

Matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att [informationstekniken utvecklas](#) [sambället digitaliseras](#) används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö [och med verktyg som används inom karaktärsämnena](#). Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda [digitala verktyg för att lösa problem, fördjupa sitt matematikkunnande och utöka de områden där matematikkunnandet kan användas](#).

~~teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.~~

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhällsligt och historiskt sammanhang.

Matematik 1a: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Metoder för beräkningar med reella tal skrivna på olika former inom vardagslivet och karaktärsämnena, inklusive överslagsräkning, huvudräkning och uppskattning samt strategier för att använda digitala verktyg.
- Strategier för att använda hjälpmedel från karaktärsämnena, till exempel formulär, mallar, tumregler, föreskrifter, manualer och handböcker.
- Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnena relevanta formler samt metoder för att lösa linjära ekvationer, [såväl med som utan digitala verktyg](#).

Geometri

- Egenskaper hos och representationer av geometriska objekt, till exempel ritningar, praktiska konstruktioner och koordinatsystem.
- Geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel skala, vektorer, likformighet, kongruens, sinus, cosinus, tangens och symmetrier.
- Metoder för mätning och beräkning av storheter som är centrala för karaktärsämnena.
- Enheter, enhetsbyten och behandling av måttetal som är centrala för karaktärsämnena samt hur man avrundar på ett för karaktärsämnena relevant sätt.

Samband och förändring

- Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter.
- Begreppen förändringsfaktor och index, ~~samt m~~ Metoder för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån [med kalkylprogram](#).
- Begreppen förhållande och proportionalitet i resonemang, beräkningar, mätningar och konstruktioner.
- Skillnader mellan linjära och exponentiella förlopp.

Sannolikhet och statistik

- Beskrivande statistik med hjälp av kalkylprogram samt granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och i yrkeslivet.
- Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [modellering av realistiska situationer, såväl med som utan användning av digitala medier och](#) verktyg.

- Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Kunskapskrav (matematik 1a)

Betyget E

Eleven kan **med viss säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **översiktligt** beskriva innebörden av dem med **någon** annan representation. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan dessa representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer, upptäcker misstag och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa praxisnära matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **informellt** tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och med **enkla** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, enkel skrift och handling **med inslag av** matematiska representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget C

Eleven kan **med viss säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **utförligt** beskriva innebörden av dem med **några** andra representationer. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan dessa representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, upptäcker **och korrigerar** misstag samt löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa praxisnära matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och med **nyanserade** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, enkel skrift och handling **samt använder** matematiska **symboler och andra** representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget A

Eleven kan **med säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **utförligt** beskriva innebörden av dem med **flera** andra representationer. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan dessa olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, upptäcker **och korrigerar** misstag samt löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa praxisnära matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med retorisk algebra**. I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnen till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang och med **nyanserade** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, enkel skrift och i handling **samt använder** matematiska **symboler och andra** representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Matematik 1b: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet.
- Metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnen med reella tal skrivna på olika former inklusive potenser med heltalsexponenter samt strategier för användning av digitala verktyg.
- Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnen relevanta formler, [såväl med som utan symbolhanterande verktyg](#).
- Begreppet linjär olikhet.

- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter samt potensekvationer, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).

Geometri

- Begreppet symmetri och olika typer av symmetriska transformationer av figurer i planet samt symmetriens förekomst i naturen och i konst från olika kulturer.
- Representationer av geometriska objekt och symmetrier med ord, praktiska konstruktioner och estetiska uttrycksätt.
- Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom olika ämnesområden.
- Illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma.

Samband och förändring

- Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter.
- Begreppen förändringsfaktor och index ~~och metoder~~ [Metoder](#) för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån [med kalkylprogram](#).
- Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner och potens- och exponentialfunktioner.
- Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Sannolikhet och statistik

- Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap.
- Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [modellering av realistiska situationer, såväl med som utan användning av](#) digitala ~~medier och~~ verktyg.
- Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 1c: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet.
- Metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnen med reella tal skrivna på olika former, inklusive potenser med reella exponenter samt strategier för användning av digitala verktyg.
- Generalisering av aritmetikens räknelagar till att hantera algebraiska uttryck, [såväl med som utan symbolhanterande verktyg](#).
- Begreppet linjär olikhet.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter samt potensekvationer, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).

Geometri

- Begreppen sinus, cosinus och tangens och metoder för beräkning av vinklar och längder i rätvinkliga trianglar.
- Begreppet vektor och dess representationer såsom riktad sträcka och punkt i ett koordinatsystem.
- Addition och subtraktion med vektorer och produkten av en skalär och en vektor.
- Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom naturvetenskapliga ämnen.
- Illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma.

Samband och förändring

- Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter.
- Begreppen förändringsfaktor och index-~~samt~~ [metoder](#) ~~Metoder~~ för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån [med kalkylprogram](#).
- Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner samt potens- och exponentialfunktioner.
- Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- Skillnader mellan begreppen ekvation, olikhet, algebraiskt uttryck och funktion.

Sannolikhet och statistik

- Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap.
- Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan](#) digitala ~~medier och~~ [verktyg och programmering](#).
- Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 2a: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Metoder för beräkningar [med kalkylprogram](#) vid budgetering.
- Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter, [såväl med som utan digitala verktyg](#).
- Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnen.
- Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem, [såväl med som utan digitala verktyg](#).
- Lösning av exponentialekvationer ~~genom prövning och grafiska metoder~~ [med digitala verktyg](#).

Geometri

- Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
- Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

- Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andrags- och exponentialfunktioner.
- Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, ~~utan och med~~ [såväl med som utan](#) digitala verktyg.
- Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [modellering av realistiska situationer, såväl med som utan användning av digitala medier och](#) verktyg.
- Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnen. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 2b: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter, [såväl med som utan digitala verktyg](#).
- Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
- Metoder för beräkningar [med kalkylprogram](#) vid budgetering.
- Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- Begreppet linjärt ekvationssystem.
- Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).

Geometri

- Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

- Egenskaper hos andragradsfunktioner.
- Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, [såväl med som utan med och utan](#) digitala verktyg.

Sannolikhet och statistik

- Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys [med digitala verktyg](#).
- Orientering och resonemang kring korrelation och kausalitet.
- Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse, [med digitala verktyg](#).

- Egenskaper hos normalfördelat material [och beräkningar på normalfördelning med digitala verktyg](#).

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [modellering av realistiska situationer, såväl med som utan användning av digitala medier och](#) verktyg.
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 2c: centralt innehåll

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
- Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.
- Begreppet linjärt ekvationssystem.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andrags- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).
- Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragsgradsekvationer.

Geometri

- Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

- Egenskaper hos andragsgradsfunktioner.
- Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, [med och utan såväl med som utan](#) digitala verktyg.

Sannolikhet och statistik

- Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys [med digitala verktyg](#).
- Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse [med digitala verktyg](#).
- Egenskaper hos normalfördelat material [och beräkningar på normalfördelning med digitala verktyg](#).

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan digitala medier och verktyg och programmering](#).
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Kunskapskrav (1b, 1c, 2a, 2b, 2c)

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutvecklar** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Matematik 3b: centralt innehåll

Algebra

- Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar till hantering av dessa begrepp [såväl med som utan symbolhanterande verktyg](#).
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad, [såväl med som utan numeriska verktyg och symbolhanterande verktyg](#).

Samband och förändring

- Användning av begreppet geometrisk summa samt linjär optimering i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen.

- Orientering kring kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde.
- Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad.
- Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion.
- Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av funktioner.
- Introduktion av talet e och dess egenskaper.
- Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).
- Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem, inklusive teckenstudium och andraderivata ~~n~~, [och samt användning av numeriska och symbolhanterande verktyg](#).
- Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata.
- Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata.
- Bestämning av enkla integraler [såväl med som utan digitala verktyg](#) i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan](#) digitala ~~medier och~~ [programmering](#).
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 3c: centralt innehåll

Aritmetik, algebra och geometri

- Begreppet absolutbelopp.
- Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar för hantering av dessa begrepp, [såväl med som utan symbolhanterande verktyg](#).
- Egenskaper hos cirkelns ekvation och enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp.
- Bevis och användning av cosinus-, sinus- och areasatsen för en godtycklig triangel.

Samband och förändring

- Orientering kring kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde.
- Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad.
- Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion.
- Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av funktioner.
- Introduktion av talet e och dess egenskaper.

- Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).
- Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem, inklusive teckenstudium ~~och~~, ~~andradderivata~~, ~~och användning av numeriska och symbolhanterande verktyg~~.
- Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andradderivata.
- Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata.
- Bestämning av enkla integraler [såväl med som utan digitala verktyg](#) i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive ~~användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan~~ digitala ~~medier och~~ ~~verktyg och programmering~~.
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 4: centralt innehåll

Aritmetik, algebra och geometri

- Metoder för beräkningar med komplexa tal skrivna på olika former inklusive rektangulär och polär form, [såväl med som utan digitala verktyg](#).
- Komplexa talplanet, representation av komplext tal som punkt och vektor.
- Konjugat och absolutbelopp av ett komplext tal.
- Användning och bevis av de Moivres formel.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa enkla polynomekvationer med komplexa rötter och reella polynomekvationer av högre grad, även med hjälp av faktorsatsen. [Användning av numeriska och symbolhanterande verktyg för att lösa polynomekvationer](#).
- Hantering av trigonometriska uttryck samt bevis och användning av trigonometriska formler inklusive trigonometriska ettan och additionsformler.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa trigonometriska ekvationer, [såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg](#).
- Olika bevismetoder inom matematiken med exempel från områdena aritmetik, algebra eller geometri.

Samband och förändring

- Egenskaper hos trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner och absolutbeloppet som funktion.
- Skissning av grafer och tillhörande asymptoter [utan digitala verktyg](#).

- Härledning och användning av deriveringsregler för trigonometriska, logaritm-, exponential- och sammansatta funktioner samt produkt och kvot av funktioner.
- Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av integraler ~~med och utan digitala verktyg~~, inklusive beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg.
- Begreppet differentialekvation och dess egenskaper i enkla tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive ~~användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan~~ digitala ~~medier och~~ programmering.
- Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik 5: centralt innehåll

Samband och förändring

- Strategier för att ställa upp och tolka differentialekvationer som modeller för verkliga situationer.
- Användning och lösning av differentialekvationer med digitala verktyg inom olika områden som är relevanta för karaktärsämnen.

Diskret matematik

- Begreppet mängd, operationer på mängder, mängdläras notationer och venndiagram.
- Begreppet kongruens hos hela tal och kongruensräkning, såväl med som utan digitala verktyg.
- Begreppen permutation och kombination.
- Metoder för beräkning av antalet kombinationer och permutationer, såväl med som utan digitala verktyg, samt motivering av metodernas giltighet.
- Begreppet graf, olika typer av grafer och dess egenskaper samt några kända grafteoretiska problem.
- Begreppen rekursion och talföljd.
- Induktionsbevis med konkreta exempel från till exempel talteoriområdet.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive ~~användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan~~ digitala ~~medier och~~ programmering.
- Omfångsrika problemsituationer inom karaktärsämnen som även fördjupar kunskaper om integraler och derivata. Matematikens möjligheter och begränsningar som verktyg i

dessas situationer [samt digitala verktygs möjligheter och begränsningar vid problemlösning](#).

- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Matematik – specialisering: centralt innehåll

Matematikområden

- Behandling av ett eller flera övergripande matematikområden, till exempel linjär optimering, spelteori, logik, differentialekvationer, sannolikhetslära, linjär algebra, finans-, populations- eller beräkningsmatematik.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning inklusive [användning av modellering av realistiska situationer, såväl med som utan](#) digitala [medier och](#) verktyg [och programmering](#).
- Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfattande problemsituationer i karaktärsämnen. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer [samt digitala verktygs möjligheter och begränsningar vid problemlösning](#).
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Kunskapskrav (3b, 3c, 4, 5 och specialisering)

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget A

Eleven kan **definiera och utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**.

Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.