räknat för att komma fram till svaret.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Antal år:

Tabell 17. Kategorisering av exempeluppgifter.

	Uppgift: DEN SVARTA NOSHÖRNINGEN Uppgift 29b, Åp9, 2013	Uppgift: SEGLANDE FARTYG Uppgift PM923Q04, PISA 2012
Centralt innehåll (PISA)	Förändring och samband	Förändring och samband
Centralt innehåll (Lgr 11)	Samband och förändring	Samband och förändring
Process	Formulera	Formulera
Kontext	Samhällsliv	Vetenskaplig
Uppgiftsformat	Redovisning	Redovisning
Visuell representation		Dekoration
Lösningssproportion (Sverige)	0,19	0,14
Bedömningsanvisningar	<p>Godtagbart svar: 16 000; 16 400; 16 384 (noshörningar)</p> <p>Första delpoängen: Lösning som visar förståelse för upprepad procentuell ökning.</p> <p>Andra delpoängen: Tydlig redovisning med lämpligt matematiskt språk och godtagbart svar.</p> <p>Full poäng: Lösningen visar dessutom en effektiv metod genom användandet av förändringsfaktor.</p> <p><i>Följdfel från uppgift 29a, där lösningen baseras på fel antal noshörningar 1995, ger samma bedömning som om antalet var korrekt.</i></p>	<p>Full poäng: Svar mellan 8 och 9 år med redovisade beräkningar.</p> <p>(Exempel på godtagbart svar "Dieselförbrukning per år utan segel 3,5 miljoner liter, pris 0,42 zed/liter, kostnad för diesel utan segel 1 470 000 zed. Om 20 % sparas med hjälp av segel så sparar man $1\,470\,000 \times 0,2 = 294\,000$ zed per år. Detta ger $2\,500\,000 / 294\,000 \approx 8,5$ dvs efter cirka 8 till 9 år blir seglet ekonomiskt lönsamt.")</p>

Vad säger internationella studier om den svenska skolan? Är det överhuvudtaget möjligt att använda internationella studier som ett mått på svenska elevers kunskaper? Denna studie granskar och bedömer relevansen hos PISAs ramverk och uppgifter som instrument för att mäta svenska 15-åringars kunskaper i matematik.

I rapporten har jämförelser gjorts mellan ramverket i matematik i PISA 2012 och matematiken i Lgr 11, samt mellan provuppgifter i matematik i PISA 2012 och provuppgifter i nationella ämnesprovet från 2013 i matematik, årskurs 9.

Rapporten har skrivits av Astrid Pettersson och Samuel Sollerman vid PRIM-gruppen, MND, Stockholms Universitet.



Skolverket

www.skolverket.se