

# Hur samstämmiga är svenska styrdokument och nationella prov med ramverk och uppgifter i TIMSS Advanced 2015?

*Peter Nyström, Annika Kjellsson Lind, Ulrica Dahlberg, Helena Johansson*





# Hur samstämmiga är svenska styrdokument och nationella prov med ramverk och uppgifter i TIMSS Advanced 2015?

*Peter Nyström, Annika Kjellsson Lind,  
Ulrica Dahlberg, Helena Johansson*

**Denna publikation uttrycker inte nödvändigtvis Skolverkets ställningstagande. Författare svarar självständigt för innehållet och anges vid referens till publikationen.**

Publikationen finns att ladda ner som  
kostnadsfri PDF från Skolverkets webbplats:  
[skolverket.se/publikationer](http://skolverket.se/publikationer)

ISBN: 978-91-7559-259-6

Grafisk produktion: AB Typoform  
Foto omslag: Thinkstock

Skolverket, Stockholm 2016

## Förord

TIMSS Advanced (Trends in Mathematics and Science Study) är en internationell studie som undersöker gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik. TIMSS Advanced har genomförts tre gånger, 1995, 2008 och 2015, och Sverige har deltagit varje gång. I 2015 års studie deltog svenska elever i årskurs 3 på naturvetenskaps- och teknikprogrammet som slutfört eller håller på att slutföra kursen matematik 4 respektive fysik 2. Studien ger möjlighet att analysera förändringar i motsvarande elevgruppers kunskaper över tid inom dessa områden, men också möjlighet att jämföra svenska resultat med resultat från andra länder.

TIMSS Advanced 2015 har genomförts av Skolverket i samarbete med Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet. Skolverket har sammanställt en nationell huvudrapport med resultaten från TIMSS Advanced 2015.

En viktig utgångspunkt för tolkning och analys av resultaten är att veta i vilken utsträckning svenska elever fått möjlighet att lära sig det som prövas i TIMSS Advanced. I denna rapport analyseras därför samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2015 och svenska ämnesplaner, nationella prov och bedömningsstöd. Mot bakgrund av ämnenas kopplingar mellan varandra genomförs också en analys som särskilt fokuserar på inslaget av matematik i fysikuppgifterna.

Rapporten är författad av Peter Nyström, Annika Kjellsson Lind, Ulrica Dahlberg och Helena Johansson, och har tagits fram inom ramen för arbetet med TIMSS Advanced som ett komplement till huvudrapporten. Författarna svarar självständigt för de resonemang och slutsatser som framförs i rapporten. Under arbetets gång har värdefulla synpunkter på rapporten lämnats av skolverksmedarbetarna Cecilia Stenman, Anita Wester, Jens Anker-Hansen och Johan Falk, samt Gunnar Wästle och Peder Öberg från Umeå universitet.

Peter Nyström är rapportens huvudredaktör och medförfattare i alla delar. Han är filosofie doktor och verksam på Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) och Institutionen för didaktik och pedagogisk profession, Göteborgs universitet, samt ämnesdidaktisk expert i arbetet med TIMSS Advanced 2015. Annika Kjellsson Lind har tillsammans med huvudredaktören planerat arbetet med rapporten och är medförfattare till kapitel 2. Hon är teknologie doktor och verksam vid Lärarhögskolan på Umeå universitet, och även med i Skolverkets referensgrupp för TIMSS Advanced 2015. Ulrica Dahlberg är huvudansvarig för den studie som presenteras i kapitel 3. Hon är biträdande forskare vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet. Helena Johansson har ansvarat för studien i kapitel 4. Hon är filosofie doktor och forskar vid Avdelningen för Ämnesdidaktik och matematik (DMA), Mittuniversitetet.

Stockholm, november 2016

*Mikael Halápi*  
Vik. Generaldirektör

*Carola Borg*  
Undervisningsråd och  
projektledare TIMSS Advanced 2015

# Innehåll

<b>1. Inledning</b>	7
1.1 Sammanfattning av resultaten	8
1.2 Vad är TIMSS Advanced?	9
1.3 Utgångspunkter för denna samstämmighetsstudie	12
1.4 Så här är rapporten upplagd	14
<b>2. Jämförelse mellan ramverket för TIMSS Advanced 2015 och ämnesplanerna för matematik och fysik i den svenska gymnasieskolan</b>	17
2.1 Sammanfattning av de viktigaste resultaten	18
2.2 Ger svenska ämnesplaner stöd för det som provas i TIMSS Advanced?	18
2.3 Ämnesplaner för matematik och fysik i den svenska gymnasieskolan	19
2.4 Förändringar i ämnesplanerna sedan TIMSS Advanced 2008	21
2.5 TIMSS Advanced ramverk – ämnesinnehåll och kognitiva aspekter	23
2.6 Ämnesinnehåll i matematik	25
2.7 Ämnesinnehåll i fysik	36
2.8 Kognitiva domäner i matematik	44
2.9 Kognitiva domäner i fysik	49
2.10 Naturvetenskapligt arbetssätt	54
2.11 Sammanfattning och diskussion av delstudie 1	56
<b>3. En jämförelse mellan provuppgifter i TIMSS Advanced 2015 och nationella prov och bedömningsstöd</b>	59
3.1 Sammanfattning av de viktigaste resultaten	60
3.2 Prövar svenska prov i matematik och fysik det som provas i TIMSS Advanced?	60
3.3 Metod	61
3.4 Urval av provuppgifter	62
3.5 Resultat för matematik	63
3.6 Resultat för fysik	78
3.7 Sammanfattning och diskussion av delstudie 2	92
<b>4. Relationen mellan matematik och fysik i TIMSS Advanced 2015</b>	99
4.1 Inledning	100
4.2 Kategorisering av fysikuppgifter	101
4.3 Kategorisering av uppgifter	102
4.4 Beräkning av lösningsproportioner	106
4.5 Resultat	106
4.6 Diskussion	107

<b>5. Test curriculum matching analysis (TCMA)</b> .....	<b>111</b>
<b>6. Slutdiskussion</b> .....	<b>115</b>
<b>Referenser</b> .....	<b>119</b>
<b>Bilaga 1. Samstämmighet</b> .....	<b>124</b>





KAPITEL 1

# Inledning



# 1. Inledning

TIMSS Advanced är en internationell jämförande studie som handlar om elever som läser avancerad matematik och fysik i gymnasieskolan. Motsvarande studie som riktar sig till grundskolan benämns endast TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), och handlar om elever i årskurs 4 och 8. Både TIMSS Advanced och TIMSS organiseras av den Amsterdam-baserade organisationen IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement).

Internationella jämförande studier ger viktiga bidrag till utvärderingen av svensk skola, men endast under förutsättning att de handlar om sådant ämnesinnehåll som eleverna fått möjlighet att lära sig i skolan. Innehållet måste också prövas på ett sätt som ger eleverna möjligheter att visa vad de vet och kan göra. Det är därför angeläget att studera i vilken grad de internationella studier Sverige deltar i är samstämmiga med det eleverna möter i den svenska skolan.

Det övergripande syftet med de studier vi rapporterar här är att beskriva samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2015 och svenska ämnesplaner och nationella bedömningsinstrument i matematik och fysik.

Forskningsfrågor som behandlas:

- Hur väl täcker svenska ämnesplaner i matematik och fysik det ramverk som definieras för TIMSS Advanced 2015?
- I vilken grad överensstämmer provuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 med provuppgifter från svenska nationella provmaterial?
- I vilken utsträckning kan trender i fysikresultaten förklaras och förstås utifrån fysikens koppling till matematik?
- Vilka provuppgifter i TIMSS Advanced hade minst 50 procent av eleverna som deltog en reell chans att lösa genom att de mött innehållet i undervisningen? Hur skulle bilden av Sveriges resultat påverkas om endast de uppgifter som bedöms relevanta för svenska elever hade använts?

## 1.1 Sammanfattning av resultaten

I rapporten kommer vi att behandla dessa frågor grundligt, men slutsatserna kan kortfattat beskrivas i följande fyra punkter.

- De svenska ämnesplanerna i matematik och fysik för gymnasieskolan täcker i hög grad vad som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015, och utifrån ämnesplanerna bör de svenska eleverna som deltog i TIMSS Advanced 2015 haft möjlighet att lära sig det som prövas i TIMSS Advanced (Kapitel 2).
- Provuppgifterna i svenska nationella prov och bedömningsstöd täcker ungefär samma innehållsområden i matematik och fysik som proven i TIMSS Advanced. Proven i TIMSS Advanced 2015 har större andel flervalsfrågor och lägre användbarhet för hjälpmedel som formelsamling och miniräknare. Mängden text och bilder samt uppgifternas verklighetsanknytning är ungefär densamma i båda fallen (Kapitel 3).

- Från TIMSS Advanced 1995 till TIMSS Advanced 2008 var försämringen i prestation framförallt kopplad till fysikuppgifter med ett tydligt matematikinslag. I TIMSS Advanced 2015 löser eleverna sådana uppgifter i högre grad jämfört med eleverna som deltog 2008. Samtidigt har resultatet på icke-matematiska fysikuppgifter försämrats (Kapitel 4).
- Resultatet i förhållande till andra länder ändras inte när svenska elevers prestation på de uppgifter som bedöms relevanta för dem jämförs med vad elever i andra länder presterar på samma uppgifter (Kapitel 5).

## 1.2 Vad är TIMSS Advanced?

TIMSS Advanced 2015 är den tredje omgången i en serie undersökningar som handlar om elever som går sista terminen i gymnasieskolan och har läst mycket matematik och fysik. Syftet med TIMSS Advanced är att jämföra vad dessa elever i olika länder vet och kan göra i avancerad matematik och fysik, och ge underlag för slutsatser om hur kunskapsnivån förändras över tid. Studiens utformning och genomförande bestäms i hög grad av att den ska ge möjlighet att mäta kunskaps-trender för en definierad elevgrupp. Förutom resultat som visar på vad eleverna vet och kan göra i matematik och fysik bidrar studien med en rik mängd av data om ämnesplaner, undervisningsmetoder, lärares bakgrund, arbetsvillkor och föreställningar, skolans resurser, samt elevers engagemang och attityder.

Enligt ramverket för TIMSS Advanced 2015 (Mullis & Martin, 2014) kan materialet användas som underlag för diskussioner om skolreformer och beslut om utbildning inom STEM-området (Science, Technology, Engineering, Mathematics). Tanken är att länder som deltar i TIMSS Advanced 2015 ska få veta hur framgångsrika de är i att förbereda kommande generationer av naturvetare och ingenjörer, och få underlag för hur utbildningsvägarna kan stödjas och utvecklas för elever som väljer STEM-karriärer. Av alla internationella storskaliga jämförande studier av vad elever vet och kan göra är TIMSS Advanced den enda som riktar sig till elever i gymnasieskolan.

TIMSS Advanced genomfördes första gången 1995, och för Sveriges del omfattade den alla elever på de naturvetenskapliga och tekniska (fyraåriga) programmen. Ur gruppen valdes 1 001 elever som deltog i matematikdelen av studien och 1 012 elever som deltog i fysikdelen. De svenska eleverna presterade på en mycket hög nivå jämfört med övriga deltagande länder, i synnerhet i fysik (Skolverket, 1998).

TIMSS Advanced återkom 2008 och utformades då så att det skulle gå att jämföra med resultaten från 1995. För att elevkategorin skulle vara ungefär samma som 1995 inkluderas 2008 elever i gymnasieskolan som gick på NV- eller TE-programmet, med tillägget av att de skulle läsa eller ha läst minst kursen Matematik D respektive Fysik B. Detta tillägg var nödvändigt eftersom det inte var obligatoriskt inom dessa program att läsa de kurser som motsvarar innehållet i TIMSS Advanced. Ur gruppen valdes ca 2 300 elever i matematik och ungefär lika många i fysik som deltog i studien (Skolverket, 2009b).

Resultaten från TIMSS Advanced 2008 har rapporterats i såväl en internationell rapport (Mullis m.fl., 2009) som en svensk (Skolverket, 2009b). Jämfört med 1995 hade resultaten försämrats avsevärt i Sverige. TIMSS Advanced 2015 bygger vidare på de tidigare studierna. Eleverna som deltar går i sista årskursen på de naturvetenskapliga och tekniska programmen och har läst

eller läser minst Matematik 4 respektive Fysik 2, cirka 4 450 elever deltog i matematik och cirka 4 250 i fysik. Antalet elever i urvalet har ökat jämfört med tidigare omgångar för att det ska gå att göra bättre beräkningar av prestationerna inom t.ex. innehållsliga domäner.

Denna översiktliga bild av TIMSS Advanced ger bara en liten glimt av det mycket omfattande datamaterialet, den komplexa strukturen i undersökningen och möjligheterna till tolkningar och slutsatser. En fördjupad diskussion om historisk bakgrund samt övergripande forskningsdesign finns i Niss, Emanuelsson och Nyström (2013). För en diskussion om möjligheter och utmaningar i tolkning och användning av TIMSS och TIMSS Advanced hänvisar vi till Nyström (2013). En av de viktigaste förutsättningarna för tolkningen är kunskap om i vilken utsträckning eleverna har haft möjlighet att lära sig det proven testar. Överensstämmelsen mellan olika delar av ett utbildningssystem och mellan ett utbildningssystem och externa ramverk och prov som TIMSS Advanced går vanligen under benämningen samstämmighet.

### Tidigare undersökningar av samstämmighet för internationella studier på gymnasienivå

Förra gången TIMSS Advanced genomfördes, TIMSS Advanced 2008, gjordes också en studie av samstämmigheten med det svenska systemet (Skolverket, 2009a). Där analyserades hur väl svenska kursplaner täcker innehållsliga och kognitiva domäner som de beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2008. Slutsatsen var att de svenska styrdokumenterna innehållsmässigt till största delen täckte innehållet i ramverket för TIMSS Advanced 2008, men att det inom både matematik och fysik fanns områden i de svenska styrdokumenterna som inte fanns med i TIMSS Advanced. Även merparten av de kognitiva aspekterna i TIMSS Advanced för matematik och fysik hade motsvarigheter i den svenska kursplanen, även om de delvis uttrycktes på ett annat sätt. Men analysen visade också på några intressanta skillnader mellan TIMSS Advanced och svenska kursplaner, och mellan matematik och fysik.

I matematik identifierades till exempel mycket litet som kan kopplas till den kognitiva domänen Veta i TIMSS Advanced, och i synnerhet det som handlar om att minnas och att göra beräkningar. En annan skillnad var att begrepp som används i såväl TIMSS Advanced ramverk som i de svenska kursplanerna i allmänhet är mer definierade i TIMSS Advanced. Begreppet problemlösning fick i TIMSS Advanced 2008 en bestämning av olika problem som kopplas till olika kognitiva domäner, men den svenska kursplanen innehöll endast vaga och ofullständiga sådana bestämningar.

Samstämmighetsrapporten från TIMSS Advanced 2008 innehöll också en analys av uppgifter från TIMSS Advanced och från svenska nationella provmaterial. Samtliga uppgifter i TIMSS Advanced 2008 kategoriserades utifrån olika aspekter och på motsvarande sätt kategoriserades även uppgifter från nationella prov i matematik och provbanksprov i fysik. I fysik innehöll de svenska proven en större andel uppgifter som krävde resonemang och mindre andel uppgifter som handlade om vetande, jämfört med proven i TIMSS Advanced. En annan skillnad i både matematik och fysik var att de svenska proven är mer sammansatta och att problemen i större grad kräver beräkningar i flera steg än uppgifterna i TIMSS Advanced där varje uppgift testar mer avgränsade kunskaper.

## Undersökningar av samstämmighet för internationella studier på grundskolenivå

Det finns flera svenska samstämmighetsstudier som gäller internationella jämförande studier i grundskolan. Många av dessa har gemensamma drag, till exempel har både styrdokument och nationella provuppgifter använts i jämförelsen. Samtidigt finns det skillnader som har med de olika studiernas särdrag att göra och med den skolform och åldersgrupp den gäller. Den första svenska samstämmighetsstudien publicerades 2006 och handlade om de tre storskaliga utvärderingarna av grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskapliga ämnen som alla genomfördes 2003: TIMSS 2003, PISA 2003 och Nationella utvärderingen (NU) 2003 (Skolverket, 2006b). PISA och NU gällde framför allt elever i årskurs 9 och TIMSS gällde årskurs 8.

Enligt rapporten skulle studien belysa i vilken mån ramverken för de internationella jämförande studierna TIMSS och PISA och de svenska kursplanerna överensstämmer med varandra i ämnesinnehåll och typ av kunskap som prövas. Resultatet visade sammanfattningsvis att i matematik var överensstämmelsen med den svenska kursplanen högre för TIMSS ramverk än för motsvarande ramverk för PISA. Motsatsen gällde för de naturvetenskapliga ämnena, och här var det framför allt betoningen av processer inom naturvetenskapligt kunnande som hade större likheter mellan PISA och svenska kursplaner.

Rapporten redovisade också en studie av provuppgifter. Uppgifterna kategoriserades utifrån ämnesinnehåll, uppgiftstyp, grad av autenticitet, förekomst av beräkningar, mängden text och grafik, svårighet samt vilka kompetenser uppgiften testar. Sammanfattningsvis resulterade analysen i slutsatsen att PISA och TIMSS inte skiljde sig åt i kognitivt hänseende när det gäller matematik, att PISA i högre grad liknade svenska kursplaner i sin inriktning mot naturvetenskaplig verksamhet men att TIMSS i både matematik och NO hade den bredaste täckningen av ämnesstoffet i den svenska kursplanen. I TIMSS 2007 deltog Sverige igen i den del av studien som handlade om årskurs 8, men också för första gången med elever i årskurs 4. Därför inriktades en studie av samstämmighet i TIMSS 2007 på årskurs 4 (Skolverket, 2008). Syftet med studien beskrivs på ett liknande sätt som studien från TIMSS 2003 (och genomfördes av samma forskare): ”Syftet med denna rapport är att diskutera hur väl ramverket och uppgifterna i TIMSS 2007 avseende skolår 4 överensstämmer med den svenska läroplanen och målen i kursplanerna i matematik och NO-ämnena. Passar TIMSS som utvärderingsinstrument för svensk årskurs 4-undervisning beträffande innehållet i provuppgifterna?” (Skolverket, 2008).

Denna studie gör en tydligare ansats att jämföra TIMSS ramverk med svenska kursplaner och inkluderar svenska nationella prov i kategoriseringen av provuppgifter. Slutsatsen är att ramverket för TIMSS täcker mycket av det ämnesinnehåll som motsvarar mål att uppnå för årskurs 5, men att det är svårt att göra dessa bedömningar eftersom de svenska kursplanerna inte är preciserade. Med utgångspunkt i jämförelsen med nationella prov i matematik i årskurs 5 blir bilden något annorlunda, där visar det sig att en förhållandevis stor del av TIMSS ämnesdefinition faller utanför vad de svenska eleverna förväntas kunna enligt kursplanen. Motsvarande jämförelse kunde inte göras i NO eftersom det inte fanns några nationella prov för den årskursen vid denna tidpunkt.

Jämförelsen mellan nationella prov i matematik och TIMSS-proven visar också på färre uppgifter med autentiskt innehåll i TIMSS och fler flervalsfrågor. Den senast publicerade samstämmighetsstudien som handlar om internationella studier och matematik för grundskolan gäller PISA 2012 (Skolverket, 2015). Studien genomfördes som en komparativ innehållsanalys mellan matematikuppgifter i PISA och matematikuppgifter som används på ett nationellt ämnesprov för årskurs 9. Via antagandet att uppgifterna i PISA speglar PISA:s ramverk och att uppgifter i nationella prov speglar kursplanen så drar rapportens författare även slutsatser på ramverksnivå.

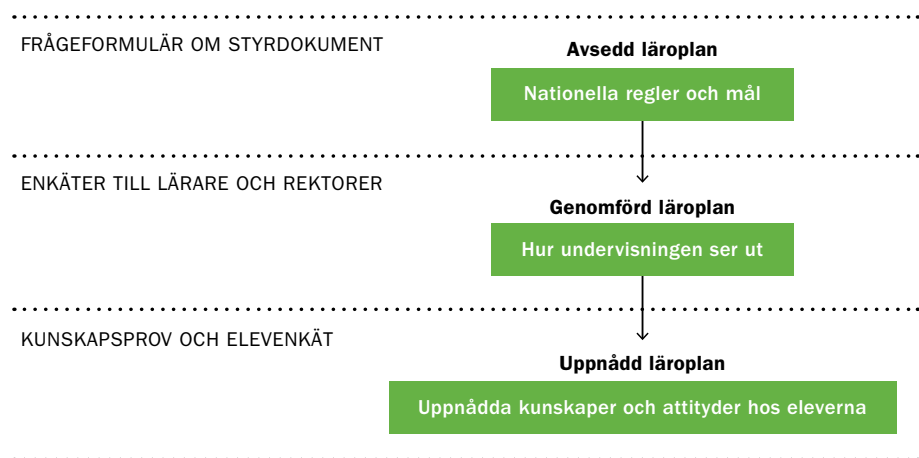
Studien konstaterar att ramverket i PISA i sina huvuddrag överensstämmer med huvuddragen i de svenska styrdokument, och att överensstämmelsen även är god för matematikinnehåll i ramverk och uppgifter. Men som tidigare studier visat är det stor skillnad mellan PISA-proven och svenska nationella prov i provformat, uppgiftsformat, bedömningsmodeller och textinnehåll.

Skolverket har också publicerat samstämmighetsstudier med fokus på läsning (Skolverket, 2006a, 2012).

### 1.3 Utgångspunkter för denna samstämmighetsstudie

Den samstämmighetsstudie vi presenterar utgår från de tre läroplansnivåer som tillämpades redan i the Second International Mathematics Study (SIMS), en föregångare till TIMSS (se Robitaille & Maxwell, 1996). Det handlar om avsedd läroplan, dvs. nationella regler och mål, implementerad läroplan, dvs. faktisk organisation och undervisning, och uppnådd läroplan, dvs. erhållna kunskaper och attityder (figur 1.1). Den här samstämmighetsstudien handlar om den avsedda läroplanen. Den beskrivs i policydokument, lagar och regler, läroplanstexter och andra officiella dokument, men även läroböcker och prov är intressanta eftersom de betjänar och återspeglar den avsedda läroplanen (Robitaille & Maxwell, 1996). I TIMSS Advanced är det ganska uppenbart att den avsedda läroplanen utgörs av ramverket för studien (Mullis & Martin, 2014) och av de prov som ska återspegla och operationalisera ramverket.

**Figur 1.1** TIMSS läroplansmodell och kopplingen till vad TIMSS mäter.



Det är inte lika självklart vad som ska anses utgöra den avsedda läroplanen när det gäller undervisningen i matematik och fysik i den svenska gymnasieskolan. Gymnasieskolan styrs formellt av skollagen, gymnasieförordningen, läroplanen, examensmålen och ämnesplanerna. Skolverket (2011a) skriver att dessa dokument fyller en funktion vart och ett för sig, men att de också tillsammans uttrycker en gemensam syn på verksamheten i klassrummet och är tänkta att skapa en helhet. ”Skollagen är överordnad de andra dokumenten. Gymnasieförordningen, läroplanen och examensmålen är förordningar som på olika sätt konkretiserar skollagens bestämmelser. Ämnesplanerna är föreskrifter som styr undervisningen i ett enskilt ämne” (Skolverket, 2011a, s. 15). Ur ett perspektiv kan alla dessa dokument tillsammans ingå i den avsedda läroplanen.

Till detta kommer ett stort antal allmänna råd från Skolverket, med rekommendationer om hur skolor bör handla för att uppfylla kraven i bestämmelserna. Skolverket har också publicerat kommentarmaterial till ämnesplanen i matematik, och de nationella proven uppges även kunna bidra till att konkretisera ämnesplanerna. Fysik, som inte är ett gymnasiegemensamt ämne, har inte något kommentarmaterial kopplat till ämnesplanen och heller inget nationellt prov utan endast ett nationellt bedömningsstöd som inte har samma syfte när det gäller konkretisering av ämnesplanen. Skolverkets bedömningsstöd har som enda syfte att stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning. Trots att kommentarmaterial och nationella prov inte har formell status som styrdokument kan man se dem som en del av den samlade avsedda läroplanen för undervisning i matematik och fysik i gymnasieskolan.

Även om denna helhet på något sätt bör beaktas av lärare och andra i planering och utformning av undervisning och lärandemöjligheter, är det nödvändigt att göra en snävare avgränsning i den samstämmighetsanalys som presenteras här. I analysen får ämnesplanerna i matematik och fysik representera den avsedda läroplanen i dessa ämnen i Sverige.

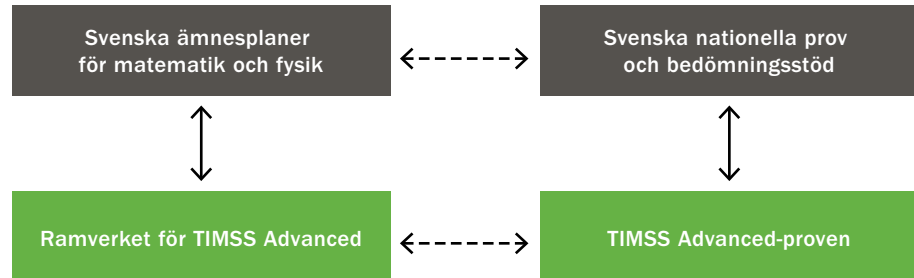
Det finns flera argument för valet att begränsa analysen till ämnesplaner samt nationella prov och bedömningsstöd, och inte innefatta andra delar av styrdokumentet, till exempel läroplan och examensmål.

Det viktigaste skälet att hålla sig till ämnesplaner och nationella prov och bedömningsstöd för att studera samstämmigheten med TIMSS Advanced är att det är de dokument i Sverige som strukturellt har mest gemensamt med ramverk och prov i TIMSS Advanced. Dessa texter är på många sätt jämförbara i omfång, inriktning och syfte. Kommentarmaterialet till ämnesplanen i matematik ingår inte i analysen eftersom det inte har samma juridiska status som ämnesplanen och eftersom ett sådant kommentarmaterial inte finns i fysik. Ämnesplanerna är de föreskrifter som styr undervisningen i ett enskilt ämne (Skolverket, 2011a), och är därför särskilt intressanta i jämförelsen av innehållsliga och kognitiva aspekter av ämnena matematik och fysik som är i fokus här.

Figur 1.2 visar den teoretiska utgångspunkten för de samstämmighetsanalyser vi redovisar i kapitel 2–4. Proven i TIMSS Advanced är en operationalisering av ramverket för TIMSS Advanced, men den horisontella samstämmigheten dem emellan (Webb, 1997) studeras inte här, och inte heller den horisontella samstämmigheten mellan de svenska ämnesplanerna och nationella prov och bedömningsstöd. Fokus ligger i stället på samstämmigheten mellan svenska ämnesplaner och ramverket för TIMSS Advanced som liknande uttryck för den

avsedda läroplanen i de två systemen, och mellan svenska nationella prov och bedömningsstöd och proven i TIMSS Advanced som ett annat uttryck.

**Figur 1.2** Analysen jämför motsvarande dokument i den svenska gymnasieskolan och TIMSS Advanced.



Analysen och jämförelsen av prov och provuppgifter ger ett viktigt tillskott eftersom de visar konkret vad som kan avses med styrdokumenterna och kan visa hur viktiga och omfattande olika delar av den avsedda läroplanen kan vara. Den svenska ämnesplanen säger inget om att alla delar ska få samma tyngd och utrymme, men ett nationellt prov eller bedömningsstöd speglar med nödvändighet en fördelning på olika delar som är intressant att jämföra med dess motsvarighet i TIMSS Advanced.

Eftersom en förutsättning för deltagande i TIMSS Advanced är att eleven haft möjlighet att lära sig så mycket som möjligt av det innehåll som beskrivs i ramverket så har Sverige deltagit med elever som läser eller har läst kursen Matematik 4 respektive Fysik 2. Detta val grundades på en övergripande analys av innehållet i kurserna. Men innehåll i TIMSS Advanced finns också i tidigare kurser i matematik och fysik och analysen därför måste handla om de allmänna delarna av ämnesplanerna, samt centralt innehåll och kunskapskrav för kurserna Matematik 1–4 (Skolverket, 2011c) respektive Fysik 1–2 (Skolverket, 2011b). Endast i något enstaka fall berör vi andra kurser.

## 1.4 Så här är rapporten upplagd

För att underlätta jämförelser har vi lagt upp den här rapporten på liknande sätt som motsvarande rapport om TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a).

I kapitel 2 jämför vi gällande ämnesplaner i matematik och fysik för den svenska gymnasieskolan och ramverket för TIMSS Advanced 2015. Vi utgår från vad som beskrivs som innehållsdomäner och kognitiva domäner i ramverket för TIMSS Advanced och undersöker i vilken grad ämnesplanernas formuleringar täcker det som beskrivs i ramverket.

Kapitel 3 redovisar en studie där provuppgifter från svenska nationella prov i matematik och nationella bedömningsstöd i fysik jämförs med provuppgifterna i TIMSS Advanced 2015. Provuppgifterna från TIMSS Advanced och från de svenska proven kategoriseras utifrån ett ramverk som också användes i studien för TIMSS Advanced 2008.

Kapitel 4 innehåller en analys av relationen mellan fysik och matematik, mot bakgrund av ämnesplanernas kopplingar mellan dessa ämnen. Tidigare forskning har visat att försämringen av resultaten i fysik för Sveriges del från 1995 till 2008 i första hand förklaras med svagare prestationer på uppgifter som har



ett tydligt matematikinslag. Mot den bakgrunden är det angeläget att undersöka om det finns liknande samband i TIMSS Advanced 2015.

Kapitel 5 redovisar resultatet från det som kallas Test Curriculum Matching Analysis (TCMA) och som regelbundet genomförs internationellt av TIMSS-organisationen. Den går ut på att varje deltagande land bedömer vilka uppgifter i TIMSS-proven eleverna hade förutsättningar att klara, genom att de mött det innehåll som uppgifterna behandlade. TCMA visar om de uppgifter som inte är relevanta för ett land påverkar resultatet i förhållande till andra länder.

Kapitel 6 sammanfattar och diskuterar resultaten i sin helhet, och rapporten avslutas med en referenslista och en bilaga om begreppet samstämmighet och forskning på området.



KAPITEL 2

**Jämförelse mellan ramverket  
för TIMSS Advanced 2015  
och ämnesplanerna för  
matematik och fysik i den  
svenska gymnasieskolan**



## 2. Jämförelse mellan ramverket för TIMSS Advanced 2015 och ämnesplanerna för matematik och fysik i den svenska gymnasieskolan

### 2.1 Sammanfattning av de viktigaste resultaten

- Analysen av ämnesplanerna visar att svenska elever bör ha fått möjlighet att lära sig det mesta av ämnesinnehållet som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015, i både matematik och fysik.
- Den del av ämnesplanen i matematik som inte återfinns i TIMSS Advanced 2015 är liten. I fysik innehåller däremot den svenska ämnesplanen mer sådant som inte tas upp i TIMSS Advanced.
- Analysen av vad eleverna förväntas göra i matematik visar på god samstämmighet mellan ämnesplanen och ramverket för TIMSS Advanced 2015. Detta gäller i synnerhet tankeprocesserna *tillämpa* och *resonera*, och i något lägre grad *veta*.
- I fysik är samstämmigheten i kognitivt avseende ännu högre än i matematik, även om delar av att tillämpa fysik endast täcks implicit av den svenska ämnesplanen.
- Ramverket för TIMSS Advanced har kompletterats med ett avsnitt om naturvetenskapligt arbetssätt, ett område som även har en stark position i ämnesplanen i fysik.

### 2.2 Ger svenska ämnesplaner stöd för det som provas i TIMSS Advanced?

Den analys som presenteras här utgår från det ramverk som är grunden för TIMSS Advanced 2015. Ramverket beskriver vilket ämnesinnehåll som proven i TIMSS Advanced ska täcka, vilka tankeprocesser som eleverna ska visa, och hur stor plats olika ämnesinnehåll och tankeprocesser ska ta. Syftet med analysen är att avgöra i vilken grad som de svenska ämnesplanerna i matematik och fysik täcker de beskrivningar som finns i ramverket för TIMSS Advanced. Dessutom kommer vi att beskriva de delar av de svenska ämnesplanerna som inte har någon motsvarighet i TIMSS Advanced. Det blir en innehållsanalys som utgår från meningsbärande delar i ramverket för TIMSS Advanced och identifierar relevanta formuleringar i de svenska ämnesplanerna.

I första hand bygger vi jämförelsen på textavsnitt i de svenska ämnesplanerna som explicit säger samma sak som ramverket för TIMSS Advanced, men i vissa fall redovisas argument för ett implicit innehåll. Det är något som inte direkt uttrycks i texten men som är en förutsättning för det som uttrycks och som måste anses nödvändigt att ta upp i undervisningen för att uppfylla det som ämnesplanen föreskriver.

TIMSS Advanced 2015 handlar om den mest avancerade matematiken och fysiken i den svenska gymnasieskolan. För att kunna jämföra och värdera resultaten för de svenska eleverna är det viktigt att veta vilka förutsättningar de har att klara av uppgifterna, och hur väl de svenska ämnesplanerna i matematik och fysik överensstämmer med ramverket i TIMSS Advanced är en sorts mått på detta. Förra gången TIMSS Advanced genomfördes, 2008, gjordes en liknande jämförelse mellan de då gällande kursplanerna och ramverket (Skolverket, 2009a). Eftersom TIMSS Advanced mäter trender är det också intressant att titta på om de nuvarande ämnesplanerna överensstämmer mer eller mindre med ramverket för TIMSS Advanced än vad som var fallet 2008. Analysen omfattar de allmänna delarna av ämnesplanerna, samt centralt innehåll och kunskapskrav för kurserna Matematik 1–4 (Skolverket, 2011c) respektive Fysik 1–2 (Skolverket, 2011b). Resultatet presenteras med citat från både ramverk och ämnesplaner och genomgående markeras citat från de svenska ämnesplanerna med kursivering.

Analysen av de svenska ämnesplanerna följer samma upplägg som den tidigare studien gällande TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a). Analysen utgår från ramverket för TIMSS Advanced och dess struktur av innehållsliga och kognitiva domäner, som i sin tur består av delområden och aspekter. De svenska ämnesplanerna analyseras för att identifiera avsnitt som motsvarar formuleringarna i ramverket för TIMSS Advanced. För varje område beskrivs först ramverket och därefter redovisas kortfattat resultatet av analysen av de svenska ämnesplanerna i förhållande till TIMSS Advanced.

## 2.3 Ämnesplaner för matematik och fysik i den svenska gymnasieskolan

Enligt skollagen (2010:800, 21 §) ska det finnas en ämnesplan för varje ämne i gymnasieskolan, och gymnasieförordningen (2010:2039, 4 §) preciserar att ämnesplanen ska ge läraren och eleverna utrymme att själva planera undervisningen. Där anges också att ämnesplanen ska innehålla

- ämnets syfte,
- varje kurs som ingår i ämnet,
- det centrala innehållet för varje kurs,
- antalet gymnasiepoäng eller gymnasiesärskolepoäng som varje kurs omfattar, och
- kunskapskraven för varje kurs.

Ämnesplanerna för matematik och fysik i gymnasieskolan inleds med en kort beskrivning av ämnet och dess användning inom olika områden. Därefter beskrivs ämnets syfte i en mer omfattande text som avslutas med några punkter som sammanfattar vad undervisningen i ämnet ska ge eleverna förutsättningar att utveckla. För matematikens del beskrivs dessa mål för undervisningen i termer av sju förmågor, och i fysik handlar det om såväl förmågor som kunskaper om aspekter av fysik, sammanlagt fem punkter. Den inledande texten och syftestexten med beskrivningen av vad eleverna ska få möjlighet att utveckla gäller för ämnet som helhet, dvs. alla ingående kurser, men resten av ämnesplanen är uppdelad i olika kurser.

För matematikens del finns elva olika kurser beskrivna, samtliga ger 100 gymnasiepoäng. Matematikkurserna är ordnade på fem nivåer och i olika spår. Kurserna på nivå 1 bygger på de kunskaper som grundskolan ger, eller motsvarande. Kurserna på nivå 2 bygger på nivå 1 och så vidare. Kurserna Matematik 5 och Matematik – specialisering bygger båda på kursen Matematik 4, och Matematik – specialisering kan också läsas flera gånger med olika innehåll. Indelningen i spår handlar om att olika gymnasieprogram har olika matematikkurser på de tre första nivåerna. Ett spår gäller för yrkesprogram, ett för bland andra ekonomi- och samhällsvetenskapsprogrammet och ett tredje för naturvetenskaps- och teknikprogrammet. Eftersom TIMSS Advanced endast inkluderar elever på de naturvetenskapliga och tekniska programmen kommer endast det spår som gäller dessa elever att analyseras här, dvs. kurserna Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4.

Kurserna Matematik 5 och Matematik – specialisering ingår inte i analysen eftersom de inte har något matematikinnehåll som återfinns i TIMSS Advanced. Matematik 5 handlar uteslutande om differentialekvationer och diskret matematik, och inget av det som beskrivs i ämnesplanen har någon motsvarighet i ramverket för TIMSS Advanced. Matematik – specialisering har inget specificerat innehåll utan läraren och eleverna väljer vilka matematikområden som ska ge fördjupade kunskaper i ämnet. I studien om TIMSS Advanced 2008 ingick även Matematik E, även om inte alla elever som deltog i studien hade läst den kursen. Det berodde på att vissa hade läst den och att den innehöll vissa moment som var relevanta för TIMSS Advanced 2008. I TIMSS Advanced 2015 hade en del av de deltagande svenska eleverna läst Matematik 5 och även Matematik – specialisering, men kursernas innehåll är inte relevant för TIMSS Advanced 2015.

Fysikämnet består av tre kurser; Fysik 1a (150 poäng) som bygger på grundskolans kunskaper eller motsvarande, Fysik 2 (100 poäng) som bygger på Fysik 1a och Fysik 3 (100 poäng) som bygger på Fysik 2. Fysik 1a kan också ges som två delkurser, Fysik 1b1 och Fysik 1b2 som tillsammans ger 150 gymnasiepoäng. Dessa delkurser motsvarar helt Fysik 1a och därför kommer analysen endast att göras för Fysik 1a och Fysik 2, som tillsammans bör ge bästa möjliga täckning av det som tas upp i TIMSS Advanced. Fysik 3 ingår inte i analysen eftersom innehållet inte är relevant för TIMSS Advanced 2015.

De matematik- och fysikkurser som är relevanta i analysen av samstämmighet mellan de svenska ämnesplanerna och ramverket för TIMSS Advanced kommer för enkelhetens skull i det följande att betecknas med Ma 1–4 respektive Fy 1–2, trots att de har andra beteckningar i ämnesplanen.

För varje kurs anger ämnesplanen en lista på centralt innehåll som undervisningen i kursen ska behandla. I matematik är det centrala innehållet sorterat under rubrikerna Taluppfattning, aritmetik och algebra (Ma 1–2), Geometri (Ma 1–2), Aritmetik, algebra och geometri (Ma 3–4), Samband och förändring (Ma 1–4), Sannolikhet och statistik (Ma 1–4), samt Problemlösning (Ma 1–4). Fysikinnehållet indelas i Rörelse och krafter (Fy 1–2), Fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder (Fy 1–2), Energi och energiresurser (Fy 1), Strålning inom medicin och teknik (Fy 1), Klimat- och väderprognoser (Fy 1), Vågor, elektromagnetism och signaler (Fy 2), samt Universums utveckling och struktur (Fy 2).

Ämnesplanens avsnitt för varje kurs avslutas med en beskrivning av kunskapskraven för betygsstegen, E, C och A, där E är det lägsta betyget. Matematikkurserna har i princip samma kunskapskrav för de fyra kurserna som ingår i den här analysen, men på ett par punkter skiljer sig Ma 3 och Ma 4 från Ma 1 och Ma 2. De två fysikkurserna som ingår i denna studie har identiska kunskapskrav.

## 2.4 Förändringar i ämnesplanerna sedan TIMSS Advanced 2008

### Stora förändringar i ämnesplanernas struktur

Strukturen i de nuvarande ämnesplanerna skiljer sig från strukturen hos de kursplaner för matematik och fysik som gällde förra gången TIMSS Advanced genomfördes. I Gy 2000 beskrevs ämnet matematik utifrån syfte, mål att sträva mot samt ämnets karaktär och uppbyggnad. Den nuvarande ämnesplanens inledande text motsvarar i huvudsak det som fanns i tidigare kursplaner. Som mål att sträva mot angavs att ”Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna”, följt av ett antal satser som definierade dess strävansmål. Nuvarande ämnesplaner säger att ”Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:”, följt av sju satser. Den stora skillnaden är att den nuvarande ämnesplanen endast definierar förmågor.

För varje kurs fanns i Gy 2000 en kort beskrivning av kursen, vad den innehöll och vad den syftade till. Något motsvarande finns inte i nuvarande ämnesplan. För varje kurs angavs i Gy 2000 ett antal mål att uppnå som beskrev ämnesinnehållet i kursen, men också vad eleverna förväntades kunna göra med innehållet. Nuvarande ämnesplaner anger i stället ett centralt innehåll som undervisningen i kursen ska behandla. Allt som handlar om hur eleverna ska kunna innehållet är samlat i kunskapskraven, även om de olika delarna av ämnesplanen naturligtvis ska ses som en helhet och läsas tillsammans. De betygsriterier som fanns i ämnesplanen i Gy 2000 skiljer sig från kunskapskraven i Gy 2011 genom att det i viss mån var olika kunskapsaspekter som krävdes för olika betyg, t.ex. var krav på resonemang förbehållet de högre betygen. De nuvarande kunskapskraven präglas av att alla kunskapsformer berörs i alla betygssteg, och progressionen beskrivs inom varje kunskapsform med hjälp av värdeord.

### Matematikinnehåll har tidigare lagts

Skolverket har sammanställt förändringarna i matematikinnehållet i gymnasieskolans matematikkurser från Gy 2000 som gällde vid genomförandet av TIMSS Advanced 2008 till Gy 2011 som gällde vid genomförandet av TIMSS Advanced 2015 (Skolverket, 2013). Man jämför då mål att uppnå i Gy 2000 och centralt innehåll i Gy 2011.

För matematikkurserna som är aktuella i denna analys har poängantalet ökat från 350 till 400 och en del matematikinnehåll har flyttats till andra kurser. De flesta av dessa förändringar innebär endast att matematikinnehåll tidigare lagts, dvs. att det tas upp i en tidigare kurs i Gy 2011 jämfört med Gy 2000. Att eleverna möter innehåll tidigare i gymnasieskolan kan vara relevant för resultatet i TIMSS Advanced eftersom det kan innebära att eleverna vid tidpunkten för

genomförandet av TIMSS Advanced kan ha glömt detta innehåll. Flytten av innehåll innebär endast i ett fall att innehållet försvunnit från de kurser som alla deltagande elever i den svenska delen av TIMSS Advanced ska ha läst. Det gäller differentialekvationer som flyttats till Matematik 5, men just det matematikinnehållet är inte relevant för TIMSS Advanced.

En tredje ändring är att innehåll helt har utgått från det centrala innehållet i de kurser som eleverna på de naturvetenskapliga och tekniska programmen läser, till exempel geometrisk summa. Men enligt Skolverkets kommentar finns det utrymme att behandla geometriska summor i Ma 1. Begreppen rekursion och talföljd, som är nära kopplade till geometriska och andra summor, återfinns i Ma 5 som relativt många av eleverna som deltar i TIMSS Advanced kan antas ha läst. Tankegången bakom metoder för numerisk integration och numerisk ekvationslösning har helt utgått som innehåll i gymnasieskolans matematikämne.

Slutligen har åtskilligt nytt innehåll tagits in i de versioner av Ma 1–4 som läses av elever på de naturvetenskapliga och tekniska programmen. I Ma 1 handlar det bland annat om begreppen primtal och delbarhet samt vektorer. I Ma 2 har till exempel rotekvationer och linjära ekvationssystem med fler än två obekanta tillkommit. Dessutom har tidigare innehåll förtydligats genom att ämnesplanen nu explicit nämner begreppet kurva och räta linjens och parabelns ekvation, hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp, samt skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion. I Ma 3 har följande begrepp tillkommit: absolutbelopp, cirkelns ekvation och explicit omnämnande av begrepp med koppling till det matematiska funktionsbegreppet, definitions- och värdemängd, kontinuerlig och diskret funktion, gränsvärde, sekant samt tangent.

Ma 4 har kompletterats med skissning av grafer och tillhörande asymptoter. I flera av kurserna har begreppen bevis, sats, definition och bevismetoder fått en mer framträdande roll. Det innehåll som lagts till kurserna 1–4, bland annat genom att det flyttats från högre kurser, bör ha gett elever som läst dessa kurser bättre förutsättningar än tidigare att klara vissa delar av det matematikinnehåll som provas i TIMSS Advanced 2015.

## Fysikinnehåll har flyttats

Fysikkurserna i analysen har också genomgått en del förändringar. Gymnasiepoängen för de relevanta kurserna är fortfarande 250 poäng men poängen har omfördelats från att ha varit 100 poäng på första kursen (Fy A) till att bli 150 poäng (Fy 1). Det betyder att ämnesinnehåll har flyttats mellan de båda kurserna och precis som för matematiken innebär detta att visst innehåll behandlats tidigare, längre ifrån elevernas möte med proven i TIMSS Advanced, men också att visst innehåll nu behandlas senare, närmare i tid till dessa prov. Det område som har förändrats innehållsmässigt mest och där innehåll har försvunnit sedan Gy 2001 är optik. I 2001 års variant handlade mycket om strålkonstruktion i speglar och brytning av linser. Detta finns inte med i Gy 2011. Generellt kan sägas att innehållet i kurserna (bortsett från optiken) i stort sett är detsamma 2001 som 2011, men omflyttat och sammansatt på ett nytt sätt. Innehållet har dock specificerats mer genom nya formuleringar av det centrala innehållet.



## 2.5 TIMSS Advanced ramverk – ämnesinnehåll och kognitiva aspekter

Utformningen av de instrument som används i TIMSS Advanced 2015, dvs. prov och enkäter, regleras av ett ramverk (Mullis & Martin, 2014). Detta ramverk är utgångspunkten för analysen av samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2015 och svenska ämnesplaner i matematik och fysik.

### Vad eleverna förväntas kunna beskrivs utifrån innehållsliga och kognitiva domäner

Ramverket för TIMSS Advanced 2015 beskriver ämnesinnehållet i matematik och fysik i TIMSS Advanced med hjälp av innehållsdomäner i respektive ämne och ämnesområden inom varje domän. Här beskrivs också utförligt vad som ska ingå i proven i termer av tankeprocesserna veta, tillämpa och resonera. Ramverket beskriver att provuppgifterna ska ge möjlighet för eleverna att visa vad de vet, tillämpa vad de har lärt sig, lösa problem och resonera genom att analysera och tänka logiskt.

De kognitiva domänerna beskriver hur eleverna rimligen tänker när de tar itu med matematik- och fysikinnehållet. Dessa domäner är i huvudsak desamma i matematik och fysik, men de definieras något olika via de aspekter av varje domän som beskrivs i ramverket. För fysiken innehåller ramverket även ett avsnitt som beskriver de vetenskapliga aktiviteter som ska behandlas i proven. Det är färdigheter som elever använder på ett systematiskt sätt för att genomföra vetenskapliga undersökningar. Tabell 2.1 och 2.2 visar fördelningen av provtid på innehållsliga och kognitiva domäner i matematik och fysik.

**Tabell 2.1** Målsättning för procentuell fördelning av innehållsliga- och kognitiva domäner i matematikproven i TIMSS Advanced 2015, ungefärlig andel av total provtid.

Innehållsdomäner	Procent
Algebra	35
Differential- och integralkalkyl	35
Geometri	30
<b>Kognitiva domäner</b>	
Veta	35
Tillämpa	35
Resonera	30

**Tabell 2.2** Målsättning för procentuell fördelning av innehållsliga- och kognitiva domäner i fysikproven i TIMSS Advanced 2015, ungefärlig andel av total provtid.

Innehållsdomäner	Procent
Mekanik och termodynamik	40
Elektricitet och magnetism	25
Vågfenomen och atomfysik	35
<b>Kognitiva domäner</b>	
Veta	30
Tillämpa	40
Resonera	30

Förutom dessa delar innehåller ramverket ett kapitel som ska lägga grunden för de enkäter som ingår i TIMSS Advanced, och det är första gången som något sådant ingår i ramverket. Här beskrivs typer av lärandesituationer och faktorer som har att göra med elevers prestationer i avancerad matematik och fysik, och som kommer att undersökas med hjälp av enkäter. Ramverket avslutas med ett kapitel som sammanfattar hur TIMSS Advanced utformats för att kunna täcka det stora innehållsområdet. Varken enkätframverket eller beskrivningen av hur studien lagts upp är relevanta för den här studien.

### Små förändringar i ramverket för TIMSS Advanced från 2008 till 2015

Ramverket för TIMSS Advanced 2015 (Mullis & Martin, 2014) innehåller även ett avsnitt som beskriver hur detta ramverk skiljer sig från motsvarande ramverk för TIMSS Advanced 2008 (Garden, m.fl., 2006). Det ger en bakgrund till både förändringar i resultat och jämförelsen av samstämmigheten då och nu. Tanken med att förändra och utveckla ramverket är att deltagande länder ska kunna bidra med nya idéer och information om hur kursplaner och undervisning i matematik och fysik har utvecklats sedan framtagandet av det förra ramverket. Sådana uppdateringar håller ramverket utbildningsrelevant, håller samman bedömningarna som sker vid olika tillfällen, och tillåter ramverk, instrument och tillvägagångssätt att utvecklas successivt in i framtiden.

När ramverket uppdaterades inför TIMSS Advanced 2015 togs även hänsyn till aktuell internationell forskning och initiativ inom matematikens och naturvetenskapernas didaktik. Uppdateringarna diskuteras med de så kallade National Research Coordinators (NRC), dvs. projektledarna i varje land, vid det första NRC-mötet för TIMSS Advanced 2015. I Sverige genomförs studien av Skolverket, som också utser NRC.

Generellt sett är ramverket detsamma som det som användes i TIMSS Advanced 2008, men vissa mindre uppdateringar har gjorts i specifika ämnesområden för att bättre spegla kursplaner och ramverk i de deltagande länderna. Arbetet har också beaktat aktuell forskning och olika aktuella initiativ som handlar om matematik och matematikutbildning, till exempel *Common Core State Standards for Mathematics* (National Governors Association, 2010) som utvecklats i USA, *Mathematics Higher 2 Syllabus* (Singapore Examinations and Assessment Board, 2013a) som används i Singapore, *Mathematics Curriculum (Secondary 4–6)* (Education Bureau, Hong Kong SAR, 2007a) från Hong Kong, och *AP Calculus Course Description* (College Board, 2012a), också det från USA.

Även för fysiken är ramverket mycket likt det som användes i TIMSS Advanced 2008. Vissa uppdateringar har dock skett för att bättre spegla innehållet i aktuella kursplaner och ramverk i de länder som deltar. I arbetet har även aktuell forskning beaktats samt initiativ i naturvetenskap och naturvetenskaplig utbildning, till exempel *Framework for K–12 Science Education* (National Research Council, 2012) som utvecklats i USA, *Physics Higher 2 Syllabus* (Singapore Examinations and Assessment Board, 2013b) som används i Singapore, *Physics Curriculum (Secondary 4–6)* (Education Bureau, Hong Kong, SAR, 2007b) som används i Hong Kong, och *AP Physics Course Description* (College Board, 2012b), även den från USA.

I följande avsnitt beskriver vi var och en av dessa domäner i detalj och analyserar hur väl de svenska ämnesplanerna för matematik och fysik täcker det som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced.

## 2.6 Ämnesinnehåll i matematik

I TIMSS Advanced är alltså ämnesinnehållet i matematik uppdelat på tre domäner: algebra, differential- och integralkalkyl samt geometri. Vi beskriver här delområdena i respektive domän och analyserar hur väl ramverkets formuleringar täcks av formuleringar i den svenska ämnesplanen i matematik för kurserna Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4. Dessa matematikkurser ska svenska elever ha deltagit i för att ingå i studien. För enkelhets skull kommer i det följande dessa kurser att endast betecknas som Ma 1, Ma 2, Ma 3 och Ma 4.

### Innehållsdomänen algebra

Algebradomänen i TIMSS Advanced omfattar tre delområden som bygger på kunskaper som eleverna bör ha utvecklat tidigare, och varje innehållsområde preciseras som aspekter av vad eleverna förväntas veta och kunna göra (tabell 2.3).

**Tabell 2.3** Innehållsdomänen algebra i TIMSS Advanced 2015

<b>A1</b>	<b>Uttryck och operationer</b>
A1.1	Hantera exponentiella, logaritmiska, polynom, rationella och rotuttryck, och utföra operationer med komplexa tal.
A1.2	Beräkna värdet av algebraiska uttryck (t.ex. exponentiella, logaritmiska, polynom-, rationella och rotuttryck).
A1.3	Bestämma den n:te termen i aritmetiska och geometriska serier, och bestämma summan av ändliga och oändliga serier.
<b>A2</b>	<b>Ekvationer och olikheter</b>
A2.1	Lösa linjära och kvadratiske ekvationer och olikheter samt system av linjära ekvationer och olikheter.
A2.2	Lösa exponential-, polynom- och rotekvationer, samt logaritmiska och rationella ekvationer.
A2.3	Använda ekvationer och olikheter för att lösa kontextuppgifter.
<b>A3</b>	<b>Funktioner</b>
A3.1	Tolka, jämföra och skapa ekvivalenta representationer av funktioner, inklusive sammansatta funktioner, som talpar, tabeller, grafer, formler, eller ord.
A3.2	Identifiera och kontrastera särskiljande egenskaper hos exponential-, rot- och polynomfunktioner, logaritmiska och rationella funktioner.

## Uttryck och operationer

I området *Uttryck och operationer* får eleverna hantera en rad olika typer av algebraiska uttryck samt arbeta med aritmetiska och geometriska serier.

Den första aspekten av uttryck och operationer (A1.1) är väl representerad i den svenska ämnesplanen för matematik 1–4. I det centrala innehållet för Ma 1 anges att undervisningen ska handla om *generalisering av aritmetikens räknelagar till att hantera algebraiska uttryck*. I Ma 2 ingår *motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln*, vilket är en tydlig och specifik anvisning om innehåll som ingår i TIMSS Advanced. Även Ma 3 bidrar till täckningen av detta innehåll eftersom *begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar för hantering av dessa begrepp* ingår där. Komplexa tal ingår också i algebrans första delområde i TIMSS Advanced, och begreppet introduceras redan i Ma 2. Där betonas i första hand *komplexa tal som en utvidgning av talsystemet*, och inte som ett område som handlar om algebraiska operationer. Introduktionen av begreppet komplext tal i Ma 2 ska dock ske i samband med lösning av andragradsekvationer vilket antyder en algebraisk inriktning. Den operationella aspekten av komplexa tal som lyfts fram i ramverket för TIMSS Advanced är ännu mer framträdande i Ma 4. Där anges att *metoder för beräkningar med komplexa tal skrivna på olika former inklusive rektangulär och polär form* ska vara ett centralt innehåll.

Nästa aspekt av algebraiska uttryck och operationer ligger väldigt nära den förra och täcks av samma delar i gymnasieskolans ämnesplan i matematik. I Ma 2 finns dessutom en explicit koppling till detta innehåll i TIMSS Advanced genom att *bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg*, anges som ett centralt innehåll. Funktionsvärden kan bestämmas på flera sätt och med olika utgångspunkter, men det handlar bland annat om att beräkna värdet av algebraiska uttryck eftersom algebraiska uttryck är en representation av funktioner.

Den tredje innehållsaspekten av uttryck och operationer, som handlar om serier och summor, nämns dock inte alls i de matematikkurser som ingår i de naturvetenskapliga och tekniska gymnasieprogrammen (Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4), och här finns heller inget innehåll som implicit kan sägas täcka in området. Innehåll som anknyter till ramverket för TIMSS Advanced på den här punkten finns endast i Ma 3b, dvs. en matematikkurs som eleverna på de naturvetenskapliga och tekniska programmen inte läser. Där ingår användning av begreppet geometrisk summa samt linjär optimering i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen. Begreppet serier nämns inte alls i ämnesplanen. I den valbara kursen Ma 5 finns begreppet talföljd, som kan anses närbesläktat med serier, men alla läser inte den kursen och den ingår inte i vår analys av samstämmigheten.

## Ekvationer och olikheter

Ekvationer och olikheter handlar övergripande om användning av ekvationer och olikheter samt system av ekvationer och olikheter för att lösa problem.

Den första aspekten inom ekvationer och olikheter (A2.1) täcks väl av det centrala innehållet i Ma 1 och Ma 2, med undantag för system av linjära olikheter. I Ma 1 ingår begreppet *linjär olikhet* och där ska eleverna få möjlighet att lära sig *algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter*. I Ma 2 ingår begreppet *linjärt ekvationsystem* och där ska eleverna få

möta *algebraiska och grafiska metoder för att lösa andragsgradsekvationer samt linjära ekvationsystem med två och tre obekanta tal*. Även om den svenska ämnesplanen inte specifikt säger att detta ska ske i samband med problemlösning så måste ämnesplanens allmänna fokus på problemlösning tolkas som att detta ingår. System av olikheter nämns överhuvudtaget inte i den svenska ämnesplanen. Även om det står med i ramverket för TIMSS Advanced är detta innehåll sällan eller aldrig representerat av uppgifter i proven.

Den andra aspekten behandlas av explicita formuleringar i Ma 1 och Ma 2 och är välrepresenterat i den svenska ämnesplanen. Det centrala innehållet i dessa båda kurser innefattar algebraiska och grafiska metoder för att lösa potensekvationer respektive exponential- och rotekvationer. Med potensekvation avses den enklaste typen av polynomekvation, med endast två termer varav den ena ska vara konstant (Kiselman & Mouwitz, 2008). Begreppet polynom och generalisering av aritmetikens lagar för hantering av dessa begrepp kommer i Ma 3, och i detta är det möjligt att även tolka in lösning av polynomekvationer.

I Ma 3 ingår även egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad som ett centralt innehåll. En sådan egenskap är rimligen funktionernas nollställen, vilket i praktiken innebär lösningar till polynomekvationer. Ordet ”polynomekvationer” finns endast på två ställen i ämnesplanen, och det ena berör eleverna som deltar i TIMSS Advanced. I Ma 4 anges nämligen som ett centralt innehåll *algebraiska och grafiska metoder för att lösa enkla polynomekvationer med komplexa rötter och reella polynomekvationer av högre grad, även med hjälp av faktorsatsen*. Det andra stället är i Ma 3b, vilket är det mest explicita när det gäller polynomekvationer men alltså i en matematikkurs som eleverna som deltar i TIMSS Advanced inte läser. Där finns som ett centralt innehåll att eleverna ska få möta *algebraiska och grafiska metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad*.

Ramverket för TIMSS Advanced skiljer på linjära och kvadratiska ekvationer från polynomfunktioner, trots att linjära och kvadratiska ekvationer strikt matematiskt måste betraktas som en delmängd av polynomfunktioner. Motsvarande pragmatiska terminologi finns i den svenska ämnesplanen som tar upp linjära ekvationer och andragsgradsekvationer i Ma 2 och polynomekvationer ”av högre grad” i Ma 4. Förtydligandet i den svenska ämnesplanen visar att det handlar om polynom av minst tredje graden.

Logaritmekvationer nämns inte explicit i ämnesplanen. I Ma 2 introduceras begreppet logaritm och där ska eleverna också arbeta med hantering av logaritmlagarna. I Ma 4 ingår egenskaper hos logaritmfunktioner som centralt innehåll. Detta kan ses som en grund för att också lösa logaritmekvationer, vilket här tolkas som att sådana ekvationer ingår implicit i ämnesplanen. Rationella ekvationer nämns heller inte explicit i ämnesplanen. Däremot ingår som tidigare nämnts hantering av rationella uttryck i Ma 3, och även i detta fall kan rationella ekvationer anses ingå implicit.

Den tredje aspekten inom ekvationslösning och olikheter i TIMSS Advanced handlar om matematikuppgifter i ett sammanhang. Den svenska ämnesplanen i matematik har ingen motsvarande specificering av att ekvationer och olikheter ska användas för att lösa mer eller mindre verklighetsnära problem. Det finns något enstaka exempel på innehållsspecifika preciseringar av detta slag, inom andra innehållsområden. Ett sådant från Ma 3 är bestämning av enkla integraler i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnen. Någon motsvarande formulering kopplad till ekvationer och olikheter finns dock inte. Däremot har ju det

centrala innehållet en egen rubrik om problemlösning där det bland annat anges att undervisningen ska behandla matematiska problem av betydelse för privat-ekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. Det är rimligt att ekvationer och olikheter är ett relevant matematikinnehåll i sådana problem. Dessutom beskriver ämnesplanen att eleverna genom undervisningen ska ges möjlighet att utveckla förmågan att relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang. Det är rimligt och förväntat att ekvationer och olikheter kommer in på ett naturligt sätt här. Även om den svenska ämnesplanen alltså inte explicit beskriver att ekvationer och olikheter ska användas för att lösa kontextproblem måste ämnesplanen implicit uppfattas som att den täcker ramverket i detta avseende.

### Funktioner

Det tredje delområdet inom algebra i ramverket för TIMSS Advanced fokuserar på olika representationer och egenskaper hos funktioner och beskrivs utifrån två aspekter.

Den första aspekten av vad eleverna förväntas kunna om funktioner i TIMSS Advanced tas upp i Ma 1. Formuleringen om att det centrala innehållet i kursen ska omfatta *representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer* är visserligen mer kortfattad och summarisk än motsvarande i ramverket för TIMSS Advanced, men betydelsen är snarlik. I Ma 2 specificeras dessutom att undervisningen ska behandla konstruktion av grafer till funktioner, med eller utan digitala verktyg.

Den andra funktionsaspekten i TIMSS Advanced preciserar några ytterligare funktionstyper. Delar av detta innehåll återfinns i Ma 1 där eleverna får möta *begreppet funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner samt potens- och exponentialfunktioner*. Potensfunktioner nämns inte i ramverket, men kan betraktas som ett specialfall av polynomfunktioner. I Ma 2 tillkommer innehåll som handlar om *egenskaper hos andragsgradsfunktioner* och Ma 3 innefattar det centrala innehållet *egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad*.

*Logaritmfunktioner* ingår explicit i det centrala innehållet i Ma 4, och av de funktionstyper som nämns i ramverket för TIMSS Advanced återstår då rotfunktioner och rationella funktioner. Ingen av dessa funktionstyper nämns explicit i den svenska ämnesplanen, men rotekvationer ingår i Ma 2, vilket innebär att eleverna får möta *algebraiska rotuttryck*, och *rationella uttryck* behandlas i Ma 3. Den svenska ämnesplanen tar alltså upp vissa aspekter som är relevanta för en förståelse av egenskaper hos rotfunktioner och rationella funktioner, även om just dessa funktionstyper inte får samma uppmärksamhet som de övriga.

### Sammanfattningsvis om algebra

Sammanfattningsvis täcks algebra-innehållet i ramverket för TIMSS Advanced väl av det centrala innehållet i Ma 1–4. I några fall handlar det om en implicit täckning, vilket bland annat gäller problemlösning på specifika områden. Den svenska ämnesplanen har en generell formulering om problemlösning utan att koppla den specifikt till vissa matematikinnehållsliga områden. Endast i några avseenden saknas det innehåll som beskrivs i TIMSS Advanced i den svenska ämnesplanen. Det gäller aritmetiska och geometriska serier och summor som endast finns i en gymnasiekurs i matematik som gäller för andra program än

de som är aktuella i TIMSS Advanced. Det gäller även egenskaper hos rotfunktioner och rationella funktioner som inte tas upp i ämnesplanen.

## Innehållsdomänen differential- och integralkalkyl

Differential- och integralkalkyl är ett nödvändigt verktyg för att förstå principerna bakom den fysikaliska världen och den är huvudingång till de flesta matematikbaserade vetenskapliga karriärerna. Tabell 2.4 visar de tre delområden som ingår i domänen differential- och integralkalkyl i TIMSS Advanced, och de aspekter som definierar varje innehållsområde.

**Tabell 2.4** Differential- och integralkalkyl i TIMSS Advanced 2015

<b>D1</b>	<b>Gränsvärden</b>
D1.1	Bestämma gränsvärden för funktioner, inklusive rationella funktioner.
D1.2	Känna igen och beskriva villkoren för kontinuitet och deriverbarhet för funktioner.
<b>D2</b>	<b>Derivator</b>
D2.1	Derivera polynom, exponentiella, logaritmiska, trigonometriska, rationella, rot- och sammansatta funktioner och derivera produkter och kvoter av funktioner.
D2.2	Använda derivator för att lösa problem inom optimering och förändringshastighet.
D2.3	Använda första- och andraderivator för att bestämma lutning, extremvärden och inflexionspunkter för polynomfunktioner och rationella funktioner.
D2.4	Använda första- och andraderivatn för att skissa och tolka grafer till funktioner.
<b>D3</b>	<b>Integraler</b>
D3.1	Integrera polynomfunktioner, exponentiella och trigonometriska funktioner, och enkla rationella funktioner.
D3.2	Beräkna värdet av bestämda integraler, och använda integrering för att beräkna areor och volymer.

### Gränsvärden

Fokus ligger här på att förstå gränsvärden och att hitta gränsvärden för funktioner. I de kursplaner som gällt från 1995 till 2010 nämndes inte gränsvärdesbegreppet, men där fanns formuleringar om att eleverna skulle kunna härleda deriveringsregler, vilket implicit innebär att begreppet måste användas. Nu står *begreppet gränsvärde* med i det centrala innehållet i Ma 3, och det finns även kvar formuleringar om att eleverna ska *härleda deriveringsregler*. Det handlar i Ma 3 om *härledning av deriveringsregler till potens- och exponentialfunktioner*, och i Ma 4 om *trigonometriska, logaritm- och exponentialfunktioner*. Den svenska ämnesplanen säger dock inget explicit om att eleverna ska kunna bestämma gränsvärden och de funktioner som nämns innefattar inte rationella funktioner.

Ramverket för TIMSS Advanced innefattar också aspekten att känna igen och beskriva villkoren för kontinuitet och deriverbarhet för funktioner. Den första delen av detta innehåll behandlas i Ma 3 som en *orientering kring kontinuerlig och diskret funktion*. Deriverbarhet finns dock inte som term i den svenska ämnesplanen, och begreppet kan inte heller tolkas in som implicit innehåll.

## Derivator

Fokus i TIMSS Advanced ligger på att derivera olika funktioner och att använda dessa kunskaper för att lösa problem, och detta innehållsområde beskrivs med hjälp av fyra delområden.

Den första aspekten av derivator måste anses väl täckt av formuleringar i det centrala innehållet för kurserna Ma 3 och Ma 4. I Ma 3 ingår *användning av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner och algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion*. I det centrala innehållet för Ma 4 ingår *användning av deriveringsregler för trigonometriska, logaritm- och exponentialfunktioner, sammansatta funktioner samt produkt och kvot av funktioner*. I den svenska ämnesplanen nämns visserligen inte polynom och rationella funktioner i detta sammanhang, men åtminstone polynomfunktioner måste anses självklara att ta upp. Möjligen är det inte lika självklart med rationella funktioner.

Den andra aspekten handlar om att använda derivata för att lösa särskilda typer av problem. Den svenska ämnesplanen har inte samma grad av precision, men i Ma 3 ingår i alla fall *algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium och andraderivatan*. Det innebär att optimering täcks explicit av ämnesplanen. Förändringshastighet är ett grundläggande och relativt givet område för tillämpning av derivator och för problemlösning, vilket innebär att ämnesplanen implicit täcker ramverket i detta avseende.

Den tredje aspekten är närbesläktad med den förra. Det ovan nämnda innehållet i Ma 3, som handlar om *lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium och andraderivatan*, är relevant även här. Den svenska ämnesplanen tar på flera ställen upp att egenskaper hos funktioner ska behandlas, och där skulle implicit inflexionspunkter och deras bestämning kunna ingå. Begreppet finns dock inte med explicit och det är långt ifrån självklart att det tas upp. Bestämning av lutning och extremvärden är ett givet innehåll i undervisning om derivata på gymnasial nivå, och behandling av polynomfunktioner är i det sammanhanget givet. Det är inte lika självklart med rationella funktioner, som omnämns specifikt i ramverket för TIMSS Advanced men inte alls i den svenska ämnesplanen.

Den fjärde derivata-aspekten handlar om att skissa och tolka grafer, och detta innehåll är väl täckt av formuleringar i det centrala innehållet för kurser i den svenska ämnesplanen för matematik. I Ma 3 ska undervisningen behandla *samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata*, och i Ma 4 ingår explicit *skissning av grafer och tillhörande asymptoter*.

## Integraler

Fokus ligger på att integrera olika funktioner och att använda dessa kunskaper för att lösa problem.

Relevant för den ena innehållsaspekten för integraler är att Ma 3 behandlar *begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata*. Detta innefattar rimligen implicit integrering av några enkla funktioner och med all säkerhet behandlas då polynomfunktioner. I Ma 4 finns ett tydligare fokus på integrering av funktioner genom att där ingår *algebraiska och grafiska metoder för bestämning av integraler*. Här preciseras inga funktionstyper, men det anges att integralerna ska tas fram *med och utan digitala verktyg*, och att arbetet ska inkludera *beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning*. Metoder



för integrering ingår med andra ord i den svenska ämnesplanen, men det finns ingen uppräknig av funktionstyper som i ramverket för TIMSS Advanced. Förutom polynomfunktioner är det därmed osäkert i vilken grad den svenska ämnesplanen täcker bredden i nödvändiga tekniker för integrering.

Den andra integralaspekten behandlas också den i Ma 3, där *beräkning av bestämda integraler* nämns explicit. Ett annat centralt innehåll i denna kurs är *bestämning av enkla integraler i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnenena*. Detta innehåll byggs på i Ma 4 med *metoder för bestämning av integraler*, med den ovan nämnda preciseringen att det också ska handla om *beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning*. Användning av integrering för att beräkna areor och volymer nämns inte specifikt i den svenska ämnesplanen, men kan ses som en möjlig och trolig tolkning av *beräkningar av storheter*.

### Sammanfattningsvis om differential- och integralkalkyl

Den svenska ämnesplanen har ett starkt och omfattande inslag av differential- och integralkalkyl, och när det gäller de mest avgörande och centrala aspekterna av detta område finns god täckning av ramverket för TIMSS Advanced i ämnesplanen. Gränsvärdesbegreppet finns med i ämnesplanen, men där saknas explicita formuleringar om beräkning av gränsvärden som färdighet, vilket finns i ramverket för TIMSS Advanced. Begreppet deriverbarhet finns inte alls med i ämnesplanen och inte heller derivering av rationella funktioner, även om det senare troligen ändå behandlas. På grund av låg precision när det gäller funktionstyper i samband med integrering är det tveksamt om ämnesplanen täcker bredden i nödvändiga tekniker för integrering som finns i ramverket för TIMSS Advanced.

### Innehållsdomänen geometri

Geometritillämpningar är direkt kopplade till lösningen av många verklighetsnära problem och används mycket inom vetenskapen. Eftersom trigonometri har sitt ursprung i studiet av triangelmätning så sorteras trigonometrin in som ett geometriinnehåll i TIMSS Advanced. Geometridomänen i TIMSS Advanced 2015 fokuserar på två delområden som är gemensamma för de flesta länder som deltar i studien (tabell 2.5).

**Tabell 2.5** Geometri i TIMSS Advanced 2015

<b>G1</b>	<b>Klassisk geometri och koordinatgeometri</b>
G1.1	Använda klassisk geometri för att lösa problem i två och tre dimensioner.
G1.2	Använda koordinatgeometri för att lösa problem i två dimensioner.
G1.3	Tillämpa egenskaper hos vektorer och deras summor och differenser för att lösa problem.
<b>G2</b>	<b>Trigonometri</b>
G2.1	Använda trigonometri för att lösa problem som handlar om trianglar.
G2.2	Känna igen, tolka och rita grafer för sinus-, cosinus- och tangensfunktioner.
G2.3	Lösa problem som handlar om trigonometriska funktioner.

### Klassisk geometri och koordinatgeometri

Inom klassisk geometri och koordinatgeometri ligger fokus på att använda egenskaper hos geometriska figurer för att lösa problem i två eller tre dimensioner, lösa problem med koordinatgeometri i två dimensioner, samt vektorer.

De två geometriaspekter i ramverket för TIMSS Advanced som handlar om klassisk- och koordinatgeometri täcks relativt väl av det centrala innehållet i Ma 2. Där ska undervisningen behandla *användning av grundläggande klassiska satsen i geometri om likformighet, kongruens och vinklar*. Mot bakgrund av att problemlösning har en sådan framträdande roll i den svenska ämnesplanen är det rimligt att denna användning handlar om att lösa problem. Tillämpningar på tredimensionella former nämns dock inte specifikt i ämnesplanen och de matematiska begrepp och objekt som nämns (likformighet, kongruens och vinklar) ger ingen styrning mot tredimensionell geometri. I tidigare kursplaner (före 1995) har geometri i tre dimensioner beskrivits som rymdgeometri och detta ämnesinnehåll finns inte med i dagens ämnesplan.

För koordinatgeometri tar det centrala innehållet i Ma 2 upp *begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp*. Det sistnämnda i kombination med ämnesplanens övergripande fokus på problemlösning överensstämmer väl med formuleringen i ramverket för TIMSS Advanced.

Matematikinnehållet om vektorer i TIMSS Advanced är nära kopplat till koordinatgeometri och motsvaras av det centrala innehållet i Ma 1. Där ingår *begreppet vektor och dess representationer såsom riktad sträcka och punkt i ett koordinatsystem, samt addition och subtraktion med vektorer och produkten av en skalär och en vektor*. I detta fall är den svenska ämnesplanen mer preciserad än ramverket för TIMSS Advanced. Att lösa problem nämns inte specifikt i samband med vektorer i den svenska ämnesplanen, men problemlösning genomsyrar ämnesplanen och kan därför inte nämnas överallt.

### Trigonometri

Trigonometrin i TIMSS Advanced handlar om trigonometri i trianglar och trigonometriska funktioner.

Trigonometri i trianglar behandlas i flera av gymnasieskolans matematikkurser. I Ma 1 ska eleverna få möta *begreppen sinus, cosinus och tangens* och lära sig om *metoder för beräkning av vinklar och längder i rätvinkliga trianglar*. Området utvidgas i Ma 3 till att omfatta *bevis och användning av cosinus, sinus- och areasatsen för en godtycklig triangel*. Det trigonometriska innehållet byggs på ytterligare i Ma 4 med *hantering av trigonometriska uttryck samt bevis och användning av trigonometriska formler, inklusive trigonometriska ettan och additionsformler*. Detta kan delvis handla om trianglar, men innehållet i den svenska ämnesplanen vidgar också begreppet och tillämpningsområdet för trigonometrin. Det centrala innehållet i Ma 4 innefattar också algebraiska och grafiska metoder för att lösa trigonometriska ekvationer, vilket naturligtvis kan handla om trianglar.

Nästa aspekt handlar om trigonometriska funktioner. Den svenska ämnesplanen i matematik säger inget specifikt om att elever till exempel bör få möjlighet att lära sig tolka och rita grafer för dessa funktioner. I Ma 4 ingår dock *grafiska metoder för att lösa trigonometriska ekvationer*, vilket måste innefatta att rita grafer. Dessutom ingår *egenskaper hos trigonometriska funktioner* som ett cen-

tralt innehåll i Ma 4, och funktioners egenskaper är i hög grad kopplat till hur funktionernas grafer ser ut. De tre trigonometriska funktionstyper som nämns i ramverket för TIMSS Advanced räknas inte upp i ämnesplanen, men sinus, cosinus och tangens nämns specifikt i Ma 1 när trigonometrin introduceras och de är en självklar del av det som ämnesplanen benämner som trigonometriska funktioner. Även Ma 3 har ett innehåll som kan uppfattas som relevant för den grafiska hanteringen av trigonometriska funktioner. Där ingår *egenskaper hos enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp*. Enhetscirkeln kan vara ett viktigt redskap för att tolka och jämföra grafer till trigonometriska funktioner.

I TIMSS Advanced ingår också att kunna lösa problem med trigonometriska funktioner. Som tidigare nämnts innebär den svenska ämnesplanens allmänna fokus på problemlösning att den också implicit handlar om problemlösning med trigonometriska funktioner. Även detta innehåll kan alltså anses vara täckt av den svenska ämnesplanen i matematik.

### Sammanfattningsvis om geometri

Även om geometri har en relativt liten plats i ämnesplanen för matematik så finns en del klassisk geometri med i kursen Ma 2 och koordinatgeometri behandlas i flera kurser. Vektorer har dessutom fått en tydligare plats än i tidigare ämnesplaner, till exempel den som gällde 2008. Den svenska ämnesplanen innehåller dock inget som motsvarar den tredimensionella geometri som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced. Trigonometri finns i flera kurser, och innehållet i TIMSS Advanced måste anses väl täckt av den svenska ämnesplanen.

### Centralt matematikinnehåll i ämnesplanen som inte finns i TIMSS Advanced

Även om denna samstämmighetsstudie primärt undersöker hur väl matematikinnehållet i ramverket för TIMSS Advanced täcks av formuleringar i den svenska ämnesplanen i matematik, är det ändå intressant att undersöka vad det är i den svenska ämnesplanen som faktiskt inte täcks av TIMSS Advanced. När vi jämför det centrala innehållet i kurserna Ma 1–4 med ramverket för TIMSS Advanced blir vissa delar av ämnesplanen över. Ett exempel finns inom området aritmetik och taluppfattning där två delar av det centrala innehållet i Ma 1 inte har någon motsvarighet i TIMSS Advanced. Det handlar om *egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet samt metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnen med reella tal skrivna på olika former, inklusive potenser med reella exponenter samt strategier för användning av digitala verktyg*. Att detta saknas i TIMSS Advanced är inte konstigt eftersom detta innehåll knappast kan karakteriseras som avancerad matematik.

Av mer avancerad karaktär är *begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna* (Ma 2) samt *begreppet absolutbelopp* (Ma 3), men inte heller detta innehåll har någon motsvarighet i TIMSS Advanced, annat än som förutsättningar och grunder för den mer avancerade matematiken. Det enda större matematikområde som finns i den svenska ämnesplanen men inte i TIMSS Advanced är statistik och sannolikhetslära, men även här är det tveksamt om innehållet i ämnesplanen kan anses tillhöra avancerad matematik. Det är i huvudsak endast två områden i ämnesplanen för Ma 1–4 som kan anses tillhöra

avancerad matematik men som ändå inte ingår i TIMSS Advanced. Det gäller komplexa tal och differentialekvationer som båda tas upp i Ma 4.

Vid motsvarande jämförelse av dåvarande kursplaner i matematik och ramverket för TIMSS Advanced 2008 påvisades också innehåll i kursplanerna som inte fanns i TIMSS Advanced (Skolverket, 2009a). Då som nu fanns det i TIMSS Advanced ingen motsvarighet till statistikavsnitten i den svenska gymnasimatematiken. I rapporten framhölls även att den svenska kursplanen hade explicita mål som handlade om användning av datorer och grafiska räknare, som inte återfanns i TIMSS Advanced. Ytterligare två sådana områden var numeriska metoder, som omnämndes på flera ställen i de svenska kursplanerna, och den mer omfattande uppgift i Matematik D där kunskaper från olika områden av matematiken skulle användas. Inget av dessa områden fanns representerat i TIMSS Advanced.

Sammanfattningsvis är det en mycket liten del av avancerad matematik i den svenska ämnesplanen för matematik som inte finns i ramverket för TIMSS Advanced 2015. Mängden överblivet innehåll var något större när svenska kursplaner jämfördes med TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a).

### Sammanfattningsvis om samstämmigheten i matematikinnehållet

Analysen leder till slutsatsen att svenska ämnesplanen i matematik för kurserna 1–4 i hög grad täcker matematikinnehållet i TIMSS Advanced och att samstämmigheten därmed måste anses mycket god.

Algebrainnehållet i ramverket för TIMSS Advanced 2015 täcks väl av den svenska ämnesplanen i matematik för kurserna 1–4, även om det i viss utsträckning handlar om en implicit täckning. Ett par undantag har dock identifierats, och det främsta är att ämnesplanens beskrivning av det centrala innehållet i matematikkurserna för elever på de naturvetenskapliga och tekniska programmen inte innehåller något om aritmetiska och geometriska serier och summor. Även domänen differential- och integralkalkyl täcks väl av ämnesplanen. Analysen pekar på att gränsvärdesbegreppet har en relativt svag position i ämnesplanen jämfört med ramverket för TIMSS Advanced 2015, och att begreppet deriverbarhet inte alls finns med i ämnesplanen.

Det som beskrivs inom geometridomänen i ramverket för TIMSS Advanced 2015 återfinns också i hög grad i ämnesplanen, i synnerhet när det gäller trigonometri. Vektorer har dessutom fått en starkare position i ämnesplanen jämfört med situationen förra gången TIMSS Advanced genomfördes, även om detta innehåll ligger tidigt i gymnasiekurserna. Den svenska ämnesplanen har dock inget som motsvarar den rymdgeometri som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015.

Det innehåll i de analyserade svenska ämnesplanerna i matematik som inte har någon motsvarighet i TIMSS Advanced 2015 kan i huvudsak beskrivas som grundläggande matematik, dvs. inte definieras som avancerad matematik. Den enda avancerade matematik som svenska elever möter, och som inte prövas i TIMSS Advanced 2015, är komplexa tal och differentialekvationer.

Tabell 2.6 redovisar analysen av hur väl ämnesplanen i matematik för kurserna Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4 täcker de innehållsrika domänerna som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced.

**Tabell 2.6** Sammanställning över hur väl ämnesplanen i matematik för den svenska gymnasieskolan täcker matematikinnehållet i ramverket för TIMSS Advanced 2015 (X betyder täcker väl, o betyder täcker inte helt och I betyder täcker implicit)

Innehållsdomän i TIMSS Advanced	Delområde	Aspekt	TIMSS Advanced innehållsområden har sin motsvarighet i det centrala innehållet i kurs				Kommentar
			Ma 1	Ma 2	Ma 3	Ma 4	
<b>A: Algebra</b>							
A1: Uttryck och operationer		A1.1	X	X	X	X	
		A1.2	X	X	X	X	
		A1.3	–	–	–	–	Finns endast i Ma 3b
A2: Ekvationer och olikheter		A2.1	X	X	–	–	
		A2.2	X	X	X	X	
		A2.3	I	I	I	I	
A3: Funktioner		A3:1	X	X	–	–	
		A3:2	X	X	X	X	
<b>D: Differential- och integralkalkyl</b>							
D1: Gränsvärden		D1.1	–	–	o	o	
		D1.2	–	–	o	–	
D2: Derivator		D2.1	–	–	X	X	
		D2.2	–	–	X	–	
		D2.3	–	–	o	–	
		D2.4	–	–	X	X	
D3: Integraler		D3.1	–	–	I	o	
		D3.2	–	–	o/I	o/I	
<b>G: Geometri</b>							
G1: Klassisk geometri och koordinatgeometri		G1.1	–	X	–	–	
		G1.2	–	X	–	–	
		G1.3	X	–	–	–	
G2: Trigonometri		G2.1	X	–	X	–	
		G2.2	–	–	I	I	
		G2.3	–	–	I	I	

## 2.7 Ämnesinnehåll i fysik

Jämförelsen av ämnesinnehållet i TIMSS Advanced 2015 med innehållet i den svenska ämnesplanen i fysik för gymnasieskolan har genomförts på motsvarande sätt som i matematik. Ramverket för TIMSS Advanced 2015 har varit utgångspunkten och den svenska ämnesplanen i fysik har analyserats för att identifiera formuleringar som explicit eller implicit täcker det som anges i ramverket.

Analysen och redovisningen av ämnesinnehållet i fysik utgår från strukturen i ramverket för TIMSS Advanced och är uppdelad enligt de domäner, delområden och aspekter som beskrivs där. För varje område beskriver vi först ämnesinnehållet i ramverket för TIMSS Advanced och redovisar därefter redovisat resultatet av analysen av de svenska ämnesplanerna i relation till ramverket. Kapitlet avslutas med en sammanfattande beskrivning av resultaten samt en kortfattad reflektion.

Fysikdelen av TIMSS Advanced 2015 består av tre innehållsdomäner: mekanik och termodynamik, elektricitet och magnetism och vågfenomen och atom/kärnfysik. Studien som gjordes 1995 innehöll fem domäner och i studien 2008 var det fyra domäner. Det totala fysikinnehållet har i stort inte förändrats utan det är grupperingarna som gjorts om. Från 2008 till 2015 är den största förändringen att visst innehåll har specificerats mer. Till exempel uttrycktes beskrivningen av området energi i ramverket för TIMSS Advanced 2008: ”Visar förståelse för kinetisk och potentiell energi (gravitationell och elastisk). Tillämpar begreppen konservering av mekanisk energi i relevanta situationer”. I ramverket för TIMSS Advanced 2015 motsvaras detta av ”Använder energiprincipen på mekanisk energi i en praktisk kontext, däribland att hitta lösningar till problem som handlar om omvandlingar från potentiell energi till kinetisk energi och tvärt om. Löser problem med hjälp av termodynamikens första lag”.

Gymnasiefysiken har genomgått en rad förändringar sedan studien 2008. Fysik A, Fysik B och Fysik breddning har ersatts av Fysik 1, Fysik 2 och Fysik 3. Storleken på de olika kurserna har också ändrats, Fysik A var på 100 p och Fysik B på 150 p. Nu är Fysik 1 på 150 p och Fysik 2 på 100 p och innehåll har flyttats mellan kurserna. Delar av det innehåll som ingick i Fysik B ligger nu i Fysik 1.

Den svenska ämnesplanen i fysik anger övergripande att undervisningen i fysik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla :

1. Kunskaper om fysikens begrepp, modeller, teorier och arbetsmetoder samt förståelse av hur dessa utvecklas.
2. Förmåga att analysera och söka svar på ämnesrelaterade frågor samt att identifiera, formulera och lösa problem. Förmåga att reflektera över och värdera valda strategier, metoder och resultat.
3. Förmåga att planera, genomföra, tolka och redovisa experiment och observationer samt förmåga att hantera material och utrustning.
4. Kunskaper om fysikens betydelse för individ och samhälle.
5. Förmåga att använda kunskaper i fysik för att kommunicera samt för att granska och använda information.

Fysik 1 behandlar rörelse och krafter, energi och energiresurser, strålning inom medicin och teknik, klimat- och väderprognoser samt fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder. Fysik 2 behandlar rörelser och krafter, vågor, elektromagnetism och signaler, universums utveckling och struktur samt fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder. Kraven för kvantitativt och matematiskt innehåll i fysiken har spetsats till något och där det tidigare i Fysik A stod ”sambanden mellan fysikaliska storheter studeras huvudsakligen kvalitativt men viss matematisk behandling ingår” står nu matematiska metoder uttryckligen i områdesrubrikerna. Matematisk modellering innefattande ekvationer, funktioner och grafer samt vektorer nämns i både Fysik 1 och i Fysik 2.

Det specifika ämnesinnehållet i varje kurs preciseras under det centrala innehållet i underrubriker som nämnts ovan och i det följande analyseras dessa delar av ämnesplanen med utgångspunkt i TIMSS Advanced innehållsdomäner.

### Innehållsdomänen mekanik och termodynamik

I ramverket för TIMSS Advanced anges att förståelse för krafter och rörelse räknas som fundamentalt för att kunna förstå andra områden inom fysiken. Domänen delas in i tre delområden som behandlar krafter och rörelse, konserveringslagarna samt värme och temperatur. Varje delområde är i sin tur uppdelat i aspekter med mer specificerat innehåll (tabell 2.7).

**Tabell 2.7** Mekanik och termodynamik TIMSS Advanced 2015

<b>M1</b>	<b>Krafter och rörelser</b>
M1.1	Förutsäga och beräkna position, förflyttning och hastighet av kroppar med givna initialvillkor. Använda Newtons rörelselagar för att förklara dynamiken i olika typer av rörelser och för att beräkna förflyttning, hastighet, acceleration, avstånd eller förbrukad tid.
M1.2	Identifiera krafter, inklusive friktionskrafter, verkande på en kropp i vila, som rör sig med konstant hastighet eller konstant acceleration och förklara hur dessa tillsammans påverkar kroppens rörelser, och hitta lösningar till problem som involverar krafter.
M1.3	Identifiera krafter verkande på en kropp som rör sig i en cirkulär bana under konstant hastighet, kroppens centripetalacceleration, dess hastighet samt omloppstid.
M1.4	Använda gravitationslagen för att bestämma rörelsen hos himlakroppar och de krafter som verkar på dessa.
<b>M2</b>	<b>Energiprincipen</b>
M2.1	Använda energiprincipen på mekanisk energi i en praktisk kontext, däribland att hitta lösningar till problem som handlar om omvandlingar från potentiell energi till kinetisk energi och tvärtom.
M2.2	Använda principen om rörelsemängdens bevarande vid elastisk och oelastisk stöt.
M2.3	Lösa problem med hjälp av termodynamikens första lag.
<b>M3</b>	<b>Värme och temperatur</b>
M3.1	Visa förståelse för mekanismer vid värmeöverföring och arbete, använda specifik värme eller värmekapacitet för att beräkna jämviktstemperaturer när kroppar med olika temperaturer sammanförs.
M3.2	Beräkna fasta ämnens expansion i relation till temperaturändringar, använda ideala gaslagen (på formen $pV/T = \text{konstant}$ ) för att lösa problem och visa på förståelse för lagens begränsningar.

Begreppet mekanik fanns tidigare med explicit i kursplanen för Fysik B men i den nya ämnesplanen finns ordet inte med.

### Rörelse och krafter

Delområdet rörelse och krafter finns representerat i både Fysik 1 och 2, men har ett större utrymme och omfång i Fysik 1. Avsnittet i Fysik 2 kring rörelse och krafter behandlar i huvudsak rörelser i två dimensioner. Den första aspekten i delområdet tar upp rörelselagarna för att förklara dynamiken i olika rörelser. I Fysik 1 anges att eleven ska kunna använda centrala begrepp som *hastighet, rörelsemängd och acceleration för att beskriva rörelse*. Förutsäga förflyttning samt position av kroppar nämns inte explicit i de svenska kursplanerna men får antas ingå i de begrepp som ingår när man beskriver en rörelse.

Den andra aspekten handlar om att identifiera krafter på kroppar i vila och i rörelse samt att hitta lösningar till problem som involverar krafter. I den svenska kursplanen för Fysik 1 står att kursen ska behandla *krafter som orsak till förändring av hastighet och rörelsemängd* samt *impuls*.

Nästa aspekt handlar om att identifiera krafter på en kropp i cirkulär bana, centripetalacceleration samt hastighet och omloppstid. I ämnesplanen ingår *tvådimensionell rörelse i gravitationsfält och elektriska fält samt centralrörelse* i det centrala innehållet för Fysik 2. Aspekten kopplas specifikt till rörelsen hos himlakroppar och krafter som verkar på dessa. Ämnesplanen i fysik innehåller inget explicit om himlakroppars rörelse, men fysikaliska principer och begrepp som används för att förklara himlakroppars rörelse, framför allt centralrörelse och rörelse i homogena gravitationsfält, finns med.

### Energiprincipen

Innehåll som behandlar energiprincipen finns i den svenska ämnesplanen för Fysik 1 under området som betecknas energi och energiresurser.

Inom delområdet energiprincipen i ramverket för TIMSS Advanced handlar den första aspekten om energiomvandlingar utifrån energiprincipen, omvandlingar mellan kinetisk och potentiell energi. Det står också att detta ska ske i ett praktiskt sammanhang. Denna aspekt täcks väl av skrivningarna för området energi och energiresurser i ämnesplanen. Alla begrepp finns uttryckta och eleverna förväntas *koppla dessa begrepp till energiresurser och ett hållbart samhälle*. Nästa aspekt behandlar principen om rörelsemängdens bevarande vid elastisk och oelastisk stöt och ämnesplanen föreskriver att undervisningen ska behandla *impuls* i kursen Fysik 1. Den tredje aspekten handlar om att lösa problem med hjälp av termodynamikens första lag. Även denna aspekt täcks väl av formuleringar i det centrala innehållet för Fysik 1, genom att undervisningen ska handla om hur *energiprincipen, entropi och verkningsgrad ska användas för att beskriva energiomvandling, energikvalitet och energilagring*.

### Värme och temperatur

Delområdet värme och temperatur handlar om att förstå mekanismer vid värmeöverföring samt att med hjälp av specifik värme eller värmekapacitet beräkna jämviktstemperaturer. Detta innehåll täcks väl av det centrala innehållet i Fysik 1 som innehåller *termisk energi: inre energi, värmekapacitet, värmetransport, temperatur och fasomvandlingar*. Dessutom behandlar delområdet fasta



ämnens expansion samt ideala gaslagen. Även det finns med i ämnesplanen för Fysik 1: *tryck, tryckvariationer och Arkimedes princip* samt *ideala gaslagen som en modell för att beskriva atmosfärens fysik*.

### Sammanfattningsvis om mekanik och termodynamik

Innehållet i domänen täcks väl av det ämnesplanen anger som specifikt innehåll för krafter och rörelse i Fysik 1. De innehållsliga målen för energi täcks också av det centrala innehållet i Fysik 1 som beskrivs i ämnesplanen. Ämnesplanens beskrivningar inom detta område är mer specifika än de som gällde när TIMSS Advanced 2008 gjordes, vilket gör att många av de begrepp som nämns i ramverket för TIMSS Advanced 2015 finns med explicit, t.ex. rörelseenergi och potentiell energi. Delområdet värme och temperatur, som var en egen domän i TIMSS Advanced 2008, täcks väl av centralt innehåll i Fysik 1 under rubrikerna rörelse och krafter, energi och energiresurser samt klimat- och väderprognoser. Även här är flera begrepp mer specifika i nuvarande styrdokument än de som gällde vid tiden för TIMSS Advanced 2008, exempelvis värmekapacitivet och ideala gaslagen.

Den nuvarande ämnesplanen är mer preciserad i inom domänen mekanik och termodynamik jämfört med den kursplan som gällde före 2011. Även om de svenska kursplanerna implicit täckte ramverket i TIMSS Advanced 2008 täcker den nuvarande ämnesplanen ramverket för TIMSS Advanced 2015 mer explicit.

### Innehållsdomänen elektricitet och magnetism

Elektricitet och magnetism tillhör kärnområdena inom fysiken och har ett vitt spektrum av praktiska tillämpningar. Centralt är förståelsen för relationen mellan elektricitet och magnetism, däribland interaktioner mellan laddade partiklar och magnetiska fält samt magnetiska fält kring strömförande ledare och induktion. Domänen delas in i två delområden som i sin tur beskrivs med tre aspekter var (tabell 2.8).

**Tabell 2.8** Elektricitet och magnetism i TIMSS Advanced 2015

<b>E1</b>	<b>Elektricitet och elektriska kretsar</b>
E1.1	Beräkna storlek och riktning på den elektrostatiska attraktionen eller repulsionen mellan isolerade laddade partiklar med hjälp av Coulombs lag.
E1.2	Beräkna kraften på och vägen för en laddad partikel som rör sig i ett homogent elektriskt fält.
E1.3	Lösa problem med ström i elektriska kretsar (och i komponenter av kretsar) kopplat till spänning, resistans och energiomvandling, inberäknat användande av Ohms och Joules lagar.
<b>M2</b>	<b>Magnetism och elektromagnetisk induktion</b>
M2.1	Beräkna kraften på och vägen för en laddad partikel som rör sig i ett homogent magnetiskt fält.
M2.2	Visa förståelse för relationen mellan magnetism och elektricitet i fenomen som magnetiska fält kring elektriska ledare (Amperes lag), elektromagneter och elektromagnetisk induktion.
M2.3	Lösa problem med hjälp av Faradays lag och Lenz lag om induktion.

### Elektricitet och elektriska kretsar

I delområdet elektricitet och elektriska kretsar handlar de två första aspekterna om att beräkna storlek och riktning på elektrostatiska attraktioner eller repulsioner med hjälp av Coulombs lag och att beräkna kraften på och vägen för en laddad partikel i ett homogent elektriskt fält. Enligt den svenska ämnesplanen ska Fysik 1 behandla *jämvikt och linjär rörelse i homogena elektriska fält* och Fysik 2 *tvådimensionell rörelse i elektriska fält*. Aspekt tre handlar om att lösa problem med ström i elektriska kretsar kopplat till spänning, resistans och energiomvandling. Här nämns Ohms och Joules lagar. Ämnesplanen anger för Fysik 1 att *undervisningen ska behandla elektrisk laddning, fältstyrka, potential, spänning, ström och resistans*.

### Magnetism och elektromagnetisk induktion

Nästa delområde behandlar Magnetism och elektromagnetisk induktion. Den första aspekten inom detta delområde uttrycker att elever ska kunna beräkna kraften på och vägen för en partikel i ett homogent magnetiskt fält, och den andra aspekten handlar om att visa förståelse för relationen mellan magnetism och elektricitet. Dessa aspekter har sin motsvarighet i Fysik 2 där undervisningen ska täcka *samband mellan elektriska och magnetiska fält inklusive rörelse av elektrisk laddning i magnetiskt fält*. Den tredje aspekten nämner Faradays lag och Lenz lag om induktion. Ämnesplanen anger uttryckligen att Fysik 2 ska innehålla *induktion och några tillämpningar*.

### Sammanfattningsvis om elektricitet och magnetism

Domänen elektricitet och magnetism täcks i lika stor grad av ämnesplanens centrala innehåll i Fysik 1 och 2. Här har emellertid ämnesplanen en mer allmän skrivning i förhållande till ramverket i TIMSS Advanced. Varken Coulombs, Ohms eller Joules lagar nämns explicit, men måste anses ingå implicit som bas för de mål som anges i de svenska kursplanerna. Domänen täcks väl av den svenska ämnesplanen, om än delvis implicit. Den svenska ämnesplanen har närmat sig specificeringsnivån i TIMSS Advanced i förhållande till hur det såg ut 2008, och nämner nu t.ex. magnetiskt fält kring strömförande ledare. 2008 stod det endast ha kunskap om elektriska och magnetiska fält.

### Innehållsdomänen vågfenomen och atom/kärnfysik

Domänen innehåller mycket av det som i dagligt tal brukar kallas för modern fysik. Studierna kring vågfenomen är en brygga mellan klassisk och modern fysik och handlar om mekaniska vågfenomen och elektromagnetisk strålning inklusive refraktion, interferens och diffraktion. Kärnan i modern fysik utgörs av atom- och kärnfysik och handlar om atomstrukturer, elektronegenskaper, kärnreaktioner samt radioaktiv strålning (tabell 2.9).

**Tabell 2.9** Vågfenomen och kärnfysik i TIMSS Advanced 2015

V1 Vågfenomen	
V1.1	Använda kunskap om mekaniska vågfenomen och relationen mellan hastighet, frekvens och våglängd för att lösa problem.
V1.2	Visa förståelse för elektromagnetisk strålning i termer av vågor orsakade av samverkan mellan variationer i elektriska och magnetiska fält, identifiera olika typer av vågor (radio-, infraröd, synligt, röntgen-, gammastrålning) med hjälp av våglängd och frekvens.
V1.3	Visa förståelse för termisk strålning i termer av temperatur och våglängd för emitterad elektromagnetisk strålning.
V1.4	Visa förståelse för reflektion, refraktion, interferens och diffraktion.
V2 Atom- och kärnfysik	
V2.1	Använda kunskap om atomens struktur och isotoper, atomnummer och atommassa för att lösa problem, relatera ljusemission och absorption i spektra till elektronens egenskaper.
V2.2	Visa förståelse för våg/partikel-dualiteten, även innefattande kunskap om fotoelektriska effekten för att förutsäga konsekvenserna av om man ändrar intensitet eller våglängd på ljus, lösa problem involverande ämnens vågnatur.
V2.3	Visa förståelse för kärnreaktioner och lösa problem involverande radioaktivt sönderfall, t.ex. beräkna halveringstiden för en radioaktiv isotop, beskriva kärnreaktioner och dess roll i naturen (t.ex. i stjärnor) och förklara praktiska applikationer, t.ex. i kärnkraftverk.
V2.4	Visa förståelse för mass-energi-ekvivalensen i kärnreaktioner och partikelomvandlingar.

### Vågfenomen

Det första delområdet i domänen handlar om vågfenomen. Den första och fjärde aspekten inom delområdet gäller mekaniska vågor och optiska fenomen med fokus på relationen mellan hastighet, frekvens och våglängd respektive reflektion, refraktion, interferens och diffraktion. Delar av detta innehåll motsvaras i hög grad av det centrala innehållet i Fysik 2. Där beskrivs bland annat att undervisningen ska handla om *harmonisk svängning som modell för att beskriva fenomen inom vardag och teknik* samt *reflektion, brytning och interferens av ljus, ljud och annan vågrörelse*. Ämnesplanen i fysik tar dock inte explicit upp flera av de begrepp som nämns i ramverket för TIMSS Advanced, till exempel frekvens, våglängd och diffraktion.

Den andra aspekten handlar om att visa förståelse för elektromagnetisk strålning samt identifiera olika typer av vågor. Ämnesplanen för Fysik 2 säger att *undervisningen ska handla om harmonisk svängning som modell för att beskriva fenomen inom vardag och teknik. Även stående vågor ska tas upp samt reflektion, brytning och interferens av ljus, ljud och annan vågrörelse ska hanteras*. Aspekt tre handlar om termisk strålning i termer av temperatur och våglängd för emitterad strålning. Detta är ett av momenten som inte har någon explicit motsvarighet i den svenska ämnesplanen. I det centrala innehållet för Fysik 1 står att undervisningen ska handla om *växelverkan mellan olika typer av strålning och biologiska system*. I Fysik 2 ingår *elektromagnetisk strålning från stjärnor*.

## Atom och kärnfysik

Delområdet atom och kärnfysik beskrivs med hjälp av fyra aspekter. Den första handlar om atomens struktur i relation till emissions- och absorptionspektra. Ämnesplanen säger att undervisningen i Fysik 1 ska ge orientering om aktuella modeller för beskrivning av materiens minsta beståndsdelar och av de fundamentala krafterna samt hur modellerna vuxit fram. I Fysik 2 står att kursen ska behandla atomens elektronstruktur samt absorptions- och emissionsspektra. Den andra aspekten av atom- och kärnfysiken handlar om att visa förståelse för våg/partikeldualiteten, inklusive fotoelektrisk effekt. Enligt ämnesplanen ska Fysik 2 ta upp materiens vågegenskaper: de Broglies hypotes och våg-partikeldualism. Våg- och partikelbeskrivning av elektromagnetisk strålning samt den fotoelektriska effekten och fotonbegreppet tas också upp.

Den tredje aspekten tar upp förståelse för kärnreaktioner och problemlösning som involverar radioaktivt sönderfall och den fjärde aspekten handlar om att förstå massa-energi-ekvivalensen i kärnreaktioner och partikelomvandlingar. Ämnesplanen föreskriver att undervisningen i Fysik 1 ska behandla kärnenergi: atomkärnans struktur och bindningsenergi, den starka kraften, massa-energiekvivalensen, kärnreaktioner, fission och fusion samt radioaktivt sönderfall, joniserande strålning, partikelstrålning, halveringstid och aktivitet.

## Sammanfattningsvis om vågfenomen och atom/kärnfysik

Ämnesplanens täckning av domänen sker framför allt i Fysik 2. I Fysik 1 nämns orientering om elektromagnetisk strålning och ljusets partikelegenskaper och aktuella modeller för beskrivning av materiens minsta beståndsdelar samt Einsteins postulat, kärnenergi och termisk energi. Det övriga återfinns i ämnesplanen för Fysik 2. Det innehåll som ingår i domänen är mer specificerat i den nuvarande ämnesplanen än i kursplanerna som gällde vid genomförandet av TIMSS Advanced 2008. Till exempel nämns nu fotoelektrisk effekt samt våg/partikeldualiteten explicit. Det moment som inte nämns kring termisk strålning, tas upp i samband med studier av elektromagnetisk strålning från stjärnor och interstellära rymden när man studerar universums utveckling och struktur.

## Centralt fysikinnehåll i ämnesplanen som inte finns i TIMSS Advanced

Av det centrala innehållet i den svenska ämnesplanen i fysik finns det mesta representerat i innehållsdomänerna för fysik i TIMSS Advanced 2015. Skillnaden gäller framför allt specificerade tillämpningar. Ämnesplanen säger att fysikundervisningen ska behandla *Tillämpningar inom medicin och teknik* (när det gäller strålning) samt *Fysikaliska principer bakom tekniska tillämpningar för kommunikation och detektering*. Även om ämnesinnehållet finns med i TIMSS Advanced, finns inte motsvarande specificerade tillämpningar av kunskapen angiven.

Ett område i de svenska styrdokumenterna som avviker helt från ämnesinnehållet i TIMSS Advanced är det som står under rubriken *Fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder*. Det handlar om naturvetenskapligt arbetssätt, koppling till samhällsfrågor och matematik och kan närmast hänföras till det som står i TIMSS Advanced under avsnittet *Naturvetenskapligt arbetssätt*, som beskriver ett antal aspekter som inte kan bedömas isolerat utan ingår som en del i helheten (läs mer i avsnitt 2.10).

## Sammanfattningsvis om samstämmigheten i fysikinnehållet

Ramverket för TIMSS Advanced 2015 täcks väl av den svenska ämnesplanen i fysik (tabell 2.10). Det som i TIMSS Advanced 2008 täcktes implicit, täcks nu explicit i högre grad och det är inte längre så stor skillnad i specificeringsgrad mellan de svenska ämnesplanen och TIMSS Advanced. Vissa delar av det centrala innehållet i den svenska ämnesplanen i fysik har ingen motsvarighet i TIMSS Advanced 2015. Det handlar dock inte så mycket om fysikaliska begrepp utan om arbetsätt och kopplingar till andra begrepp.

**Tabell 2.10** Sammanställning över hur väl ämnesplanen i fysik för den svenska gymnasieskolan täcker fysikinnehållet i ramverket för TIMSS Advanced 2015 (X betyder täcker väl och I betyder täcker implicit)

Innehållsdomän i TIMSS Advanced	Delområde	Aspekt	TIMSS Advanced innehålls- råden har sin motsvarighet i det centrala innehållet i kurs		Kommentar
			Fy 1	Fy 2	
<b>M: Mekanik och termodynamik</b>					
	M1: Krafter och rörelse	M1.1	X/I	–	
		M1.2	X	–	
		M1.3	I	X	
		M1.4	–	X	
	M2: Konserveringslagar	M2.1	X	–	
		M2.2	X	–	
		M2.3	X	–	
	M3: Värme och temperatur	M3:1	X	–	
		M3:2	X	–	
	<b>E: Elektricitet och magnetism</b>				
	E1: Elektricitet och elektriska kretsar	E1.1	X	–	Coulombs lag nämns inte specifikt i sv.
		E1.2	X	X	I Fy2 tvådim. rörelse
		E1.3	X	–	Ohm och Joule inte i sv.
	E2: Magnetism och elektromagnetisk induktion	E2.1	–	X	
		E2.2	–	X	Ampere ej i sv.
		E2.3	–	X	Faraday och Lentz inte i sv.
<b>V: Vågfenomen och kärnfysik</b>					
	V1: Vågfenomen	V1.1	–	X	
		V1.2	X (översiktligt)	X	Ej uppräknad av olika typer i sv.
		V1.3	–	I	Ej specifikt strålning i termer av temp och våglängd i sv.
		V1.4	–	X	
	V2: Atom- och kärnfysik	V2:1	I	X	
		V2:2	–	X	
		V2:3	X	–	
		V2.4	X	–	

## Sammanfattande kommentar om ämnesinnehåll i matematik och fysik

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att de svenska ämnesplanerna i hög grad täcker ämnesinnehållet i ramverket för TIMSS Advanced 2015. I fysikkurserna är mycket av det innehåll som vid analysen 2008 ansågs ingå implicit, nu uttryckt explicit i ämnesplanens beskrivningar. Ämnesplanen har blivit mer precis till sitt innehåll.

När det gäller matematiken innehåller den svenska ämnesplanen endast några få begrepp som inte tas upp i TIMSS Advanced, framför allt komplexa tal och differentialekvationer, och det mesta av innehållet i TIMSS Advanced täcks explicit eller implicit av den svenska ämnesplanen.

I fysik är det heller inte mycket innehåll som finns i den svenska ämnesplanen men inte i TIMSS Advanced. Det handlar möjligen om hur kunskapen om det centrala ämnesinnehållet används, t.ex. orientering om hur fysikaliska modeller och mätmetoder används för att göra prognoser för klimat och väder samt prognosers tillförlitlighet och begränsningar.

## 2.8 Kognitiva domäner i matematik

Den kognitiva dimensionen av matematikkunskan beskrivs i TIMSS Advanced med tre domäner som handlar om de tankeprocesser som elever förväntas använda när de arbetar med matematikuppgifterna i de prov som hör till TIMSS Advanced. Domänen veta handlar om elevers förmåga att minnas och känna igen fakta, procedurer och begrepp som är en nödvändig grund för matematik. Domänen tillämpa fokuserar på användning av vetandet för att modellera och tillämpa strategier för att lösa problem. Resonera som är den tredje domänen innefattar att analysera, syntetisera, generalisera och bestyrka med hjälp av matematiska argument eller bevis. Situationerna som kräver resonemang är ofta obekanta eller komplexa. Även om det finns en viss hierarki mellan de tre kognitiva domänerna (från veta till tillämpa till resonera) så innehåller varje domän provuppgifter som representerar alla svårighetsgrader.

Ramverket för TIMSS Advanced innehåller även mer detaljerade beskrivningar av de färdigheter och beteenden som definierar de kognitiva domänerna (tabell 2.11).

**Tabell 2.11** De kognitiva domänerna i matematikdelen av TIMSS Advanced 2015

<b>MK1</b>	<b>Veta</b>
MK1.1	Minnas: Minnas definitioner, terminologi, notation, matematiska konventioner, talens egenskaper och geometriska egenskaper.
MK1.2	Känna igen: Känna igen objekt som är matematiskt ekvivalenta (t.ex. olika representationer för samma funktion).
MK1.3	Beräkna: Utföra algoritmiska procedurer (t.ex. bestämma derivator till polynomfunktioner, lösa en enkel ekvation).
MK1.4	Hämta: Hämta information från grafer, tabeller eller andra källor.
<b>MK2</b>	<b>Tillämpa</b>
MK2.1	Avgöra: Avgöra vilka metoder, strategier och verktyg som är effektiva och lämpliga för att lösa problem som har vanligt förekommande lösningsmetoder.
MK2.2	Representera och modellera: Generera en ekvation eller ett diagram som modellerar problemsituationer och generera ekvivalenta representationer för ett givet matematiskt objekt eller en informationsmängd.
MK2.3	Implementera: Implementera strategier och operationer för att lösa problem med välbekanta matematiska begrepp och procedurer.
<b>MK3</b>	<b>Resonera</b>
MK3.1	Analysera: Identifiera ett problems beståndsdelar och avgöra vilken information och vilka procedurer och strategier som behövs för att lösa problemet.
MK3.2	Integrera och syntetisera: Koppla olika bitar av faktakunskap, närbesläktade representationer, och procedurer för att lösa problem.
MK3.3	Utvärdera: Avgöra lämpligheten hos alternativa strategier och lösningar.
MK3.4	Dra slutsatser: Göra giltiga slutledningar baserat på information och bevis.
MK3.5	Generalisera: Formulera påståenden som representerar samband i mer generella termer, med ett större tillämpningsområde.
MK3.6	Motivera: Ge matematiska argument eller bevis för att stödja en strategi eller en lösning, eller ett påstående.

De provuppgifter i TIMSS Advanced som ingår i varje innehållsdomän i matematik ska också representera de tre kognitiva domänerna. Alltså ska domänerna algebra, integral- och differentialkalkyl och geometri inkludera provuppgifter som handlar om att veta, tillämpa och resonera.

## Veta i matematik

Den kognitiva domänen veta handlar om matematiska fakta, begrepp och procedurer. Ramverket för TIMSS Advanced säger att matematiska fakta och procedurer är grunden för matematiskt tänkande. Domänen är uppdelad i fyra aspekter av vetande.

Det handlar för det första om att minnas. En av de förmågor som ämnesplanen föreskriver att undervisningen ska ge eleverna möjlighet att utveckla handlar om att *använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen*. Även om den svenska ämnesplanen inte explicit uttrycker att eleverna ska minnas innebörden av matematiska begrepp så visar den ändå på vikten av att kunna beskriva begrepp, vilket kan tolkas som en minneskunskap. Även kunskapskraven i gymnasieskolans matematik tar upp att eleverna ska kunna beskriva begrepp, och att de ska kunna göra det med hjälp av representationer. Minneskunskaper finns dock inte med i ämnesplanen och har ingen framträdande roll i gymnasieskolans matematik.

Nästa aspekt av vetande i ramverket är matematisk ekvivalens exemplifierat med olika representationer av en och samma funktion. Ramverket är väldigt explicit i detta avseende, och någon motsvarande explicit formulering om matematisk ekvivalens finns inte i den svenska ämnesplanen.

Vetande handlar i TIMSS Advanced även om procedurkunskap, och denna kognitiva aspekt täcks både explicit och väl av ämnesplanen. Att *hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär, utan och med verktyg*, är en av de förmågor som visar vad eleverna ska få möjlighet att lära sig, och hantering av procedurer återkommer i kunskapskraven som ett kriterium för alla betyg. Den fjärde och sista aspekten för veta i ramverket för TIMSS Advanced 2015 är informationsinhämtande från olika källor. Det finns ingen motsvarighet till detta i den svenska ämnesplanen för matematik.

### Tillämpa matematiskt vetande

I den kognitiva domänen tillämpa ingår tillämpning av matematik i en rad olika sammanhang. Eleverna behöver kunna tillämpa matematisk faktakunskap, färdigheter och procedurer eller förståelse för matematiska begrepp för att skapa representationer och lösa problem. I denna domän har de matematiska problemen karaktären av standarduppgifter som eleverna förväntas vara bekanta med. Problemen kan handla om verklighetsnära situationer, eller vara inom-matematiska och handla om till exempel numeriska eller algebraiska uttryck, funktioner, ekvationer eller geometriska figurer.

Den första tillämpningsaspekten i ramverket har ingen direkt motsvarighet i ämnesplanen i matematik. Den svenska ämnesplanen innehåller inte något explicit om att välja lämpliga och effektiva metoder men det kan sägas ingå i kunskapskrav som handlar om att *lösa uppgifter av standardkaraktär*, och att *lösa uppgifter utan och med digitala verktyg*. Att lösa uppgifter av standardkaraktär måste innebära val av metoder, strategier och verktyg. Den svenska ämnesplanen tar specifikt upp digitala verktyg, vilket inte görs i ramverket för TIMSS Advanced. Eftersom alla typer av miniräknare är tillåtna i TIMSS Advanced kan ju digitala verktyg av den typen anses ingå implicit i ramverket.

Att tillämpa matematik innebär också enligt ramverket för TIMSS Advanced att kunna beskriva situationer med matematik. En av de förmågor som beskrivs i den svenska ämnesplanen motsvarar detta väl. Där anges att eleverna ska få möjlighet att utveckla sin förmåga att *tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell* samt *använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar*. Även kunskapskraven anger att eleven ska kunna modellera. Även om ämnesplanen inte är lika konkret och detaljrik som ramverket för TIMSS Advanced så måste innehållet i den senare anses väl täckt av ämnesplanen.

Domänen tillämpa innehåller också att faktiskt genomföra strategier, och att komma fram till en korrekt lösning med hjälp av de metoder och modeller som valts. Den svenska ämnesplanen innehåller ingen explicit formulering om detta, men kunskapskraven anger att eleven ska kunna *lösa matematiska problem*. Även här måste lösning av matematiska problem naturligtvis innefatta att korrekt genomföra och använda de metoder och modeller som eleven funnit lämpliga.



## Resonera i matematik

Att resonera matematiskt inbegriper logiskt och systematiskt tänkande. Problem som kräver resonemang kan göra det på olika sätt, beroende på hur känt sammanhanget är, komplexiteten i situationen och antalet beslut och steg, och de kan förutsätta kunskaper från olika delar av matematiken. Att resonera inbegriper att formulera antaganden, dra logiska slutsatser baserade på specifika antaganden och regler, och argumentera för resultaten. Domänen har sex underkategorier i ramverket.

Att resonera handlar för det första om att analysera. Formuleringen illustrerar att det här handlar om matematiska problem i mer egentlig mening, dvs. problem som inte är omedelbart igenkännbara och där vägen till en lösning inte är uppenbar. I huvudsak är det denna betydelse av begreppet ”problem” som finns i den svenska ämnesplanen. Där finns en nära motsvarighet till formuleringen i ramverket, i den förmåga i ämnesplanens syftestext som handlar om att *formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat*. Även kunskapskraven har en motsvarighet genom att den anger att eleven ska kunna *formulera, analysera och lösa matematiska problem*. Att ”formulera matematiska problem” kan tolkas som att analysera problem och skapa en matematisk tolkning som gör det möjligt att avgöra hur man kan gå tillväga för att lösa problemet.

Den andra aspekten av att resonera som ramverket för TIMSS Advanced lyfter fram handlar om att koppla samman olika kunskaper för att lösa problem. Även här finns en förmåga i den svenska ämnesplanen som relativt nära ansluter till ramverkets formulering. Undervisningen i matematik i den svenska gymnasieskolan ska nämligen erbjuda eleverna möjlighet att lära sig *använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen*. Det är framför allt den sista delen av denna förmåga, den som handlar om samband mellan begrepp, som täcker in formuleringen från TIMSS Advanced. Kunskapskraven i matematik följer upp detta genom att ange att eleverna förväntas kunna *beskriva samband mellan begrepp och växla mellan representationer samt använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem*.

Ramverket för TIMSS Advanced tar också upp en utvärderingsaspekt. Här är problemlösningsförmågan i den svenska ämnesplanen återigen aktuell, att *formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat*. Sista delen av den formuleringen har mycket gemensamt med formuleringen i TIMSS Advanced. Även kunskapskraven anger att eleven ska kunna *utvärdera valda modeller, strategier och metoder*.

Den fjärde aspekten av att resonera matematiskt som används i TIMSS Advanced är att dra slutsatser, och det berörs på flera olika sätt i den svenska ämnesplanen. Bland de förmågor som lyfts fram i ämnesplanens syftestext ingår en som handlar om att *följa, föra och bedöma matematiska resonemang*. Att föra resonemang innebär rimligen att göra giltiga slutledningar. Den kognitiva aspekten att dra slutsatser återfinns även i det centrala innehållet i kurs Ma 1. Där står att eleven ska få lära sig om *matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom naturvetenskapliga ämnen*.

I samma kurs ingår *illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma*. Sådana formuleringar täcker väl vad som avses i ramverket för TIMSS Advanced. Dessutom ingår

olika bevis i det centrala innehållet i Ma 3 och Ma 4. Även kunskapskraven innehåller formuleringar som handlar om att dra slutsatser. Där anges att eleverna ska kunna *föra matematiska resonemang* och även *värdera andra resonemang*. I kurserna Ma 3 och Ma 4 ska eleverna kunna *genomföra bevis*, men endast för de högre betygen (betyg C och A). I kunskapskraven för betyget E finns inte denna formulering med.

Den femte aspekten av att resonera matematiskt som finns med i ramverket för TIMSS Advanced är generalisering. Eleverna förväntas kunna formulera påståenden som representerar samband i mer generella termer, med ett större tillämpningsområde. Den svenska ämnesplanen innehåller inga formuleringar som anknyter till denna aspekt.

Den sjätte aspekten av att resonera som anges i ramverket för TIMSS Advanced innebär att motivera påståenden och lösningar. Denna aspekt ligger nära att dra slutsatser, och behandlas i den svenska ämnesplanen av i stort sett samma delar. Det handlar om förmågan att *följa, föra och bedöma matematiska resonemang*, centralt innehåll från kurserna 1c, 3c och 4 som berör matematiska bevis, samt kunskapskravens ovan nämnda formuleringar. Dessutom kan de delar av kunskapskraven vara relevanta som säger att eleven ska kunna utvärdera resultatets rimlighet samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden.

### Kognitiva aspekter i ämnesplanen som inte finns i ramverket för TIMSS Advanced

I analysen ovan har några få aspekter av de kognitiva domänerna i TIMSS Advanced identifierats som inte har någon motsvarighet i den svenska ämnesplanen i matematik. På motsvarande sätt har några få formuleringar om kognitiva aspekter i den svenska ämnesplanen ingen motsvarighet i TIMSS Advanced. Med "kognitiva aspekter" menar vi sådana formuleringar i ämnesplanen som inte handlar om ämnesinnehåll i matematik, dvs. en relativt vid tolkning av begreppet kognitiv.

Ämnesplanens formuleringar om kommunikation som en del av vad det innebär att kunna matematik har ingen motsvarighet i TIMSS Advanced. Enligt ämnesplanen ska eleverna få möjlighet att utveckla sin förmåga att *kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling*. Även kunskapskraven innehåller sådana formuleringar, och där anges att eleverna ska kunna *uttrycka sig i tal och skrift*, och för Ma 1 och 2 även i *handling*. Dessutom ska eleverna kunna *använda matematiska symboler och andra representationer* i denna kommunikation. TIMSS Advanced har alltså inget sådant uttalat kommunikativt innehåll, även om provuppgifter där eleverna ska redovisa hur du kommit fram till sitt svar naturligtvis har ett kommunikativt inslag. Det är dock inte betonat eller framlyft som viktigt.

TIMSS Advanced har heller inget som motsvarar ämnesplanens formuleringar om förmåga att relatera *matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang*. Enligt kunskapskraven för matematik ska eleven kunna relatera matematikinnehåll till omvärlden och även resonera om relevans i denna relation. Proven i TIMSS Advanced innehåller matematikuppgifter som finns i ett sammanhang, men kraven på dessa sammanhang är inte särskilt höga. Det finns inga tecken på en ambition i TIMSS Advanced att ge relevanta och verklighetsnära uppgifter, än mindre att utvärdera

om eleverna kan identifiera och resonera om relevansen i hur matematikinnehåll förhåller sig till världen utanför matematikklassrummet.

### Sammanfattningsvis om samstämmigheten för kognitiva domäner i matematik

De kognitiva domäner som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015 grad motsvaras i hög av det som uttrycks i den svenska ämnesplanen för matematik i gymnasieskolan. Minnas-aspekten i domänen veta var inte särskilt framträdande i de kursplaner som gällde 2008 (Skolverket, 2009a) och den är det inte nu heller, vilket gör att denna aspekt i bästa fall kan anses täckas implicit. Informationshämtande är heller inte omnämnt som process i den svenska ämnesplanen. Däremot är procedurkunskapen, vilket är en aspekt av vetande i ramverket för TIMSS Advanced 2015, väl representerad i ämnesplanen. Domänen tillämpa täcks väl av ämnesplanen, även om det i viss mån sker implicit, och domänen resonera har god täckning av explicita formuleringar i ämnesplanen. Det som saknas när det gäller att resonera är generaliseringar.

Utifrån en vid definition av vad som avses med kognitiva aspekter är det två sådana i ämnesplanen som inte finns med i ramverket för TIMSS Advanced. Det är den kommunikativa förmågan som har en stark plats i svenska ämnesplaner, samt förmågan att relatera matematiken till dess betydelse och användning. Detta har ingen motsvarighet i ramverket för TIMSS Advanced 2015.

## 2.9 Kognitiva domäner i fysik

Ramverket delar in den kognitiva dimensionen i fysik i tre domäner: veta, tillämpa och resonera. Det är samma indelning som i ramverket för TIMSS Advanced 2008, men delområdena är något förändrade (tabell 2.12). Domänen veta handlar om fakta och begrepp som utgör basen för fysikämnet. Denna domän har sedan 2008 utökats med ett delområde: *ge exempel*. Domänen tillämpa handlar om att eleverna ska kunna använda kunskaper, begreppsförståelse och metoder i situationer och problem som är vanliga i fysikundervisningen. Här har ett delområde, *tolka information*, tillkommit. Den tredje domänen, resonera, kräver att eleverna använder sin kunskap för att analysera, dra slutsatser och lösa problem i nya, för eleven okända situationer. Här har två delområden tillkommit: *designa undersökningar och utvärdera*.

**Tabell 2.12** De kognitiva domänerna i fysikdelen av TIMSS Advanced 2015

FK1	Veta
FK1.1	<b>Minnas och känna igen:</b> Identifiera eller återge fakta, samband, processer, fenomen och begrepp; identifiera lämplig användning av vetenskaplig utrustning och procedurer; och känna igen och använda vetenskapligt språkbruk, symboler, förkortningar, enheter och skalor.
FK1.2	<b>Beskriva:</b> Beskriva eller identifiera beskrivningar av material, strukturer, fenomen, processer, egenskaper, interaktioner och relationer.
FK1.3	<b>Ge exempel:</b> Ge eller identifiera exempel på processer och fenomen som kan karakteriseras på ett specifikt sätt, och klargöra uttalanden om fakta eller begrepp med lämpliga exempel.
FK2	Tillämpa
FK2.1	<b>Använda modeller:</b> Använda ett diagram eller någon annan modell för att visa kunskap om fysikaliska begrepp och principer eller illustrera struktur, process, samband eller system (t.ex. elektriska kretsar eller atomens struktur).
FK2.2	<b>Tolka information:</b> Använda vetande om fysikaliska begrepp och principer för att tolka relevant information från text, tabeller, bilder eller grafer.
FK2.3	<b>Hitta lösningar:</b> Tillämpa fysikaliska samband, ekvationer eller formler för att hitta en kvalitativ eller kvantitativ lösning.
FK2.4	<b>Förklara:</b> Ge eller identifiera en förklaring till en observation eller ett naturligt fenomen med hjälp av fysikaliska begrepp, principer, lagar eller teori.
FK3	Resonera
FK3.1	<b>Analysera:</b> Identifiera delar i ett vetenskapligt problem och använda relevant information, begrepp, samband och datamönster för att besvara frågor eller lösa problemet.
FK3.2	<b>Syntetisera:</b> Lösa problem som kräver beaktande av flera olika faktorer eller relaterade begrepp, och väva in matematiska begrepp i lösningar till fysikproblem.
FK3.3	<b>Utforma undersökningar:</b> Planera undersökningar eller procedurer som är lämpliga för att besvara vetenskapliga frågor eller för att testa hypoteser. Beskriva eller känna igen vad som karakteriserar väl utformade undersökningar utifrån vilka variabler som mäts och kontrolleras samt orsak-verkan samband.
FK3.4	<b>Formulera frågor, ställa hypoteser och förutsäga:</b> Formulera frågor som kan besvaras genom undersökningar och formulera testbara antaganden som baseras på teori, analys av vetenskaplig information och/eller resultat av observationer. Använda belägg och begreppsförståelse för att göra förutsägelser om effekterna av förändringar i fysikaliska förhållanden.
FK3.5	<b>Utvärdera:</b> Utvärdera alternativa förklaringar och utvärdera resultat från undersökningar för att se om det går att dra slutsatser utifrån tillgängliga data.
FK3.6	<b>Dra slutsatser:</b> Dra säkra slutsatser baserat på observationer, belägg och/eller förståelse av fysikaliska begrepp. Dra lämpliga och relevanta slutsatser utifrån frågor och hypoteser.
FK3.7	<b>Generalisera:</b> Dra generella slutsatser som går bortom de experimentella eller givna omständigheterna, och tillämpa slutsatserna på nya fysikaliska sammanhang.
FK3.8	<b>Motivera:</b> Använda belägg och fysikalisk förståelse för att stödja trovärdigheten hos förklaringar, lösningar till problem samt slutsatser från undersökningar.

Jämfört med det ramverk som gällde för TIMSS Advanced 2008 har det nya ramverket fått ett ökat fokus på kunskaper som sätts in i ett sammanhang och används för att ge exempel, tolka nya situationer och föreslå egna experiment. I den svenska ämnesplanen finns motsvarande formuleringar i kunskapskraven för Fysik 1 och Fysik 2.

## Veta i fysik

Den första kognitiva domänen handlar om vad elever kan förväntas veta i fysik, och är uppdelad i tre delområden.

Till delområdet *minnas och känna igen* förs i ramverket sådana aspekter som identifiera eller ange fakta, relationer, processer, fenomen och begrepp. Eleverna ska även identifiera lämpliga användningsområden för olika utrustningar och metoder samt känna igen och använda naturvetenskaplig vokabulär, symboler, förkortningar, enheter och skalor. I kunskapskraven för fysik finns en rad begrepp som kan hänföras till denna kategori. Redogör, använder och identifierar kan alla sägas kvala in här. Dessa begrepp används under alla betygsstegen men för betyget E används redogöra *översiktligt*, använder *med viss säkerhet* och identifierar *enkla problem*. För betyget A gäller att redogöra *utförligt och nyanserat*, använda *med säkerhet* och identifierar *komplexa problem*.

I delområdet *beskriva* handlar det om att beskriva eller identifiera beskrivningar av material, strukturer, fenomen, processer, egenskaper, interaktioner och relationer. I de svenska styrdokumenterna finns i kunskapskraven begreppen analyserar, hanterar material och utrustning. För betyget E ska eleven kunna analysera *enkla problem* och hantera material och utrustning *på ett säkert sätt*, och för betyg A ska de kunna analysera *komplexa problem*. För material och utrustning finns ingen progression i texten annat än att det ska ske på *ett säkert sätt*. Under rubriken Ämnets syfte står dessutom att eleverna ska ges förutsättningar att utveckla förmåga att analysera och söka svar. Här används dock inte ordet beskriva även om texten andas att eleverna ska använda kunskaperna för att förstå sin omvärld naturvetenskapligt, vilket implicit borde betyda att de kan beskriva världen med hjälp av fysikaliska begrepp.

Delområdet *ge exempel* handlar om att eleverna ska kunna ge exempel på processer och fenomen som har vissa angivna egenskaper och tydliggör givna fakta genom att ge adekvata exempel. Under Ämnets syfte anger ämnesplanen att fysiken ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper om fysikens olika tillämpningar inom till exempel teknik, medicin och hållbar utveckling och därigenom förståelse av fysikens betydelse i samhället. Denna punkt om fysikens användbarhet och relevans har blivit tydligare i både ämnesplan och ramverk för TIMSS Advanced sedan 2008. I ramverket finns dessutom kopplingar till underrubriken Vetenskaplig praktik som beskrivs närmare nedan.

## Tillämpa fysikaliskt vetande

Uppgifterna som sorterar in under domänen tillämpa kräver att eleverna använder sina faktakunskaper, kunskaper om relationer, processer, begrepp och utrustning och metoder i situationer och på problem som är vanligt förekommande inom fysikundervisningen. Domänen innehåller både kvantitativa problem som kräver numeriska lösningar och kvalitativa problem med beskrivningar som rätta svar.

Det första delområdet är att *använda modeller*. I det centrala innehållet för fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder står att data och resultat ska bearbetas och utvärderas med hjälp av analys av grafer, enhetsanalyser och storleksuppskattningar, både i Fysik 1 och Fysik 2. Även under kunskapskraven återfinns kunskap om modeller genom att *eleven, utifrån något exempel, ska*

redogöra översiktligt för hur fysikens modeller och teorier utvecklas. Eleven ska också värdera modellernas giltighet och begränsningar.

Delområdet *tolka information* är nytt i TIMSS Advanced 2015. I kunskapskraven används begreppet tolka i betydelsen *tolka sina resultat*. Tolkningen kopplas inte explicit till texter, tabeller, bilder eller grafer, men kan ändå implicit räknas göra det eftersom de resultat som eleverna uppnår efter en laboration oftast presenteras i någon av dessa former. Som en del i tillämpningsdomänen i ramverket för TIMSS Advanced ska eleverna även *hitta lösningar* till problem och frågeställningar. Även om den svenska ämnesplanen är mer kortfattad i sin beskrivning så finns det täckning för ramverkets formulering i kunskapskraven för fysik. Där anges att eleverna ska kunna *lösa problem* i olika typer av situationer beroende på betygsteg.

Det sista delområdet inom tillämpa lyfter fram att eleverna ska kunna *förklara* observationer och naturfenomen. Enligt ämnesplanen ska eleverna ges förutsättningar att utveckla *förmåga att planera, genomföra, tolka och redovisa experiment och observationer*. Ordet förklara används här inte explicit. I kunskapskraven står att eleven ska *diskutera frågor som rör fysikens betydelse för individ och samhälle*. Inte heller här används ordet förklara explicit, även om man implicit får anta att det ingår i att kunna diskutera.

## Resonera i fysik

Uppgifterna som ingår i domänen resonera kräver att eleverna använder vetenskapligt baserade resonemang för att analysera data, dra slutsatser, lösa problem och använda sin förståelse i nya situationer. I motsats till den direkta användningen av fysikaliska begrepp i domänen tillämpa innehåller problemlösningssituationerna här obekanta och mer komplicerade sammanhang. För att kunna lösa sådana problem måste eleverna använda sig av flera olika ansatser och strategier. Vetenskapligt resonemang innefattar också att utveckla hypoteser och designa vetenskapliga undersökningar. Domänen resonera innehåller åtta delområden.

Det handlar om att *analysera* vetenskapliga problem, och ramverket för TIMSS Advanced preciserar att det gäller att identifiera förutsättningar och relevanta strategier. I den svenska ämnesplanen för fysik anges bland kunskapskraven att *eleven identifierar, analyserar och löser ... problem*. Ämnesplanen beskriver dock inte närmare vad som avses med att analysera problem. Den kognitiva aspekten i TIMSS Advanced täcks alltså av ämnesplanen, men precisionen är avsevärt högre i ramverket.

I resonera-domänen ingår också att kunna *syntetisera* olika delar i fysiken och även använda relevant matematik. I den svenska ämnesplanens centrala innehåll ingår att eleverna ska ges möjlighet att *analysera och lösa problem genom resonemang baserade på begrepp och modeller, såväl med som utan matematik*. Där står också att undervisningen ska behandla *avgränsning och studier av problem med hjälp av fysikaliska resonemang och matematisk modellering innefattande linjära ekvationer, potens- och exponentialekvationer, funktioner och grafer*. Ämnesplanen är med andra ord explicit när det gäller matematikens roll i fysiken, och mer konkret i det avseendet än ramverket för TIMSS Advanced 2015. Ämnesplanen har dock inga explicita formuleringar om syntes mellan olika delar av fysiken.

Nästa delområde är *utforma undersökningar*, och här innehåller ämnesplanen i fysik formuleringar både i det centrala innehållet och i kunskapskraven som hand-

lar om planering och genomförande av experimentella undersökningar och observationer samt formulering av hypoteser. I det centrala innehållet står att undervisningen ska *behandla planering och genomförande av experimentella undersökningar och observationer samt formulering och prövning av hypoteser i samband med dessa*. I det centrala innehållet både för Fysik 1 och Fysik 2 står dessutom att undervisningen ska behandla *det experimentella arbetets betydelse för att testa, omvärdera och revidera hypoteser, teorier och modeller*. Under kunskapskraven står att elever i samband med det teoretiska och praktiska arbetet ska *formulera relevanta hypoteser, samt planera och genomföra experiment och observationer*.

Ytterligare ett delområde inom den kognitiva domänen resonera i ramverket för TIMSS Advanced har nära koppling till laborationer. Där anges att eleverna förväntas kunna formulera frågor och hypoteser samt förutsäga resultat. I ämnesplanens kunskapskrav anges att elever i samband med det teoretiska och praktiska arbetet ska *formulera relevanta hypoteser, samt planera och genomföra experiment och observationer*. Under ämnets syfte står att undervisningen ska behandla teoriernas och modellernas utveckling, begränsningar och giltighetsområden. Ämnesplanen innehåller inga formuleringar om att förutsäga resultat, men implicit kan detta anses ingå i formuleringarna om begränsning och giltighet.

Att resonera i fysik innefattar också, enligt ramverket för TIMSS Advanced, att *utvärdera* resultat och förklaringar. När den svenska ämnesplanen beskriver ämnet fysik anges att undervisningen ska bidra till att *eleverna, från en naturvetenskaplig utgångspunkt, kan delta i samhällsdebatten och diskutera etiska frågor och ställningstaganden*. Under ämnets syfte står att undervisningen ska bidra till att *eleverna utvecklar förmåga att kritiskt värdera och skilja mellan påståenden som bygger på vetenskaplig respektive icke-vetenskaplig grund*. Eleverna ska också *tolka och kritiskt granska resultat*. I det centrala innehållet står att undervisningen ska behandla utvärdering av resultat och slutsatser genom analys av metodval, arbetsprocess och felkällor. Ämnesplanen täcker alltså detta delområde i TIMSS Advanced väl.

Delområdet *dra slutsatser* har en motsvarighet i kunskapskraven för fysik där det står att eleverna *utvärderar sina metoder och motiverar sina slutsatser*.

Som en del av att resonera ska eleverna enligt ramverket för TIMSS Advanced även kunna *generalisera* resultat och slutsatser till nya fysikaliska situationer. I de svenska styrdokumenterna under kunskapskraven för betyg A står att *eleven identifierar, analyserar och löser komplexa problem i bekanta och nya situationer*. Detta krav gäller alltså endast de elever som har som mål att få något av de högsta betygen.

Det sista delområdet är att *motivera* och försvara lösningar och slutsatser. I de svenska styrdokumenterna finns en hel del om argumentation och resonemang. Under ämnets syfte står att undervisningen ska bidra till att *eleverna, utifrån en naturvetenskaplig utgångspunkt, kan delta i samhällsdebatten och diskutera*. Undervisningen ska också ge eleverna *tillfälle att argumentera kring och presentera analyser och slutsatser*. Eleverna ska få förutsättningar att *använda kunskaper i fysik för att kommunicera samt för att granska och använda information*.

I det centrala innehållet står att undervisningen ska behandla *ställningstaganden i samhällsfrågor utifrån fysikaliska förklaringsmodeller*.

## Sammanfattningsvis om samstämmigheten för kognitiva domäner i fysik

Ämnesplanen i fysik ger god täckning av de kognitiva domäner som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015. Det som i ramverket beskrivs som vetande i fysik har i hög grad motsvarigheter i den svenska ämnesplanen. Här har såväl TIMSS Advanced som den svenska ämnesplanen stärkts när det gäller fysikens användbarhet och relevans sedan 2008. Domänen tillämpa har också i hög grad motsvarigheter i ämnesplanen, även om domänens delaspekter delvis täcks implicit. Beskrivningen av den kognitiva domänen resonera i fysik är omfattande, men stora delar av den täcks dock både explicit och väl av den svenska ämnesplanen. I något fall är precisionen i ämnesplanen avsevärt lägre än i ramverket och en aspekt finns bara representerad i kunskapskraven för det högsta betyget, det senare gäller generalisering av resultat och slutsatser till nya fysikaliska situationer.

### 2.10 Naturvetenskapligt arbetssätt

Förutom beskrivningarna av innehållsdomäner och kognitiva domäner innehåller ramverket för TIMSS Advanced 2015 ett avsnitt som beskriver aspekter av ett naturvetenskapligt arbetssätt. Ramverket för TIMSS Advanced påpekar att dessa aspekter inte kan bedömas isolerat utan måste bedömas i samband med ett fysikinnehåll som ingår i innehållsdomänerna och i beaktande av den variation av tankeprocesser som specificeras i de kognitiva domänerna. En del fysikuppgifter i TIMSS Advanced ska alltså handla om naturvetenskapligt arbetssätt som det definieras i en eller flera av punkterna nedan, förutom ett ämnesinnehåll som specificerats i ramverkets innehållsdomäner och tankeprocesser specificerade i de kognitiva domänerna.

Enligt ramverket gör ett naturvetenskapligt arbetssätt det möjligt för fysiker att utforska fysikaliska fenomen och besvara frågor om fenomenen, i samband med vetenskapliga undersökningar. Här hävdas också att elever som studerar fysik måste bli förtrogna med ett naturvetenskapligt arbetssätt för att utveckla en förståelse för hur ett vetenskapligt arbete går till. Arbetssättet inkluderar färdigheter från utbildning som kombinerar matematik och naturvetenskap, och som eleverna använder på ett systematiskt sätt för att genomföra vetenskapliga undersökningar.

TIMSS Advanced 2015 definierar fem sådana aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt som är fundamentala för vetenskapliga undersökningar.

**Ställa frågor baserat på observationer.** I vetenskapliga undersökningar ingår att observera fysikaliska fenomen med obekanta kännetecken eller egenskaper, och att studera färdiga datamaterial i detalj. Tillsammans med den kunskap man redan har om fysikaliska begrepp leder dessa observationer till frågor som används för att formulera testbara hypoteser som hjälp för att besvara dessa frågor.

**Ta fram belägg.** Att besvara forskningsfrågor och testa hypoteser kräver design och genomförande av systematiska undersökningar och kontrollerade experiment (inklusive identifikation av oberoende och beroende variabler). Forskare måste använda sin kunskap om fysikaliska begrepp och fenomen för att avgöra vilka angreppssätt som är lämpliga. Där ingår att avgöra vilka belägg som



behöver samlas in, vilka instrument och procedurer som är lämpliga i datainsamlingen, och vilken precision och noggrannhet som krävs.

**Behandla data.** När data är insamlade sammanfattar forskare resultaten i olika typer av tabeller, diagram och bilder. De beskriver och sammanfattar trender i data, identifierar mönster, interpolerar och extrapolerar, undersöker samband mellan variabler och avgör vilka mönster och samband som kan vara värda att undersöka vidare. Dessutom utvärderar de resultaten i förhållande till förutsägelser och reflekterar över om de ursprungliga hypoteserna kan behöva ändras.

**Besvara forskningsfrågan.** Forskare använder belegg från observationer och undersökningar tillsammans med vetenskapligt kunnande för att besvara de frågor de ställt och stödda eller avfärda hypoteser.

**Formulera argument baserat på belegg.** Forskare använder belegg och förståelse för fysikaliska begrepp för att utveckla förklaringar och modeller till fysikaliska fenomen, identifiera luckor eller svagheter i vetenskapliga förklaringar eller argument, motivera och stödda trovärdigheten i sina förklaringar, modeller och slutsatser, samt vidga dessa till nya situationer.

Den svenska ämnesplanen i fysik innehåller en stor mängd formuleringar som på ett explicit sätt behandlar samma aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt som de fem punkterna i ramverket för TIMSS Advanced 2015.

Det finns allmänna formuleringar om att eleverna ska lära sig arbetssätt och arbetsmetoder. Redan första meningen under rubriken Ämnets syfte beskriver att *undervisningen i ämnet fysik ska syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om fysikens begrepp, teorier, modeller och arbetsmetoder*. Längre ner i samma stycke anges att undervisningen ska behandla *teoriernas och modellernas utveckling, begränsningar och giltighetsområden, och bidra till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta teoretiskt och experimentellt*. Motsvarande återfinns också i en av de fem punkter som beskriver vad undervisningen i ämnet fysik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla: *Kunskaper om fysikens begrepp, modeller, teorier och arbetsmetoder samt förståelse av hur dessa utvecklas*.

Konkreta kopplingar till de fem aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced finns i det stycke i syftestexten som handlar om det naturvetenskapliga arbetssättet:

Undervisningen ska innefatta naturvetenskapliga arbetsmetoder som att formulera och söka svar på frågor, planera och utföra observationer och experiment samt bearbeta, tolka och kritiskt granska resultat och information. Eleverna ska ges möjlighet att analysera och lösa problem genom resonemang baserade på begrepp och modeller, såväl med som utan matematik. I undervisningen ska eleverna ges tillfällen att argumentera kring och presentera analyser och slutsatser. De ska även ges möjlighet att använda datorstödd utrustning för insamling, simulering, beräkning, bearbetning och presentation av data.

En av de förmågor som undervisningen i ämnet fysik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla, enligt ämnesplanen, är dessutom förmågan att planera, genomföra, tolka och redovisa experiment och observationer samt förmåga att hantera material och utrustning.

Bilden av mycket god samstämmighet mellan ämnesplanen och ramverket för TIMSS Advanced 2015 stärks ytterligare av formuleringar i det centrala innehållet. Som en av huvudpunkterna under centralt innehåll i både Fysik 1 och Fysik 2 anges att undervisningen ska behandla *Fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder*.

Två av punkterna under denna rubrik i det centrala innehållet är identiska i båda fysikkurserna. I både Fysik 1 och Fysik 2 ska undervisningen behandla *det experimentella arbetets betydelse för att testa, omvärdera och revidera hypoteser, teorier och modeller, samt planering och genomförande av experimentella undersökningar och observationer samt formulering och prövning av hypoteser i samband med dessa*. Stora delar av de fyra första aspekterna av naturvetenskapligt arbetssätt som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015 berörs i dessa beskrivningar av centralt innehåll för ämnet fysik i gymnasieskolan.

Andra delar av det centrala innehållet har samma huvudsakliga inriktning mot aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt i de båda fysikkurserna, men med något olika konkreta uttryck. I Fysik 1 ska undervisningen behandla *avgränsning och studier av problem med hjälp av fysikaliska resonemang och matematisk modellering innefattande linjära ekvationer, potens- och exponentialekvationer, funktioner och grafer samt trigonometri och vektorer*. Motsvarande gäller för Fysik 2, men där beskrivs ett delvis annat matematikinnehåll: *linjära och icke-linjära funktioner, ekvationer och grafer samt derivator och vektorer*. I både Fysik 1 och Fysik 2 ingår bearbetning och utvärdering av data och resultat som ett centralt innehåll, men i Fysik 1 ska detta ske med hjälp av analys av grafer, enhetsanalys och storleksuppskattningar, och i Fysik 2 med hjälp av regressionsanalys, analys av grafer, enhetsanalys och storleksuppskattningar.

I såväl Fysik 1 som Fysik 2 ingår *utvärdering av resultat och slutsatser genom analys av metodval, arbetsprocess och felkällor* som ett centralt innehåll, men i Fysik 2 tillkommer mätosäkerhet som en *analysgrund*. Dessa formuleringar i ämnesplanens centrala innehåll visar på mycket god täckning av de aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt som tas upp i ramverket för TIMSS Advanced. Bilden bekräftas genom formuleringar i kunskapskraven för alla betygen. Efter genomgången kurs identifierar, analyserar och löser elever problem i såväl det teoretiska som i det praktiska arbetet. De formulerar relevanta hypoteser, formulerar egna frågor och planerar och genomför experiment och observationer. Dessutom hanterar de material och utrustning på ett säkert sätt, tolkar sina resultat, utvärderar sina metoder och motiverar sina slutsatser.

Sammanfattningsvis har det naturvetenskapliga arbetssättet en stark position i ämnesplanen för fysik och den täcker väl de aspekter av naturvetenskapligt arbetssätt som ramverket för TIMSS Advanced 2015 tar upp.

## 2.11 Sammanfattning och diskussion av delstudie 1

I det här kapitlet har vi presenterat en analys av svenska ämnesplaner i matematik och fysik för gymnasieskolan i förhållande till ramverket för TIMSS Advanced 2015. Syftet är att belysa om de svenska elever som deltog i studien bör ha haft möjlighet att lära sig det som TIMSS Advanced 2015 prövar, enligt vad som anges i ämnesplanerna. Det är viktigt att påpeka att vi därmed inte kan veta något om vad eleverna faktiskt fått möjlighet att lära sig, eftersom undervisningen tillhör den implementerade läroplansnivån och måste studeras på

annat sätt. Ämnesplanerna är dock det primära styrdokumentet i den svenska gymnasieskolan när det gäller undervisning i ett ämne, även om ämnesplanerna naturligtvis ska läsas tillsammans med andra styrdokument.

Analysen visar på god samstämmighet mellan de svenska ämnesplanerna i matematik och fysik och ramverket för TIMSS Advanced 2015. Det mesta av matematikinnehållet i TIMSS Advanced 2015 har en motsvarighet i kurserna 1–4 i den svenska ämnesplanen i matematik, även om det i vissa fall endast är implicit. Det som saknas är framför allt aritmetiska och geometriska summor, begreppet deriverbarhet samt rymdgeometri, men sammantaget utgör avsaknaden av dessa områden i ämnesplanen inte något större hot mot den samlade bilden av god samstämmighet.

Den avancerade matematik som finns i den svenska ämnesplanen men inte i ramverket för TIMSS Advanced handlar om komplexa tal och differentialekvationer. Analysen tyder dessutom på att fysikinnehållet i den svenska ämnesplanen täcker TIMSS Advanced 2015 ännu bättre än vad som är fallet för matematik. Vissa områden som i TIMSS Advanced 2008 täcktes implicit har nu fått explicita formuleringar i ämnesplanen, och ämnesplanen har på flera ställen blivit mer preciserad jämfört med tidigare kursplaner i fysik. Den svenska ämnesplanen i fysik har dock ett avsevärt större och bredare fysikinnehåll än ramverket för TIMSS Advanced 2015 och det är en hel del fysikinnehåll i den svenska gymnasieskolan som inte provas i TIMSS Advanced.

Även de kognitiva domänerna i matematik som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced 2015 har motsvarigheter i den svenska ämnesplanen och detta gäller framför allt domänen resonera. Tillämpa behandlas också i den svenska ämnesplanen, om än i viss mån implicit. Domänen veta täcks endast delvis av den svenska ämnesplanen. Procedurkunskap är en aspekt av vetande som är väl representerat i ämnesplanen, men informationshämtning finns inte med och minneskunskaper behandlas endast implicit. Den svenska ämnesplanen innehåller två aspekter som inte är matematikinnehåll och som inte finns med i TIMSS Advanced, det är kommunikation och matematikens relation till olika sammanhang.

I fysik är samstämmigheten mellan ämnesplanen och de kognitiva domänerna i TIMSS Advanced 2015 ännu bättre än i matematik. Såväl domänen veta som domänen resonera täcks väl och explicit av ämnesplanen, även om precisionen i den svenska ämnesplanen är något lägre när det gäller att resonera. Domänen tillämpa täcks också den väl, men i vissa fall är det här fråga om en implicit koppling.

Analysen av ämnesplanerna ger förstås ingen information om hur väl och hur mycket eleverna fått möjlighet att lära sig det som beskrivs, eftersom det är upp till enskilda skolor och lärare att prioritera i det som undervisas. Som tidigare påpekats kan analysen av nationella prov och bedömningsstöd ge en bättre bild av tyngdpunkten i den svenska avsedda läroplanen i matematik och fysik i förhållande till ramverket för TIMSS Advanced.

En aspekt av samstämmighet som förutsättning för eleverna att klara provuppgifterna i TIMSS Advanced är när i gymnasieskolan som olika innehåll tas upp. Förändringarna i ämnesplanerna från 2008 till 2011 har inneburit att visst relevant innehåll har tillkommit i de kurser som alla elever som deltog i TIMSS Advanced 2015 hade deltagit i. Det innebär att detta innehåll borde vara mer känt för eleverna. Samtidigt har innehåll tidigare lagts inom de kurser som alla

eleverna deltagit i, vilket innebär att elevernas möte med innehållet ligger ännu längre ifrån deltagandet i TIMSS Advanced på våren i årskurs 3. Hur avgörande det är för resultatet är svårt att uttala sig om eftersom det bland annat hänger på om innehållet återkommer, fördjupas eller repeteras. I analysen av resultaten från TIMSS Advanced 2015 kan det vara angeläget att studera eventuella effekter av förändringar i specifikt innehåll.

Jämfört med bilden av samstämmighet som presenterades i motsvarande analys av TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a) tycks samstämmigheten snarast ha ökat. Visst innehåll har försvunnit från TIMSS Advanced som inte var särskilt relevant för svenska förhållanden, och de svenska ämnesplanerna har lagt till innehåll, blivit mer explicita på en del punkter och mer detaljerade på andra. Dahl och Johansson (2013) hävdar att den kursplan i matematik för grundskolans som kom 2011 har influerats av PISA-studiens ramverk, men eventuella likheter mellan PISA och svenska kursplaner kan lika gärna förklaras med att båda har ett gemensamt ursprung i utvecklingsarbete kring matematiska kompetenser i Danmark (Niss & Højgaard Jensen, 2002) och USA (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000).

I den samstämmighetsstudie som presenterades i samband med TIMSS Advanced 2008 diskuterades vissa aspekter av den svenska kursplanen och med ramverket för TIMSS Advanced som bakgrund problematiserades vissa delar av de svenska kursplanerna. Det är oklart om den diskussionen haft något inflytande på utformningen av ämnesplanerna i Gy 2011.

Det är knappast rimligt att motivera ändringar ämnesplanerna utifrån att de avviker från ramverk för internationella studier. Jämförelsen ger dock möjlighet att inte bara förstå provresultaten bättre, utan också att identifiera områden där vi möjligen behöver en nationell diskussion kring ämnesinnehåll, vad undervisningen ska ge eleverna möjlighet att utveckla och hur långt eleverna kan förväntas komma i sitt lärande. En sådan diskussion kan leda till nödvändiga förändringar i ämnesplaner, men den kan också leda till ett försvar för att ämnesplanerna ska se ut som de gör, trots skillnader mot ramverk för internationella studier.

KAPITEL 3

**En jämförelse mellan provuppgifter  
i TIMSS Advanced 2015  
och nationella prov  
och bedömningsstöd**



## 3. En jämförelse mellan provuppgifter i TIMSS Advanced 2015 och nationella prov och bedömningsstöd

### 3.1 Sammanfattning av de viktigaste resultaten

- Både i matematik och fysik finns det skillnader mellan hur stor plats som olika ämnesinnehåll tar i nationella prov och bedömningsstöd respektive proven i TIMSS Advanced 2015, men övergripande är samstämmigheten god. De skillnader som finns beror delvis på hur urvalet av svenska prov har gjorts.
- Ur kognitiv synvinkel har de svenska provuppgifterna i matematik mer av vetande och resonerande och mindre av tillämpning jämfört med TIMSS Advanced 2015. I fysik präglas de svenska proven av mindre om vetande och mer om resonerande.
- De svenska proven har större andel uppgifter där miniräknare eller formelsamling är viktiga hjälpmedel. I matematik är det framförallt miniräknarens roll som skiljer jämfört med TIMSS Advanced 2015, och i fysik är det formelsamlingen.
- Andelen flervalsuppgifter är avsevärt högre i TIMSS Advanced 2015 än i de svenska proven.
- Uppgifternas utformning när det gäller språk, figurer och andra grafiska inslag samt verklighetsanknytning skiljer sig inte åt mellan de svenska proven och proven i TIMSS Advanced 2015.

### 3.2 Prövar svenska prov i matematik och fysik det som prövas i TIMSS Advanced?

Genom att jämföra de provuppgifter som användes i TIMSS Advanced 2015 med uppgifter i de skriftliga delarna av svenska nationella prov i matematik och bedömningsstöd i fysik kan vi få ytterligare information om samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2015 och vad svenska elever kan förväntas ha lärt sig i matematik och fysik. Analysen utgår från fyra frågor om ställs i förhållande till uppgifter från nationella prov och uppgifterna från TIMSS Advanced 2015.

- Vilket ämnesinnehåll ingår?
- Vilka tankeprocesser krävs?
- Vilka typer av svar förväntas?
- Hur presenteras ämnesinnehållet?

Frågan om ämnesinnehåll är viktig därför att prov som representerar olika ämnesinnehåll kan ge olika bilder av en elevs kunskaper i ett ämne. Uppgifterna i ett prov kan täcka ämnesinnehåll som eleven inte behärskar och eleven kan ha kunskaper inom andra ämnesområden än de som bedöms i provet.

Den andra frågan gäller vilka tankeprocesser som krävs av eleverna för att kunna lösa uppgifterna. Även om kännedom om ämnesinnehållet naturligtvis

påverkar elevens möjligheter att lösa uppgifterna så spelar även uppgifternas kognitiva innehåll en viktig roll. Det är till exempel skillnad på en uppgift där eleven uppmanas att lösa en given ekvation och en uppgift där eleven utifrån en beskrivning av en verklighetsnära situation förväntas kunna ta fram en ekvation som modell för situationen. De båda uppgifterna tillhör samma ämnesområde men prövar ändå olika förmågor.

Fråga nummer tre gäller kraven på elevernas svar. Förutsättningarna att kunna ge ett korrekt svar är olika för uppgifter där det räcker att redovisa slutresultatet av de beräkningar och resonemang som eleven genomfört och uppgifter där det krävs en relativt utförlig redovisning av elevens tankegång. I en tidigare studie av samstämmigheten mellan TIMSS i årskurs 8 och nationella prov för grundskolan (Skolverket, 2006b) kategoriserades uppgifterna utifrån den typ av svar som eleverna uppmanas ge, alltifrån att välja ett korrekt svar bland några förslag till att avge ett omfattande eget svar eller kanske rita en figur som svar på uppgiften. Vi använder samma indelning i denna studie.

En fjärde fråga som bedömts viktig att ställa gäller hur ämnesinnehållet presenteras i uppgifterna, dvs. såväl problemets kontext som uppgiftens format och text. Med kontext avses här det sammanhang i vilket uppgiftens text presenterar frågeställningen. Ett sådant sammanhang kan vara ämnesinnehållets vardagsförankring. Englund (1997) beskriver hur vardagsförankring i undervisning skapar mening för eleven och underlättar förståelsen av ämnesinnehållet. Ett liknande resonemang kan föras när det gäller provuppgifter. Om uppgiften kopplar innehållet till verkligheten eller inte, påverkar det elevernas förståelse för problemet och därmed hur det kan lösas. Även små skillnader i kontext hos uppgifter med samma ämnesinnehåll har visat sig kunna få stora skillnader i elevernas lösningsfrekvens (Bergqvist & Lind, 2005).

### 3.3 Metod

Vår jämförelse av provuppgifter mellan TIMSS Advanced och nationella prov bygger på en taxonomi som används för kategorisering av provuppgifter som först utvecklades för analys av samstämmigheten mellan TIMSS 2003 och svenska styrdokument och nationella prov som publicerades 2006 (Skolverket, 2006b). Utformningen av kategorisering enligt ämnesinnehåll och kognitiv nivå är till största del hämtad från TIMSS Advanced 2008 Assessment Frameworks (Garden, m.fl., 2006). För att kunna jämföra från år till år använder vi här precis samma kategoriseringar som användes i rapporten ”Hur samstämmiga är svenska styrdokument och nationella prov med ramverk och uppgifter i TIMSS Advanced 2008?” (Skolverket, 2009a), i både matematik och fysik.

Med hjälp av taxonomin har två personer kategoriserat matematikuppgifterna och två andra fysikuppgifterna. Bedömarna arbetade först enskilt och oberoende av varandra, och diskuterade sedan parvis för att komma fram till en gemensam kategorisering. Inga mönster av skiljaktigheter kunde identifieras i den enskilda kategoriseringen och efter att bedömarna diskuterat de koder där de skilde sig åt kunde de enas.

Samtliga diagram beskriver hur stor andel av de analyserade uppgifterna i ämnet som kategoriserats i respektive kategori. För vissa av de kategorier vi använt har TIMSS Advanced även en officiell kategorisering av uppgifterna, det gäller till exempel innehållsliga och kognitiva aspekter. Resultaten vi presenterar här kommer dock uteslutande från den svenska panelens kategorisering.

### 3.4 Urval av provuppgifter

Matematikuppgifter från TIMSS Advanced har klassificerats och jämförts med dubbelt så många uppgifter från nationella prov (NP) i kurserna Matematik 1c, 2c, 3c och 4<sup>1</sup> (tabell 3.1). Att det blev ungefär dubbelt så många från NP beror på att det är uppgifter från alla fyra kurser samt uppgifter från två olika provtillfällen, vårterminen 2015 och höstterminen 2015. Urvalet av matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet begränsades till Matematik 1–4 då Matematik 5 inte är ett krav vid urval av de elever som genomför TIMSS Advanced. Fysikuppgifter från TIMSS Advanced har klassificerats och jämförts med ungefär lika många uppgifter från nationella bedömningsstöd i Fysik 1 och 2 från två årgångar (tabell 3.1). Endast uppgifterna i delprov A för både Fysik 1 och 2 har använts då delprov B består av en laborativ uppgift där även genomförandet bedöms.

**Tabell 3.1** Antalet uppgifter i matematik och fysik som ingått i studien. Siffror inom parentes anger antalet deluppgifter

	Matematik					Fysik		
	Ma 1c	Ma 2c	Ma 3c	Ma 4	Totalt	Fy 1	Fy 2	Totalt
Nationella prov och bedömningsstöd	57 (76)	49 (66)	50 (70)	54 (63)	210 (275)	33 (52)	34 (48)	67 (100)
TIMSS Advanced					104			104

Det finns uppenbara skillnader mellan proven i TIMSS Advanced och det svenska provsystemet som har påverkat hur kategoriseringen genomförts. Proven i matematik från det svenska nationella provsystemet har till exempel betydligt fler uppgifter som består av flera deluppgifter jämfört med proven i TIMSS Advanced. Deluppgifterna är ofta så varierande att de klassificeras olika. Motsvarande uppgifter i TIMSS Advanced är oftast uppdelade i flera olika uppgifter med eget nummer. För att denna skillnad i numreringen inte ska påverka resultatet i studien behandlar vi varje deluppgift som en egen uppgift, både i TIMSS Advanced och i de svenska nationella proven och bedömningsstöden.

I det svenska provsystemet har nationella prov och bedömningsstöd olika syfte, roll, funktion och ofta även utformning. De nationella proven är obligatoriska för många elever medan de nationella bedömningsstöden inte är obligatoriska för någon. Det nationella bedömningsstödet för fysik i gymnasieskolan har dock stora likheter med nationella prov i matematik i sin utformning och har därmed formatmässigt mycket gemensamt med de nationella proven. Därför betraktar vi i den här studien nationella prov i matematik och nationella bedömningsstöd i fysik som likvärdiga representanter för nationella operationaliseringar av ämnesplanerna i respektive ämne. För enkelhetens skull kommer såväl nationella prov som nationella bedömningsstöd att betecknas som nationella provmaterial, NP.

1. Observera att detta urval av nationella prov i matematik skiljer sig från det urval som ingick i motsvarande jämförelse av nationella prov och TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009). Då jämfördes TIMSS Advanced med proven på den mest avancerade nivån, Matematik D och Matematik E.



## 3.5 Resultat för matematik

### Vilket ämnesinnehåll berör uppgifterna?

Vi har kategoriserat uppgifternas primära ämnesinnehåll (tabell 3.2). Taxonomin som använts är samma som vid motsvarande analys av TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a).

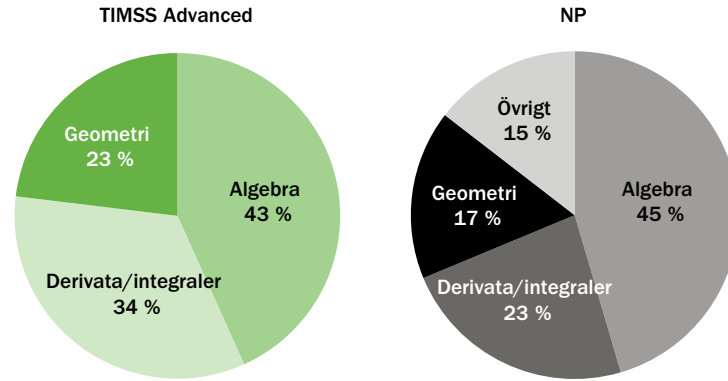
**Tabell 3.2** Huvudområden och delområden som används för kategorisering av ämnesinnehållet i matematikuppgifter från det nationella provsystemet och TIMSS Advanced.

Kod	Huvudområde	Kod	Delområde
1	Algebra	1.1	Komplexa tal.
		1.2	Serier och summor.
		1.3	Kombinatorik, sannolikhet, statistik.
		1.4	Ekvationslösning och olikheter, inklusive logaritm- och exponentialfunktioner.
		1.5	Konstruera eller känna igen grafer, tabeller, ordnade par och text som motsvarar en funktion.
		1.6	Beräkna en given funktions värde och tecken för ett givet variabelvärde eller intervall, inklusive funktioner av funktioner.
		1.7	Lösning och hantering av trigonometriska funktioner och ekvationer.
2	Differential- och integralkalkyl	2.1	Gränsvärden, kontinuitet och deriverbarhet.
		2.2	Derivera polynom och funktioner. Tillämpa produkt-, kvot- och kedjeregeln.
		2.3	Problemlösning med hjälp av derivator.
		2.4	Användning av första och andraderivator för bestämning av extrempunkter och för att skissa funktionens graf.
		2.5	Integrera funktioner, tillämpa integraler, numeriska lösningar av integraler.
		2.6	Differentialekvationer, analytiska och numeriska lösningar och tolkningar.
3	Geometri	3.1	Använda geometriska egenskaper för att lösa problem. Bevisa enkla geometriska samband i två eller tre dimensioner.
		3.2	Lösa problem med hjälp av gradienter, skärning med y-axeln och skärning med räta linjer i två dimensioner.
		3.3	Ekvationer och samband för cirkeln.
		3.4	Använda trigonometri för att lösa problem som involverar trianglar.
		3.5	Enkel hantering av vektorer.
4	Övrigt		Matematikinnehåll som inte täcks av ovanstående, t.ex. sannolikhetslära och statistik.

Fördelningen på huvudområden visar på en viss skillnad mellan de svenska provuppgifterna och provuppgifterna från TIMSS Advanced (figur 3.1). Den största skillnaden är att 15 procent av uppgifterna i de undersökta svenska nationella proven handlar om matematikinnehåll som inte alls finns med i TIMSS Advanced, till exempel sannolikhetslära och statistik. Det innebär samtidigt att proven i TIMSS Advanced 2015 innehåller större andelar uppgifter

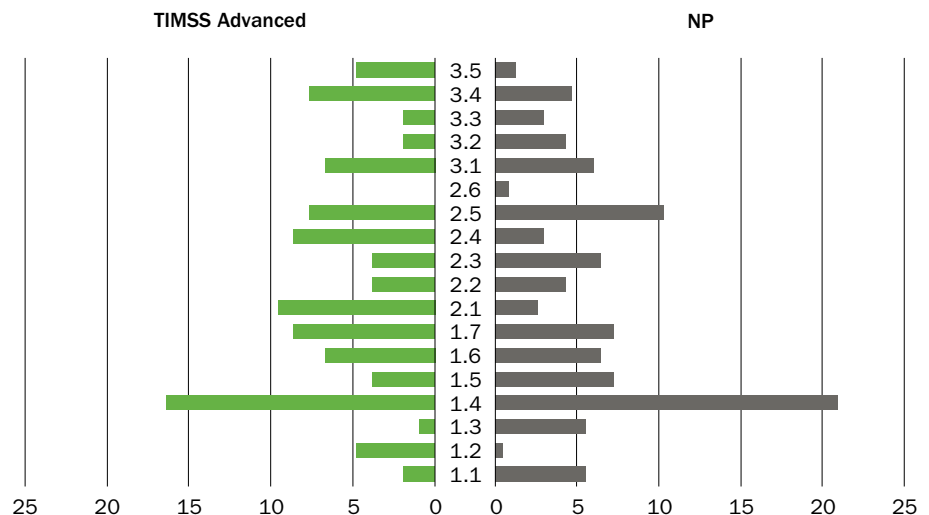
inom geometri och differential- och integralkalkyl jämfört med de nationella proven för Ma 1–4, medan andelarna algebrauppgifter inte skiljer sig åt.

**Figur 3.1** Procentuell fördelning av matematikuppgifter mellan ämnesinnehåll, kategoriserat i huvudområden, för NP respektive TIMSS Advanced.



Om vi bara jämför uppgifterna som handlar om de tre domäner som är relevanta för TIMSS Advanced, visar andelen uppgifter inom olika delområden på små skillnader mellan nationella prov och TIMSS Advanced 2015 (figur 3.2). Det rör sig om som mest 5 procentenheters skillnad, vilket gäller för ekvationslösning och olikheter, inklusive logaritm- och exponentialfunktioner (1.4). Ett delområde som endast finns representerat i NP är differentialekvationer (2.6).

**Figur 3.2** Procentuell fördelning av matematikuppgifter mellan ämnesinnehåll, kategoriserat i delområden, för NP respektive TIMSS Advanced. Beteckningarna på de olika staplarna förklaras i tabell 14.



## Vilka tankeprocesser kräver uppgiften av eleven?

### Kognitiv nivå

Klassificeringen av kognitiva nivåer ska ge en bild av de tankeprocesser som krävs för att lösa uppgifterna. Det finns många olika sätt att klassificera uppgifters kognitiva nivå. En av de mest kända är Blooms taxonomi (Bloom, 1956), som använder sig av kategorierna fakta, förståelse, tillämpning, analys, syntes och värdering. Andersson m.fl. (2001) har utvecklat Blooms taxonomi till en tvådimensionell modell som lyfter fram relationen mellan kognitiva processer (t.ex. minnas, förstå och tillämpa) och olika kunskapsformer (t.ex. faktakunskap och begreppskunskap).

Specifikt för matematik har Lithner (2008) utvecklat ett ramverk för kategorisering av tankeprocesser vid lösning av problem som använts som utgångspunkt i flera avhandlingar (se t.ex. Bergqvist, 2006). I detta ramverk sker den primära uppdelningen mellan imitativa och kreativa, matematiskt grundade, resonemang. TIMSS Advanced 2015 använder sig av en annan indelning i kognitiva kategorier, som vi beskriver i kapitel 2. Här använder vi en variant av den sistnämnda taxonomin tillsammans med kategoriseringar av bland annat krav på beräkningar och vilka hjälpmedel som är användbara och relevanta (tabell 15). Definitionerna av denna taxonomins kognitiva nivåer är densamma som användes vid motsvarande analys av TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a).

Då det i analysen av TIMSS Advanced 2008 visade sig finnas uppgifter som testar kunskaper som inte lärs ut i svensk gymnasieskola, tillkom en kategori som betecknats *förutsättning saknas*. I de uppgifterna bedöms eleven sakna förutsättningar att lösa problemet, oavsett tankeprocess. Det handlar om uppgifter där ämnesinnehållet inte finns representerat i de svenska ämnesplanerna, och där kännedom om de begrepp som används i uppgiften är nödvändiga för att kunna lösa den. Exempelvis skulle en uppgift som efterfrågar determinanten av en matris klassificeras som förutsättning saknas, eftersom begreppet determinant normalt inte är bekant för en svensk gymnasieelev. Om däremot begreppet förklaras i uppgiften och detta leder till en rimlig chans för en oinvidg att klara uppgiften, klassificeras den som någon av de kognitiva nivåerna 1–3.

**Tabell 3.3** Nivåer och kategorier för kategorisering av matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån kognitiva aspekter.

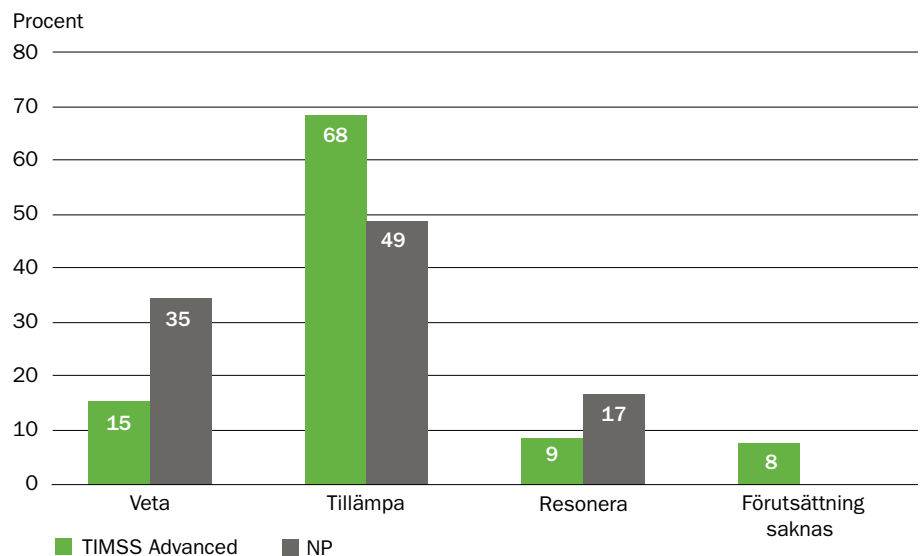
Kognitiv nivå	Kod	Uppgifter där eleven	Kategorier
Veta	1	redogör för fakta och begrepp eller utför givna procedurer	<p>Återge definitioner, terminologi, beteckningar, matematiska konventioner, tals egenskaper och geometriska samband.</p> <p>Känna igen matematiskt lika uttryck, t.ex. olika skrivsätt för samma funktion eller samband.</p> <p>Utföra matematiska procedurer, t.ex. beräkna derivatan av polynom eller lösa en enkel ekvation.</p> <p>Utläsa information från grafer tabeller eller andra liknande källor.</p>
Tillämpa	2	använder faktakunskaper för att välja och ställa upp modeller eller lösa bekanta problem	<p>Välja ut en lämplig metod eller strategi för att lösa ett problem som kan lösas med vanligt förekommande metoder.</p> <p>Skapa en alternativ likvärdig framställning av ett givet matematiskt uttryck, samband, eller mängd information.</p> <p>Ställa upp en lämplig modell, t.ex. en ekvation eller ett diagram, för att lösa rutinproblem.</p> <p>Lösa rutinproblem, problemtyper som studenterna sannolikt har stött på i skolan. Till exempel problem som kräver derivering av ett polynom eller tillämpning av geometriska samband.</p>
Resonera	3	Generalisera/analysera ett resultat eller ställa upp modeller för komplexa eller obekanta problem samt lösa dessa	<p>Undersöka given information och välja ut de matematiska fakta som är nödvändiga för att lösa ett särskilt problem. Bestämma och beskriva eller använda förhållanden mellan variabler eller objekt i matematiska sammanhang. Göra relevanta slutledningar från den givna informationen.</p> <p>Utvidga den domän inom vilken ett matematiskt resonemang och en problemlösning är tillämpningsbar. Detta genom att återge resultatet i mer generell form.</p> <p>Kombinera matematiska procedurer för att nå resultat och kombinera resultat för att nå ytterligare resultat. Koppla ihop olika kunskapsområden och relaterade framställningar och koppla samman relaterade matematiska idéer.</p> <p>Bevisa om en utsaga är sann eller falsk genom att referera till matematiska resultat eller samband.</p> <p>Lösa problem av en typ, såväl i matematiska sammanhang som verklighetsbaserade, som eleven osannolikt har stött på tidigare. Tillämpa matematiska procedurer i okända eller komplexa kontexter.</p>
Förutsättning saknas	4	måste ha kunskaper utöver ämnesinnehållet i den aktuella kursen	

De tre nivåerna (förutsättning saknas undantaget) angivna i tabell 3.3 är inbördes rangordnade, *resonera* är den högsta nivån och *veta* den lägsta. Varje uppgift kategoriseras efter den högsta kognitiva nivå som krävs för att nå full poäng och högsta betygs- eller kvalitetsnivå. För att tillhöra en nivå krävs det att minst en av kategorierna som anges i tabellen ovan är tillämpbar. Samtliga villkor behöver alltså inte uppfyllas.

Grundläggande för att en uppgift ska klassificeras som *veta* är att det anges vilken metod som ska användas. I kategorin *veta* ingår det att kunna utföra matematiska procedurer, förstå matematiskt språk, symboler och grundläggande egenskaper hos tal. För att en uppgift ska klassificeras som *tillämpa* krävs någon form av val av metod för att lösa problemet, samt att uppgiftens typ är bekant. Problemen kan vara renodlat matematiska eller ha verklighetsanknytning. För att en uppgift ska klassificeras som *resonera* krävs att matematiska beräkningar eller metoder härleds via resonemang. Behovet av resonemang kan bero på att sammanhanget är nytt eller på att problemets lösning involverar flera steg, som baseras på kunskap från flera olika områden inom matematiken.

Jämförelsen av den kognitiva nivån visar på skillnader mellan TIMSS Advanced och NP (figur 3.3). Den kategorin som skiljer sig mest åt är *tillämpa*, där 68 procent av uppgifterna i TIMSS Advanced kategoriseras jämfört med cirka hälften av uppgifterna i NP. I de nationella proven finns av förklarliga skäl inga uppgifter som kategoriserats som förutsättning saknas. I TIMSS Advanced finns ett litet antal uppgifter som bedömts ha ett sådant matematikinnehåll som inte är tillgängligt för eleverna, utifrån vad som anges i ämnesplanen.

**Figur 3.3** Procentuell fördelning av matematikuppgifter mellan kognitiva nivåer, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Beräkningar

Uppgifterna är klassificerade i tre typer utifrån kravet på beräkningar (tabell 3.4). Indelningen är densamma som användes vid motsvarande rapport 2008 (Skolverket, 2009a).

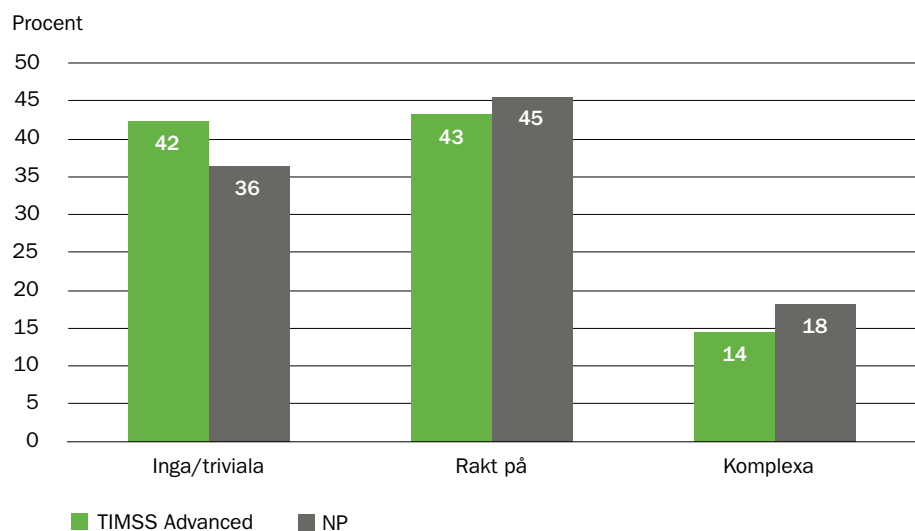
**Tabell 3.4** Kategorier för att kategorisera matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån vilka beräkningar som uppgifterna kräver.

Beräkningar	Kod	Uppgifter som kräver
Inga eller triviala	0	inga beräkningar eller endast enkel huvudräkning
Rakt på	1	papper och penna eller miniräknare för att hålla reda på beräkningarna. Endast en svårare beräkning krävs för att komma fram till svaret på uppgiften
Komplexa	2	ett eller flera delresultat för att eleven ska kunna utföra den slutgiltiga beräkningen

Beräkningar som klassificeras som rakt på innehåller i regel endast en svårare beräkning som exempelvis att beräkna en integral. Komplexa beräkningar betecknar i regel uppgifter som kräver ett eller flera delresultat för att eleven ska nå fram till det slutgiltiga svaret. Som delresultat räknas beräkningar som i sig klassificeras som rakt på, men kan även vara bestämning av giltighetsintervall eller hänsynstagande till andra villkor som spelar en avgörande roll för att lösa uppgiften korrekt. Ett exempel på en komplex beräkning är att man måste beräkna två olika integraler för att bestämma arean av ett område. Med denna kategorisering finns en viss överlappning mellan kognitiv nivå och beräkningar, men de har olika huvudfokus. Både den kognitiva nivån resonera och beräkningsnivån komplexa beräkningar berör uppgiftens komplexitet. Kravet för att en uppgift ska tillhöra den kognitiva nivån resonera är att kunskaper kombineras från olika områden inom matematik. Detta krav ställs inte för att beräkningarna ska kategoriseras som komplexa.

I jämförelsen av beräkningar framgår det att uppgifterna i NP och TIMSS Advanced i stort sett fördelar sig på samma sätt (figur 3.4).

**Figur 3.4** Procentuell fördelning av matematikuppgifter mellan olika kategorier av krav på beräkning, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Hjälpmedel

I TIMSS Advanced är miniräknare och särskild formelsamling tillåtna hjälpmedel. I nationella prov är miniräknaren tillåten på delprov D i kurserna 1c, 2c, 3c och 4, samt i delprov C i kurs 1c. Även i de nationella proven är en särskild formelsamling tillåten, och den är mer omfattande och innehållsrik än formelbladet som är tillåtet i TIMSS Advanced. Detta kan betyda att TIMSS Advanced ställer högre krav på utantillkunskaper, men det kan lika gärna betyda att NP:s formelsamling innehåller en mängd fakta som inte kommer till nytta på det aktuella provet och därmed ställer större krav på eleven att målmedvetet söka hjälp av formelbladet. Samtliga uppgifter där formelsamlingen innehåller definitioner eller samband som används vid beräkningen har kategoriserats som att formelsamlingen är användbar.

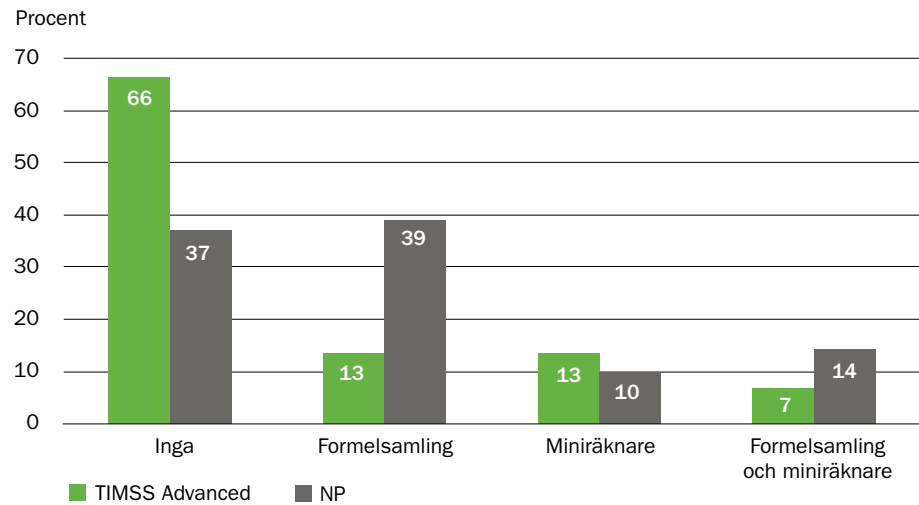
Att miniräknare är ett tillåtet hjälpmedel betyder inte att den är till någon hjälp för att lösa en uppgift. För att kunna avgöra om det finns en skillnad mellan andelen poäng där man får ha miniräknare och där miniräknare är till någon hjälp, samt för att kartlägga informationen i formelbladen konstruerades denna aspekt i taxonomin. De uppgifter där beräkningarna tar väsentligt längre tid utan miniräknare markerar vi som miniräknaruppgifter. I bedömningen kategoriserar en uppgift som både behöver formelsamling och miniräknare till en egen kategori (tabell 3.5).

**Tabell 3.5** Kategorier för att kategorisera matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån betydelsen av de hjälpmedel som eleven har till hands.

Hjälpmedel	Kod	Vid lösning av uppgiften
Ingen	O	ger varken formelsamling eller miniräknare väsentlig hjälp
Formelsamling	F	ger formelsamlingen definitioner eller samband som är användbara
Miniräknare	M	tar beräkningar väsentligt längre tid utan miniräknare
Formelsamling och miniräknare	FM	ger både formelsamling och miniräknare stor hjälp

Figur 3.5 visar på andelen uppgifter i respektive prov där något av hjälpmedlen, eller båda, är till hjälp. De största skillnaderna mellan nationella prov och proven i TIMSS Advanced 2015 gäller andelen uppgifter där inga hjälpmedel behövs och uppgifter där miniräknaren spelar roll, andelen uppgifter där inga hjälpmedel krävs är dubbelt så stor i TIMSS Advanced 2015. För nationella prov är miniräknaren viktig i cirka hälften av uppgifterna, ensam eller i kombination med formelsamlingen. Motsvarande andel i TIMSS Advanced är 20 procent. Men andelen uppgifter där formelsamlingen spelar roll är ungefär densamma i båda uppsättningarna provuppgifter, cirka 20 procent.

**Figur 3.5** Procentuell fördelning av matematikuppgifter mellan hjälpmedel av betydelse för uppgifternas lösning, för NP respektive TIMSS Advanced.



## Vilka krav ställs på elevens svar?

### Svarstyp

En del uppgifter i de prov som utvärderats kan ge fler än en poäng, och det krävs olika typer av svar för olika poängsteg. Dessa uppgifter klassificeras utifrån vilken typ av svar som krävs för att nå full poäng eller högsta betygsnivå (tabell 3.6). Indelningen är hämtad från motsvarande rapport 2008 (Skolverket, 2009a).

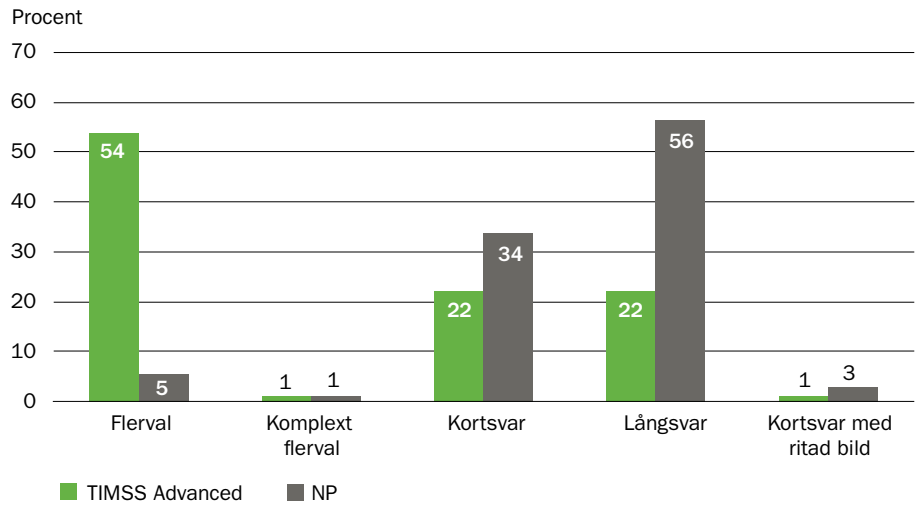
**Tabell 3.6** Kategorier för matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced i förhållande till uppgifternas svarstyp

Svarstyp	Kod	Uppgifter som besvaras genom
Flerval	FV	val bland flera givna svarsalternativ, där antalet korrekta alternativ anges i uppgiften
Komplex flerval	KFV	val bland flera givna svarsalternativ, där det är okänt hur många alternativ som är korrekta eller där flera olika begrepp ska paras ihop med en definition eller ett fenomen
Kortsvar	KS	uträknat värde eller enstaka ord, till exempel: $x_1 = 2$ , $x_2 = 0$
Långsvar	LS	elevens egenkonstruerade redovisning eller utsaga som motiveras eller vars giltighet kommenteras
... rita	_r	att bara rita bild, graf eller ställa upp tabell (KS_r), eller att komplettera en utsaga med att rita (LS_r)

Ungefär hälften av poängen på provuppgifter i TIMSS Advanced tillhör kategorin flerval och resten är jämnt fördelade mellan kortsvar och långsvar (figur 3.6). På NP är den största kategorin långsvar med 56 procent och den näst största är kortsvar med 34 procent. Övriga kategorier är endast representerade i ett fåtal uppgifter och poäng.



**Figur 3.6** Procentuell fördelning av matematikuppgifterna mellan de olika svarstyperna, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Krav på redovisning

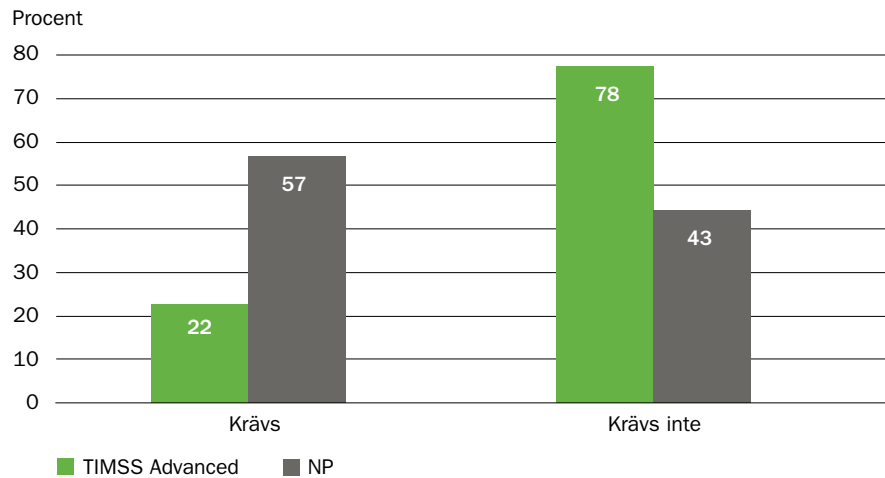
Klassificeringen av uppgifter i förhållande till krav på redovisning möjliggör en jämförelse av hur väl NP respektive TIMSS Advanced prövar förmågan att i skrift uttrycka sig matematiskt. TIMSS Advanced-uppgifter kräver som standard endast ett kort svar på uppgiften. I de fall där redovisning krävs står det speciellt angivet. I NP är förhållandet det omvända, om inget annat anges krävs redovisning för full poäng på uppgiften. I de fall då redovisning inte krävs står det uttryckligen ”Svar: \_\_\_\_\_” eller ”Endast svar krävs”. Alla uppgifter som klassificeras som långsvar klassificeras även som redovisning krävs. De kategorier som använts för jämförelse av krav på redovisning beskrivs kortfattat i tabell 3.7.

**Tabell 3.7** Kategorier för matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån hur mycket eleven förväntas redovisa sin tankegång.

Redovisning	Kod	För full poäng på uppgiften krävs
Krävs	J	redovisade beräkningar eller resonemang
Krävs inte	N	ingen redovisning av beräkningar eller resonemang

Andelen uppgifter där det krävs redovisning av beräkningar och resonemang är i NP 57 procent och i TIMSS Advanced 22 procent (figur 3.7). Det finns inga uppgifter med flerval eller komplext flerval där det krävs redovisningar av beräkningarna.

**Figur 3.7** Andel av matematikuppgifterna där redovisade beräkningar eller resonemang krävs och inte krävs för NP respektive TIMSS Advanced.



## Hur presenteras innehållet i uppgiften?

### Textmängd

Förhållandet mellan mängden text i en uppgift och hur svårt det är för eleverna att lösa den är mer komplex än man kan tro. Naturligtvis kan en längre text medföra svårigheter för elever som har svårt med läsningen, men det kan också vara så att en kort och kompakt text är mer svårläst än en längre. Forskning om läsbarhet har visat att det är textens struktur snarare än textens längd som är viktig, men jämförelse av textmängd ger i alla fall ett mått på likheter och olikheter när det gäller utformningen av uppgifter i TIMSS Advanced och i svenska matematik- och fysikprov. Textmängd mäts enklast i antalet rader text (ett mått som används i Skolverket, 2006b), antalet ord eller antalet tecken.

Metoden att räkna antalet textrader påverkas av spalt- och teckenbredd vilket gör den kategoriseringen mindre pålitlig. Metoden att räkna antalet tecken ger olika utslag för långa respektive korta ord samt är oberoende av teckensnitt och spaltbredd. Att räkna tecken skulle vara ett mycket stort arbete i vårt fall eftersom uppgifterna som kategoriseras i detta arbete endast finns tillgängliga i tryckt form och att det därför inte är möjligt att göra en datorbaserad räkning av antalet tecken. Med denna bakgrund använder vi medelvägen att räkna antalet ord som underlag i denna kategorisering (se tabell 3.8). Enskilda siffror, tecken eller variabelbenämningar räknas inte som ord. Exempelvis räknas ordet ”en” som ett ord men inte siffran ”1”. Ett uttryck eller en ekvation räknas som ett ord.

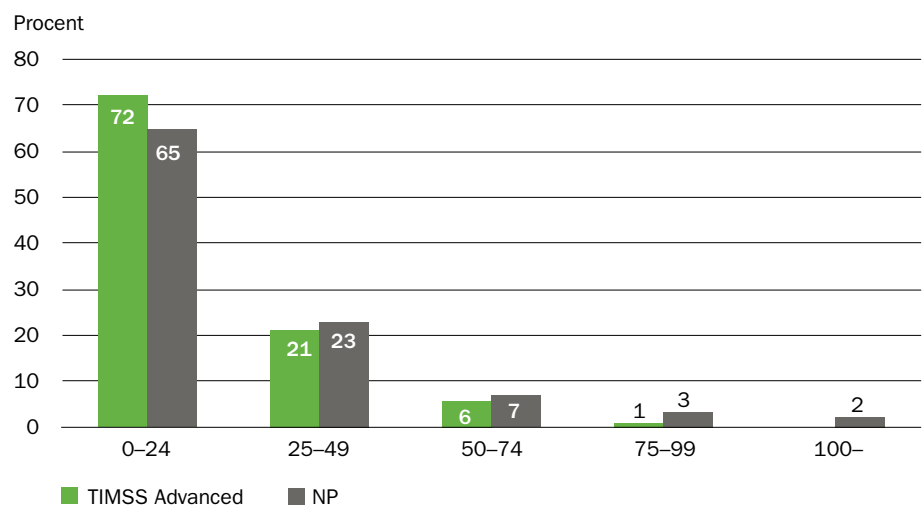
**Tabell 3.8** Kategorier för matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån hur många ord som används för att presentera uppgiften.

Beräkningar	Kod	Uppgifter som presenteras
Inga ord	0	utan några ord
Ett ord	1	med ett ord
Två ord	2	med två ord
Etc.	...	...

Ett uttryck eller en formel räknas också som ett ord. Om en inledande text berör flera deluppgifter har den gemensamma inledande texten enbart räknats till den första uppgiften. I flervalstuppgifter räknas även ord som ingår i de olika svarsalternativen. Renodlade instruktioner, som t.ex. ”endast svar krävs”, räknas inte med i textmängden.

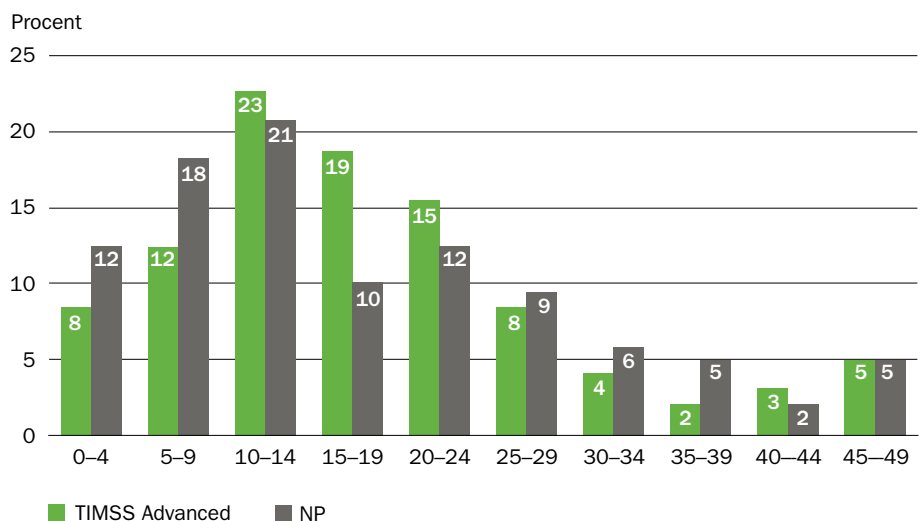
Uppgiftstexterna i NP har 25 ord per uppgift i medeltal och medianen är 16 ord. För uppgifterna i TIMSS Advanced ligger medeltalet på 21 ord och medianen på 17 ord. TIMSS Advanced innehåller inga uppgifter med mer text än 50 ord. 30 procent av poängen på NP tillhör uppgifter med mer än 77 ord. Den uppgift i NP som innehöll mest text innehöll 138 ord. Resultaten visar att skillnaden mellan NP och TIMSS Advanced främst består i att NP innehåller några få uppgifter med väldigt många ord (figur 3.8 och 3.9).

**Figur 3.8** Procentuell fördelning av matematikuppgifter efter textmängd, för NP respektive TIMSS Advanced.



Figur 3.9 visar fördelningen av uppgifter med mindre än 50 ord på mer detaljerad nivå, och förstärker den samlade bilden av att NP och TIMSS Advanced inte skiljer sig åt nämnvärt när det gäller antalet ord i uppgifterna.

**Figur 3.9** Procentuell fördelning av antalet matematikuppgifter utifrån textmängd, för de matematikuppgifter i NP och TIMSS Advanced som innehåller mindre än 50 ord.



## Grafik

Med grafik avses bilder, tabeller, grafer och diagram som förekommer i uppgifterna (tabell 3.9).

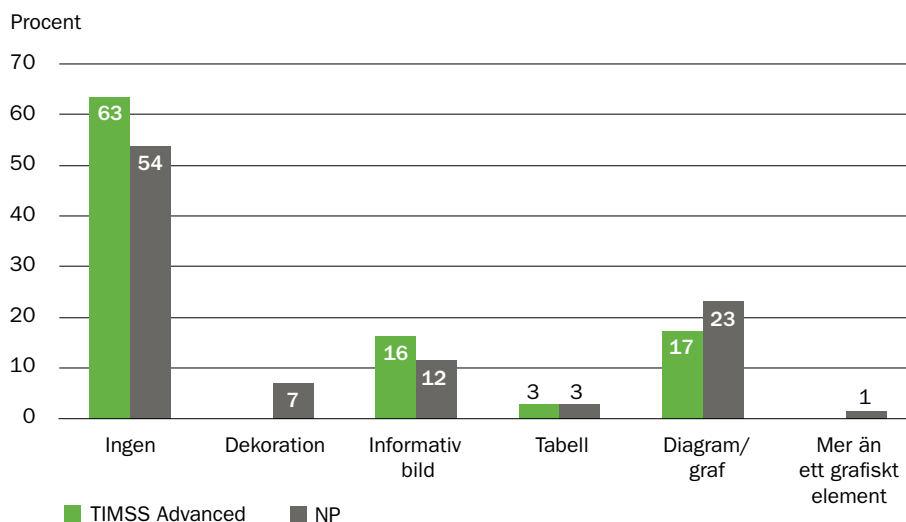
**Tabell 3.9** Kategorier för matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced i förhållande till hur grafik används för att presentera uppgiften.

Grafik	Kod	Uppgifter som presenteras
Ingen	N	utan hjälp av grafik
Dekoration	D	med bild som på något sätt illustrerar uppgiften, men som inte tillför nödvändig information
Informativ bild	B	med bild som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften
Tabell	T	med tabell som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften
Diagram/graf	G	med diagram/graf som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften

I uppgifter med mer än en sorts grafisk illustration anger vi alla typer av grafik. Grafik i gemensam text till deluppgifter, värderas utifrån dess betydelse för varje deluppgift.

Bland de klassificerade uppgifterna i NP finns fem som har mer än en typ av grafisk illustration. Dessa uppgifter ger följaktligen ett bidrag till mer än en typ av grafik i kategoriseringen. Figur 3.10 visar på små skillnader mellan NP och TIMSS Advanced.

**Figur 3.10** Andelen matematikuppgifter där olika typer av grafik ingår, för NP respektive TIMSS Advanced.



## Ämnesord

Svårighetsgraden på de ämnesord som ingår i uppgiftens text klassificeras efter hur sent i utbildningen de har introducerats samt hur vanliga de är. Uppgifterna är klassificerade i fem typer utifrån det ord i texten som har högst nivå (tabell

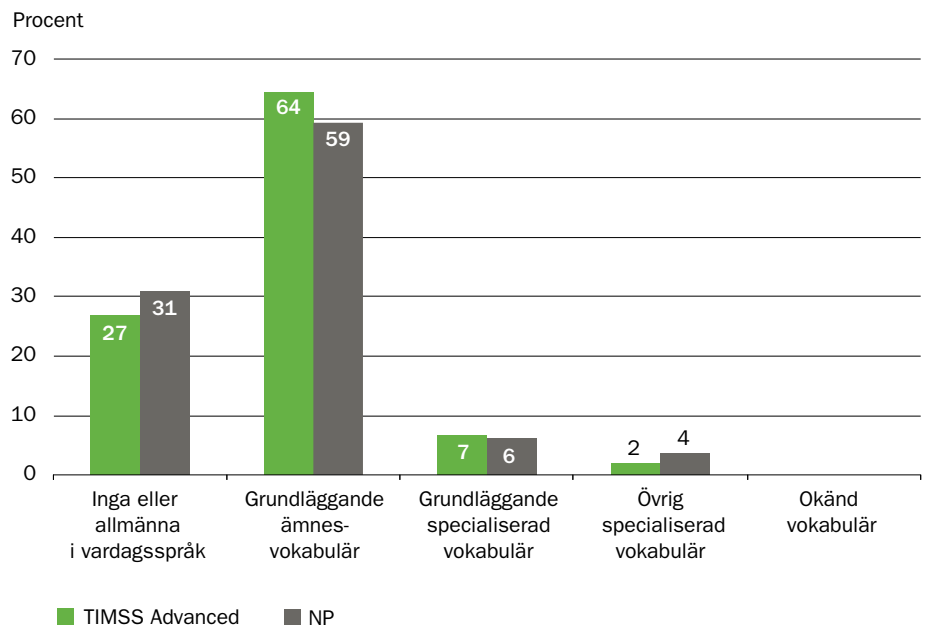
3.10). För att en uppgift ska klassificeras som okänd vokabulär (kod 4), krävs att något ord i uppgiften inte bedöms ingå i kursen Matematik 4. Kategoriseringen av ämnesord är mer subjektiv än de andra kategoriseringarna i studien, men gemensamma kriterier för kategoriseringen av NP och TIMSS Advanced ger ändå meningsfulla jämförelser av ordanvändning.

**Tabell 3.10** Kategorier för matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån förekomsten av ämnesspecifika ord.

Ämnesord	Kod	I presentationen av uppgifterna förekommer
Inga eller allmänna i vardagsspråk	0	inga ord som är speciella för ämnet eller ämnesspecifika ord som förklarats samt begrepp inom ämnessfären som används i vanligt tal
Grundläggande ämnesvokabulär	1	ord som är specifika för det aktuella ämnet och som eleven mött tidigare i sin utbildning, till exempel <i>funktion</i> och <i>riktningskoefficient</i>
Grundläggande specialiserad vokabulär	2	ord som derivata, talföljd, integral, komplexa tal, komplexa talplan, differentialekvation
Övrig specialiserad vokabulär	3	ord som är specifika för det aktuella ämnet och som eleven vanligen förväntas ha lärt under det senaste skolåret och som inte ingår bland orden i koden <i>Grundläggande specialiserad vokabulär</i>
Okänd vokabulär	4	ord som är specifika för det aktuella ämnet och som eleven sannolikt aldrig har stött på

Figur 3.11 visar kategoriseringen av matematikuppgifterna i TIMSS Advanced och NP. Språkanvändningen skiljer sig inte åt nämnvärt. Varken i TIMSS Advanced-proven eller i NP finns ord som klassificeras som okänd vokabulär.

**Figur 3.11** Matematikuppgifterna i NP och TIMSS Advanced kategoriserade utifrån ämnesorden i texten.



### Verklighetsanknytning

Aspekten verklighetsanknytning innehåller samma kategorier som de som användes i motsvarande analys av TIMSS Advanced 2008 (tabell 3.11). Analysen av denna aspekt motiveras av skrivningar i svenska styrdokument och tidigare kursplaner om vikten av att ta upp vardagsliv, samhällsliv och vetenskaplig verksamhet som angelägna matematiska tillämpningsområden. I den nuvarande ämnesplanen för matematik i gymnasieskolan är ett syfte med matematikundervisningen att den ska *bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle*. Det blir då intressant att studera om uppgifter från svenska nationella prov och proven i TIMSS Advanced 2015 skiljer sig åt när det gäller verklighetsanknytning.

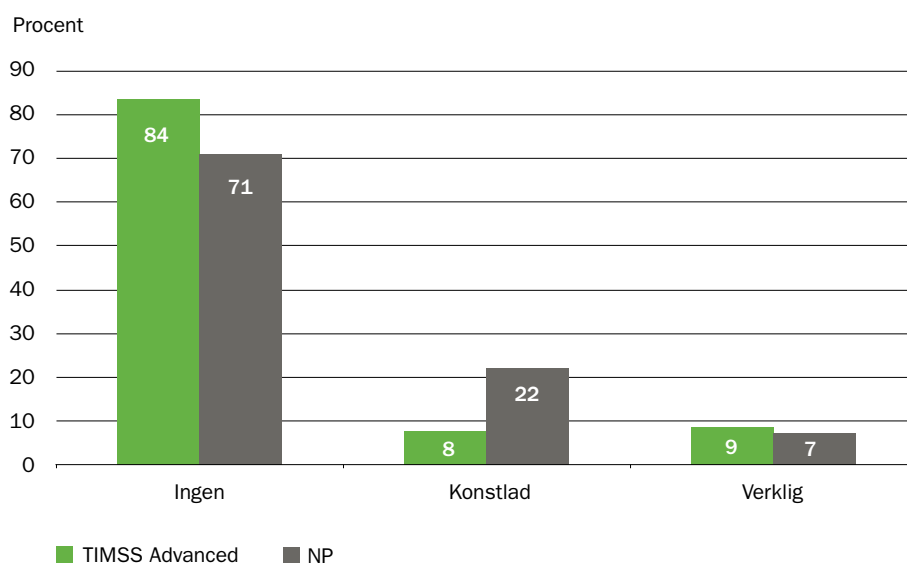
**Tabell 3.11** Kategorier för klassificering av matematikuppgifter från det svenska nationella provsystemet och TIMSS Advanced utifrån uppgifternas verklighetsanknytning

Verklighetsanknytning	Kod	Uppgifter som beskriver ett sammanhang
Ingen	0	som inte anknyter till en värld utanför ämnets interna konkretioner
Konstlad	1	som baseras på en verklighet utanför ämnesteorin och anknyter till praktiska situationer, men med frågor som troligen inte skulle ställas i dessa situationer
Verklig	2	som är verklighetsanknutet (vardagsliv, samhälle, yrkesliv, forskning), med frågeställningar som kan förutsättas vara relevanta i det angivna sammanhanget

I vissa lägen är det svårt att avgöra om en uppgift är konstlad eller verklig. Bedömningen i tveksamma fall har därför varit om frågeställningen framstår som verklig eller inte ur en gymnasieelevs perspektiv.

När det gäller verklighetsanknytning kan man se en viss skillnad, framför allt när det gäller *ingen* och *konstlad* verklighetsanknytning (figur 3.12). De flesta uppgifterna i både TIMSS Advanced och NP är inte verklighetsanknutna.

**Figur 3.12** Procentuell fördelning enligt grad av verklighetsanknytning i matematikuppgifter, för NP respektive TIMSS Advanced.



## Sammanfattningsvis om samstämmigheten mellan uppgifter i nationella prov i matematik och proven i TIMSS Advanced 2015

Ovanstående analys har handlat om en jämförelse mellan uppgifter i svenska nationella prov för kurserna Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4, och uppgifterna i proven till TIMSS Advanced 2015. Analysen gäller vilket ämnesinnehåll som ingår, vilka tankeprocesser som krävs, vilka typer av svar som förväntas och hur ämnesinnehållet presenteras. Analysen pekar på stora likheter mellan uppgifterna i de två systemen, men också på skillnader.

Nationella prov har lika mycket algebra som TIMSS Advanced, mindre differential- och integralkalkyl och mindre geometri. Dessa skillnader är en naturlig följd av att TIMSS Advanced handlar mer specifikt just om avancerad matematik medan nationella prov också har innehåll som betraktas som grundläggande, och som inte alls täcks av provuppgifterna i TIMSS Advanced. Analysen av delområden inom de olika huvudområdena visar inga dramatiska skillnader mellan nationella prov och TIMSS Advanced.

Analysen av vilka tankeprocesser som krävs av eleverna när de löser uppgifterna från proven visar på vissa skillnader mellan nationella prov och TIMSS Advanced. De nationella proven som analyserats innehåller större andelar av uppgifter som handlar om vetande och resonering i matematik, och TIMSS Advanced innehåller större andelar av tillämpningsuppgifter. Här är samstämmigheten alltså inte så hög, men skillnaderna kan i någon mån bero på att de svenska nationella proven i Ma 1–4 har en bredare ansats än TIMSS Advanced, med mer grundläggande matematik.

Analysen av beräkningarna visar ingen skillnad mellan de två uppsättningarna provuppgifter i matematik. Till exempel är andelen uppgifter där inga beräkningar krävs, eller möjligen helt triviala sådana, ungefär densamma i de nationella proven och i TIMSS Advanced. Däremot är värdet av hjälpmedlen olika, TIMSS Advanced har avsevärt större andel uppgifter där varken formelsamling eller miniräknare behövs. Användbarheten hos de formelsamlingar som eleverna får ha skiljer sig inte åt, men de nationella proven har avsevärt större andel uppgifter där miniräknaren behövs. När det gäller svarstyp framträder också stora skillnader.

Analysen av hur uppgifterna ska besvaras visar på att hälften av uppgifterna i TIMSS Advanced är av flervalstyp, medan motsvarande andel för nationella prov ligger under 10 procent. Omvänt är egenproducerade svar, i synnerhet svar som inte bara består av ett uträknat värde eller enstaka ord, vanligare i nationella prov. Denna skillnad återspeglas också i att de nationella proven har en mycket större andel uppgifter som uttryckligen kräver redovisning av beräkningar eller resonemang.

Den fjärde aspekten som analyserats handlar om presentationen av uppgiften och där kan vi inledningsvis konstatera att antalet ord per uppgift inte skiljer sig åt nämnvärt mellan de nationella proven och TIMSS Advanced 2015. Även förekomsten av grafik i uppgifterna (till exempel informativa bilder eller tabeller) är densamma, liksom användningen av vardags- och ämnesspråk.

Merparten av uppgifterna i både nationella prov och TIMSS Advanced är inom-matematiska. De nationella proven har en något större andel verklighetsanknutna uppgifter, men för två tredjedelar av dessa uppgifter har denna anknytning bedömts som konstlad, dvs. inte verklig ur en gymnasieelevs perspektiv.

### 3.6 Resultat för fysik

#### Vilket ämnesinnehåll berör uppgiften?

På motsvarande sätt som för matematiken kategoriserar vi fysikuppgifternas ämnesinnehåll med en taxonomi som utgår från det ämnesinnehåll som ingick i TIMSS Advanced 2008 (Garden, m.fl., 2006). Den är i vissa avseenden anpassad för att kunna kategorisera alla uppgifter i de nationella prov i fysik som analyserats. Här används också samma kategorisering som i motsvarande rapport om samstämmighet 2008 (Skolverket, 2009a). Tabell 3.12 visar de innehållsområden som använts i kategoriseringen.

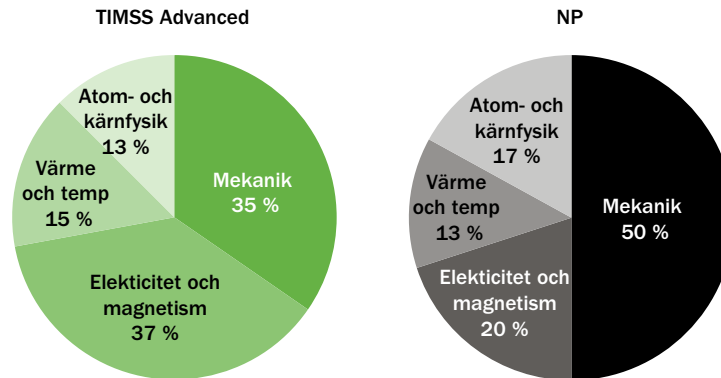


**Tabell 3.12** Huvudområden och delområden som används i kategorisering av uppgifter från nationella prov och TIMSS Advanced utifrån ämnesinnehåll

Kod	Huvudområde	Kod	Delområde
1	Mekanik	1.1	Newtons 1:a och 3:e lag, vätsketryck och jämviktsvillkor.
		1.2	Kinetisk energi, potentiell energi och konservering av mekanisk energi.
		1.3	Vågrörelselära (ljud, vatten och strängar), samband mellan hastighet, frekvens och våglängd, samt brytning och reflexion mot tätare/tunnare medium, stående våg.
		1.4	Krafter (inklusive friktionskrafter) på likformigt accelererade kroppar och krafternas betydelse för rörelsen. Beräkning av hastighet och acceleration.
		1.5	Samband mellan kraft, fart, acceleration och omloppstid vid cirkulär rörelse. Gravitationslagen.
		1.6	Hantering av impulslagen, rörelsemängdens och energins bevarande vid elastisk och oelastisk stöt.
		1.7	Speciella relativitetsteorin, inklusive längdkontraktion och tidsdilatation.
		1.8	Harmonisk svängning, pendel, massa i fjäder.
2	Elektricitet och magnetism	2.1	Coulombs lag. Kraft på laddad partikel i homogent elektriskt fält.
		2.2	Elektriska kretsar och ingående komponenter, Ohms lag, Joules lag.
		2.3	Kraft på laddad partikel i magnetiskt fält, samband mellan elektricitet och magnetism, induktion, Lenz lag, Faradays lag.
		2.4	Elektromagnetisk strålning, identifiera olika typer av strålning utifrån våglängd och frekvens.
		2.5	Optik, brytningsindex, diffraktion, gitter, spalter, interferens, absorption, reflexion
3	Värme och temperatur	3.1	Skillnad mellan temperatur och värme. Strålning, ledning och konvektion. Tillämpning av temperaturjämvikt. Specifik värmekapacitet, förångning, kondensering, smältning/frysning.
		3.2	Värmeutvidgning hos fast och flytande materia, enkel tillämpning av ideala gaslagen, termodynamikens första lag.
		3.3	Svartkroppsstrålningens temperaturberoende, uppskatta temperatur från strålningens våglängd.
		3.4	Principer kring växthuseffekten.
4	Atom och kärnfysik	4.1	atomens och atomkärnans struktur. Tillämpa kunskap om atomnummer och atommassa.
		4.2	Atomers absorptions- och emissionsspektrum. Elektroners kvantifierade energinivåer. Fotoelektrisk effekt, emission av röntgenstrålning.
		4.3	Fission och fusion. Radioaktivt sönderfall. Halveringstider, skaderisker.
5	Enbart matematik-kunskaper	5.1	Uppgifter som kan lösas med enbart matematik och formelsamling.

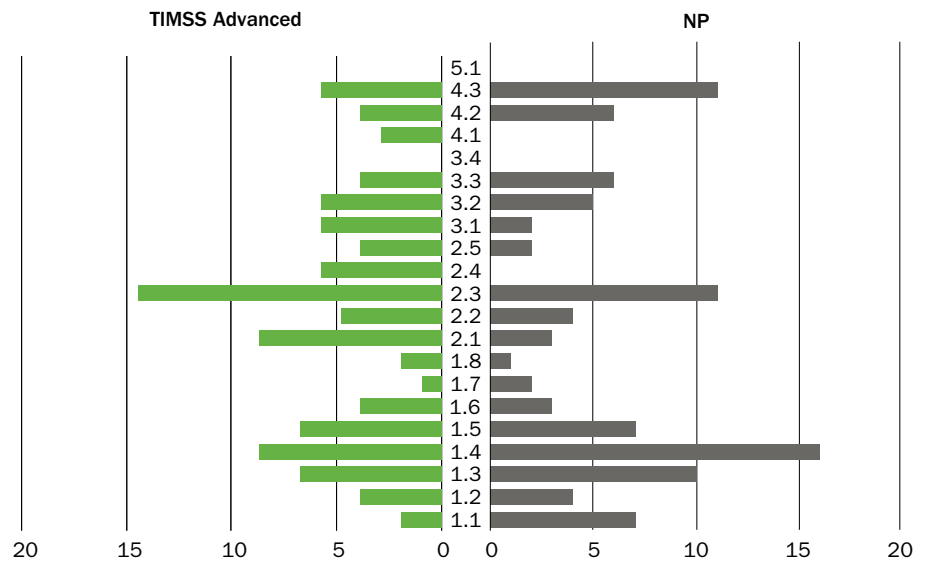
Figur 3.13 visar andelen uppgifter i respektive prov, fördelat på de huvudområden som beskrivs i tabell 3.12. Uppgifter som har ett blandat ämnesinnehåll har fördelats på de ingående kategorierna. Analysen visar att det nationella bedömningsstödet i fysik innehåller större andel uppgifter om mekanik än TIMSS Advanced 2015, och att motsatsen gäller för elektricitet och magnetism. Atom- och kärnfysik respektive värme och temperatur har ungefär lika stor plats i båda uppsättningarna av provuppgifter.

**Figur 3.13** Procentuell fördelning mellan ämnesinnehåll, kategoriserat i huvudområden, för NP respektive TIMSS Advanced.



Jämförelsen av poängfördelningen mellan de innehållsmässiga delområdena visar på en del skillnader (figur 3.14). Några av mekanikens centrala delar är mer välrepresenterade i det nationella bedömningsstödet än i TIMSS Advanced. Det gäller framför allt Newtons andra och tredje lag, vätsketryck och jämviktsvillkor (1.1) samt krafter (inklusive friktionskrafter) på likformigt accelererade kroppar, krafternas betydelse för rörelsen och beräkning av hastighet och acceleration (1.4). Inom huvudområdet elektricitet och magnetism är alla delområden något vanligare i TIMSS Advanced, och delområdet som handlar om Coulombs lag och krafter på laddade partiklar i homogena elektriska fält (2) står för den största skillnaden med 6 procentenheter. Huvudområdet värme och temperatur finns representerat i både TIMSS Advanced-proven och i NP i ungefär samma utsträckning, och här finns endast små skillnader mellan delområden. Inom huvudområdet atom- och kärnfysik är frågor om fission och fusion (4.3) vanligare i de svenska proven.

**Figur 3.14** Procentuell fördelning av fysikuppgifter mellan ämnesinnehåll, kategoriserat i delområden, för NP respektive TIMSS Advanced (beteckningarna på de staplarna förklaras i tabell 3.12).



### Vilka tankeprocesser krävs av eleven?

#### Kognitiv nivå

Klassificeringen av kognitiva nivåer ska visa vilka resonemang och vilka tankeprocesser som krävs för att lösa en uppgift. Lösningen av en uppgift kräver olika tankeverksamhet för olika individer, inte minst beroende på om personen har löst motsvarande eller liknande uppgifter tidigare eller om problemet är nytt. Vi har använt samma definitioner av kognitiva nivåer som i rapporten från 2008 (tabell 3.13).

I TIMSS Advanced kan det finnas uppgifter med ett sådant fysikinnehåll som de svenska eleverna som deltar i studien inte har mött. Det handlar om innehåll som inte ingår i de kurser som eleverna läst, enligt ämnesplanens centrala innehåll. Sådana uppgifter har kategoriserats som *förutsättning saknas*. Eleverna saknar helt enkelt förutsättningar för att lösa problemet, oavsett tankeprocess, eftersom de troligen inte har mött det innehåll som är en förutsättning för att över huvud taget kunna arbeta med uppgiften.

**Tabell 3.13** Nivåer och kategorier för uppgifter från svenska nationella prov och TIMSS Advanced utifrån kognitiva aspekter.

Kognitiv nivå	Kod	Uppgifter där eleven	Kategorier
Veta	1	redogör för fakta och begrepp eller utför givna procedurer	Känna igen och använda vetenskaplig vokabulär, symboler, förkortningar, enheter och skalor i korrekta sammanhang. Återge och identifiera fysikaliska fakta och samband. Förklara egenskaper och samband genom att beskriva fysikaliska processer.
Tillämpa	2	använder faktakunskaper för att välja och ställa upp modeller eller lösa bekanta problem	Förklara fysikaliska koncept genom att använda modeller eller diagram (t.ex. kretsschema eller atommodeller). Välja ut en lämplig metod eller strategi för att lösa ett problem som kan lösas med hjälp av direkta tillämpningar av fysikaliska samband, ekvationer och formler. Förklara företeelser och naturfenomen med hjälp av fysikaliska lagar eller teorier.
Resonera	3	generaliserar och analyserar ett resultat eller ställer upp modeller för komplexa eller obekanta problem samt löser dessa	Analysera ett problem för att avgöra vilka samband och lösningssteg som är nödvändiga att använda vid lösning av problemet. Dra generella slutsatser och bestämma generella formler för att uttrycka fysikaliska samband. Tillämpa slutsatser i nya sammanhang. Lös problem som kräver kunskaper från olika delområden inom fysiken och matematiken. Bevisa om en utsaga är sann eller falsk genom att referera till fysikaliska samband. Formulera hypoteser och göra förutsägelser av fysikaliska fenomen med hjälp av fysikalisk förståelse. Dra slutsatser från och känna igen mönster i given data. Göra giltiga slutledningar med bevis och förståelse av fysikaliska lagar som grund.
Förutsättning saknas	4	måste ha kunskaper utöver innehållet i den aktuella kursen	

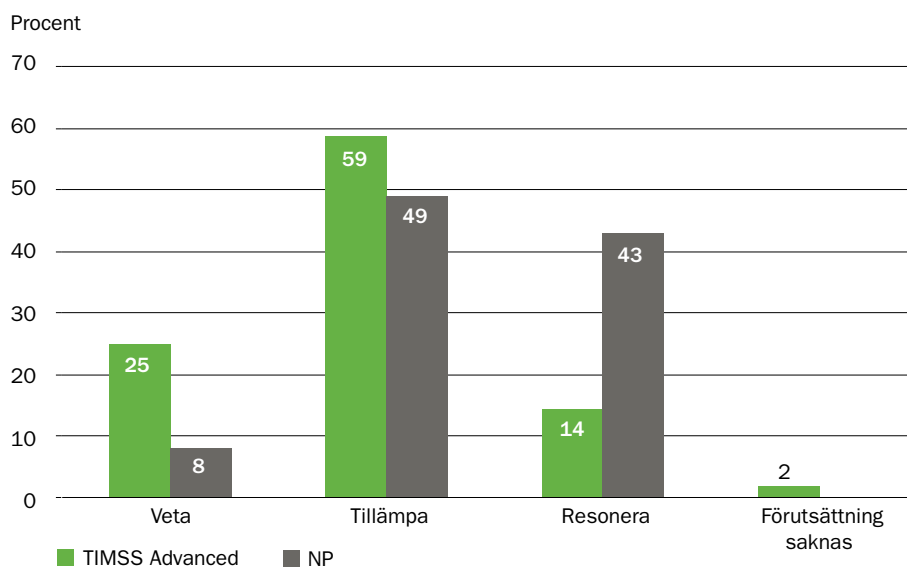
De tre kognitiva nivåerna veta, tillämpa och resonera är rangordnade, med resonera som den högsta nivån och veta som den lägsta. Varje uppgift kategoriseras efter den högsta kognitiva nivå som krävs för att få full poäng och högsta betygs- eller kvalitetsnivå. För att klassificeras enligt en viss nivå räcker det att en av de kategorier som hör till nivån är uppfyllt.

Grundläggande för att en uppgift ska klassificeras som veta är att det anges vilken metod som ska användas. Kategorin veta handlar om att återge fysikaliska fakta och förstå och känna igen fysikaliska termer och symboler. För att en uppgift ska klassificeras som tillämpa krävs någon form av val av metod för att lösa problemet. Generellt är tillämpa-uppgifter av bekant typ. För att en uppgift ska klassificeras som resonera krävs att eleven måste dra slutsatser och vidga sina vyer. Behovet av resonemang kan bero på att sammanhanget är nytt eller på att

problemets lösning involverar flera steg, som baseras på kunskap från flera olika områden inom fysiken.

Jämförelsen av de kognitiva nivåerna visar att provuppgifter i TIMSS Advanced är mer fokuserade på att tillämpa, medan de svenska provuppgifterna fokuserar på både tillämpa och resonera (figur 3.15). I TIMSS Advanced finns en liten andel uppgifter som eleverna saknar förutsättningar att lösa.

**Figur 3.15** Procentuell fördelning av fysikuppgifter mellan kognitiva nivåer, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Beräkningar

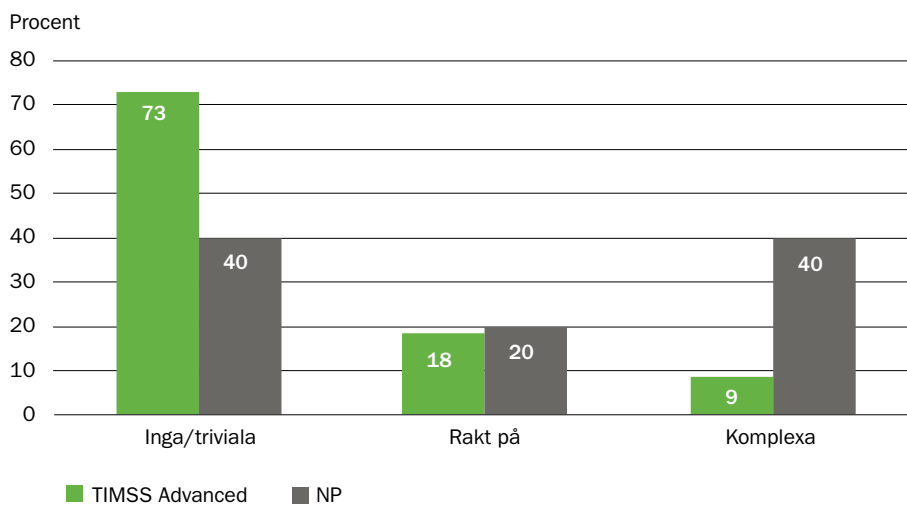
Kategoriseringen av uppgifterna utifrån vilka beräkningar som krävs bygger på samma kategorisering som motsvarande rapport 2008 (tabell 3.14). För att passa gymnasieskolan och på ett meningsfullt sätt spegla uppgifterna utifrån beräkningsaspekten ställer vi här högre krav för att en uppgift ska kategoriseras i den högsta beräkningsnivån (läs mer på sidorna 67–68).

**Tabell 3.14** Kategorier som används i kategorisering av fysikuppgifter från NP och TIMSS Advanced i förhållande till vilka beräkningar som uppgifterna kräver.

Beräkningar	Kod	Uppgifter som kräver
Inga eller triviala	0	inga beräkningar eller endast enkel huvudräkning
Rakt på	1	papper och penna, eller miniräknare, för att hålla reda på beräkningarna. Endast en (1) svår beräkning krävs för att komma fram till svaret på uppgiften
Komplexa	2	ett eller flera delresultat för att kunna utföra den slutgiltiga beräkningen

Figur 3.16 visar att TIMSS Advanced innehåller fler uppgifter med triviala beräkningar, och NP har fler uppgifter som kräver komplexa beräkningar.

**Figur 3.16** Procentuell fördelning mellan olika grader av beräkning i fysikuppgifter för NP respektive TIMSS Advanced.



### Hjälpmedel

Utöver penna och linjal är miniräknare och formelsamling tillåtna hjälpmedel för såväl NP som TIMSS Advanced-proven. För TIMSS Advanced finns en relativt kortfattad formelsamling i provhäftena. För det nationella bedömningsstödet i fysik kan en valfri formelsamling användas och de som eleverna i allmänhet har tillgång till är mycket omfattande. Detta kan uppfattas som att TIMSS Advanced ställer högre krav på utantillkunskaper, men det kan lika gärna betyda att provbanksprovets formelsamling innehåller en mängd fakta som inte kommer till nytta på det aktuella provet och därmed ställer större krav på eleven att målmedvetet söka hjälp av formelbladet. Tabell 3.15 visar de kategorier vi har använt för att analysera frågan om hjälpmedel.

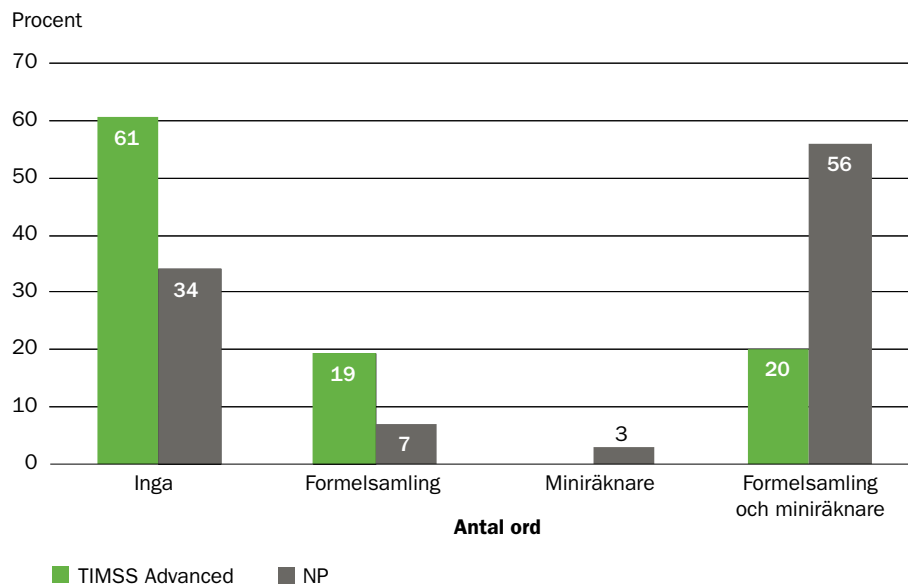
**Tabell 3.15** Kategorisering av uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån betydelsen av de hjälpmedel som eleven har till hands

Hjälpmedel	Kod	Vid lösning av uppgiften
Ingen	O	ger varken formelsamling eller miniräknare väsentlig hjälp
Formelsamling	F	ger formelsamlingen definitioner eller samband som är användbara
Miniräknare	M	tar beräkningar väsentligt längre tid utan miniräknare
Formelsamling och miniräknare	FM	ger både formelsamling och miniräknare stor hjälp

Figur 3.17 visar i hur stor del av respektive prov som något av hjälpmedlen, miniräknare eller formelsamling, är till hjälp. I hälften av TIMSS Advanced-uppgifterna och i en tredjedel av NP-uppgifterna behövs inget hjälpmedel. På hälften av NP-uppgifterna är både miniräknare och formelsamling till hjälp. Motsvarande andel för TIMSS Advanced är endast 20 procent. En förklaring

till att formelsamlingen är mer användbar i de svenska nationella proven att de formelsamlingar som tillåts vid nationella prov är mer omfattande.

**Figur 3.17** Procentuell fördelning av fysikuppgifter mellan hjälpmedel av betydelse för uppgifternas lösning, för NP respektive TIMSS Advanced.



## Vilka krav ställs på elevens svar?

### Svarstyp

Uppgifterna i proven har kategoriserats utifrån svarstyp (tabell 3.16). En del uppgifter kan ge fler än en poäng, och olika typer av svar krävs för olika poängsteg. Dessa uppgifter klassificeras utifrån vilken typ av svar som krävs för att nå full poäng på uppgiften. Indelningen är hämtad från motsvarande rapport 2008 (Skolverket, 2009a).

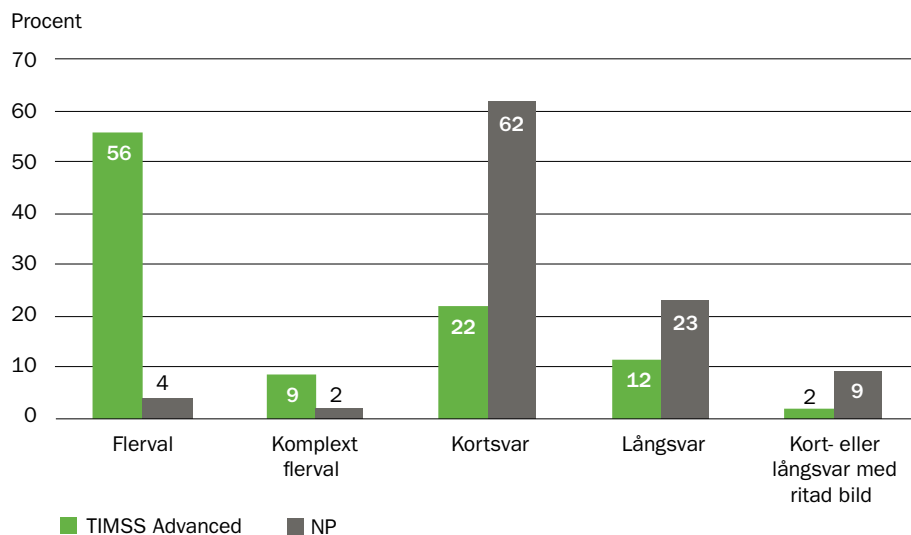
**Tabell 3.16** Kategorier för uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån uppgifternas svarstyp

Svarstyp	Kod	Uppgifter som besvaras genom
Flerval	FV	val bland flera givna svarsalternativ, där antal korrekta alternativ anges i uppgiften
Komplex flerval	KFV	val bland flera givna svarsalternativ, där okänt antal alternativ är korrekta eller där flera olika begrepp ska paras ihop med en definition eller ett fenomen
Kortsvar	KS	uträknat värde eller enstaka ord
Långsvar	LS	elevens egenkonstruerade redovisning eller utsaga som motiveras eller vars giltighet kommenteras
... rita	_r	att bara rita bild, graf eller ställa upp tabell (KS_r), eller att komplettera en utsaga med att rita (LS_r)

Precis som för matematiken domineras fysikuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 av flervalsfrågor. Andelen flervalsfrågor är inte särskilt överraskande eftersom det i ramverket för TIMSS Advanced anges att minst hälften av poängen i TIMSS Advanced ska komma från flervalsfrågor. På NP är den största kategorin kortsvar,

med 62 procent och den näst största kategorin långsvar med 26 procent. Resten fördelas även här på övriga svarstyper. TIMSS Advanced har en avsevärt större andel flervalsfrågor än de svenska NP. De senare domineras i stället av uppgifter där eleverna ska skriva ett kortare eller längre svar (figur 3.18).

**Figur 3.18** Procentuell fördelning av fysikuppgifter mellan de olika svarstyperna för NP respektive TIMSS Advanced.



### Krav på redovisning

Kategoriseringen om redovisning av svaren ska visa i vilken utsträckning proven kräver att eleverna redovisar sina beräkningar och resonemang (tabell 3.17). Provuppgifterna i TIMSS Advanced kräver som standard endast ett kort svar på uppgiften, och i de fall där redovisning krävs står det speciellt angivet. I NP är förhållandet det omvända, om inget annat anges krävs redovisning för full poäng på uppgiften. Krävs ingen redovisning står det uttryckligen att ”endast svar fordras”. Alla uppgifter som klassificeras som långsvar klassificeras även som Redovisning krävs.

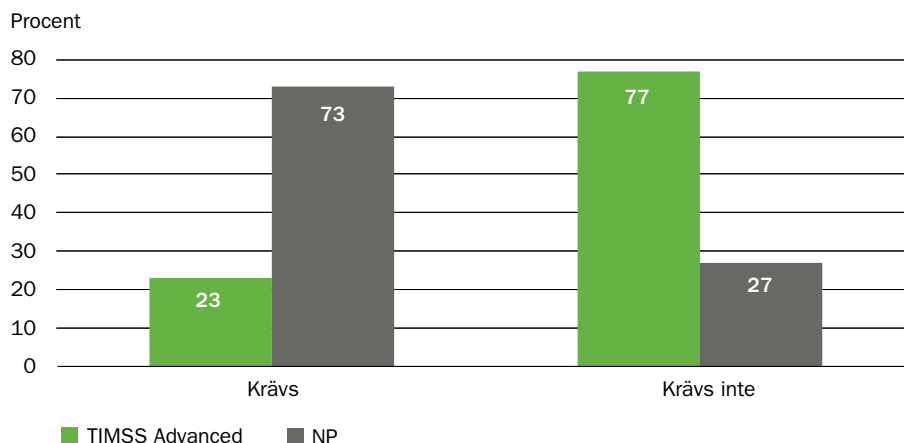
**Tabell 3.17** Kategorier för uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån om eleven förväntas redovisa sin tankegång vid problemlösning.

Redovisning	Kod	För full poäng på uppgiften krävs
Krävs	J	redovisade beräkningar eller resonemang
Krävs inte	N	ingen redovisning av beräkningar eller resonemang

Andelen uppgifter där det krävs redovisning av beräkningar och resonemang är i NP 73 procent och i TIMSS Advanced 23 procent. Det finns inga uppgifter där svarstypen är flerval eller komplext flerval där redovisningar av beräkningar krävs (figur 3.19).



**Figur 3.19** Andel av fysikuppgifterna där redovisade beräkningar eller resonemang krävs och inte krävs för NP respektive TIMSS Advanced.



## Hur presenteras innehållet i uppgiften?

### Textmängd

För att få åtminstone ett grovt mått på textmängden i uppgifterna har vi räknat antalet ord i uppgifterna. Även det snarare är textens struktur än dess längd som spelar roll för läsbarheten så är textens längd intressant att jämföra för att det säger något om vad som krävs av eleverna för att förstå uppgiften.

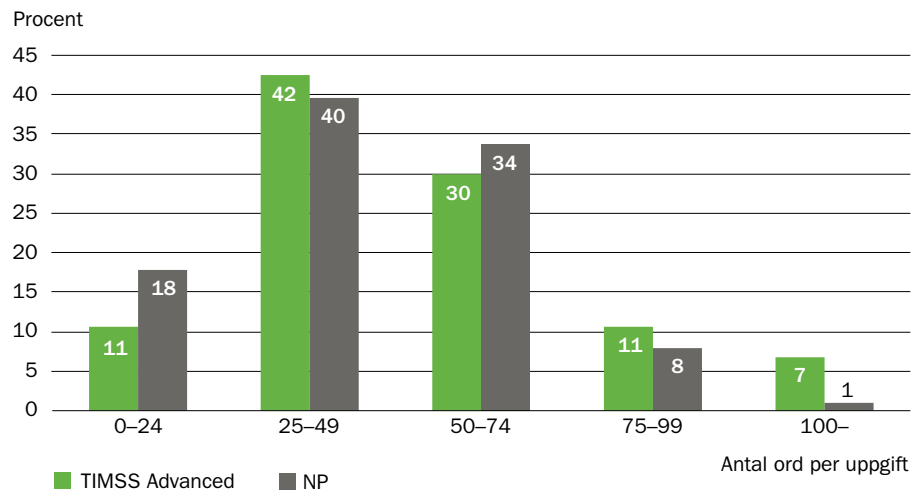
**Tabell 3.18** Kategorier uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån hur många ord som används för att presentera uppgiften.

Beräkningar	Kod	Uppgifter som presenteras
Inga ord	0	utan några ord
Ett ord	1	med ett ord
Två ord	2	med två ord
Etc.	...	...

I de fall där en inledande text berör flera av de följande deluppgifterna har vi räknat ihop orden i den gemensamma texten och deluppgiftens specifika text för varje deluppgift. I flervalsuppgifter räknas ord som ingår i de olika svarsalternativen. Renodlade instruktioner, som t.ex. ”endast svar krävs”, räknas inte med i textmängden.

De svenska NP har 44 ord per provuppgift i medeltal och medianen är 45 ord. För provuppgifterna i TIMSS Advanced ligger medeltalet på 51 och medianen på 45. NP har inga uppgifter med mer än 100 ord, TIMSS Advanced har ett fåtal uppgifter över 100 ord (figur 3.20). Övergripande skiljer sig antalet ord per uppgift inte nämnvärt mellan uppgifterna från svenska nationella prov och proven i TIMSS Advanced 2015.

**Figur 3.20** Procentuell fördelning av fysikuppgifter efter textmängd, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Grafik

Tabell 3.19 beskriver kategorier för förekomsten av grafiska element i uppgifterna.

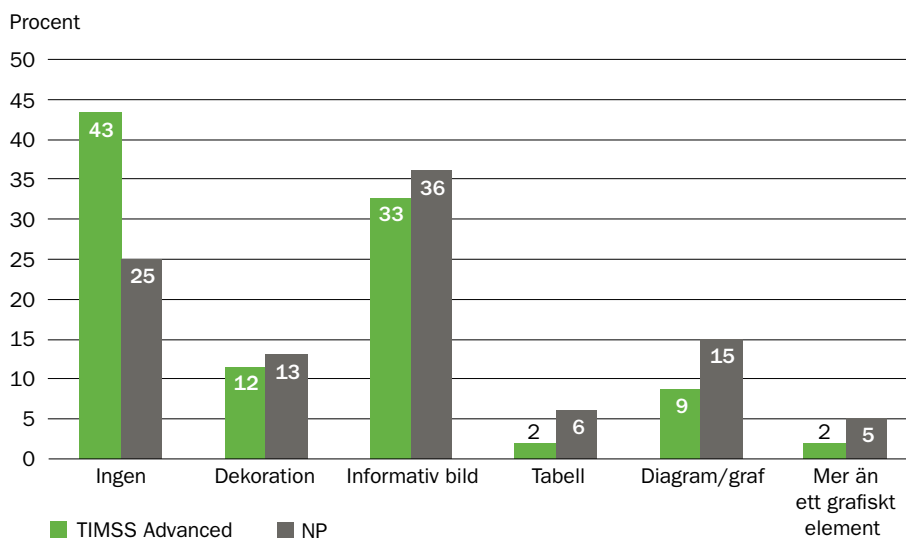
**Tabell 3.19** Kategorier för uppgifter i NP och TIMSS Advanced utifrån hur grafik används

Grafik	Kod	Uppgifter som presenteras
Ingen	N	utan hjälp av grafik
Dekoration	D	med bild som på något sätt illustrerar uppgiften, men som inte tillför nödvändig information
Informativ bild	B	med bild som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften
Tabell	T	med tabell som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften
Diagram/graf	G	med diagram/graf som innehåller nödvändig eller klargörande information som eleven behöver för att kunna besvara uppgiften
Mer än ett grafiskt element	F	Med både diagram och graf, eller någon annan kombination av minst två grafiska element

I uppgifter med mer än en sorts grafisk illustration anges samtliga typer av grafik. En uppgift med både en informativ bild och en tabell, kategoriseras som BT. Grafik i gemensam text till deluppgifter, värderas utifrån dess betydelse för varje deluppgift.

Resultaten redovisas i figur 3.21. Diagrammet visar hur stor andel av poängen som är kopplad till respektive grafisk presentation. Största skillnaden mellan TIMSS Advanced och NP gäller andelen uppgifter där grafik saknas helt, en kategori där 43 procent av provuppgifterna i TIMSS Advanced hamnar, men endast 25 procent av uppgifterna i NP.

**Figur 3.21** Andelen fysikuppgifter där olika typer av grafik ingår, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Ämnesord

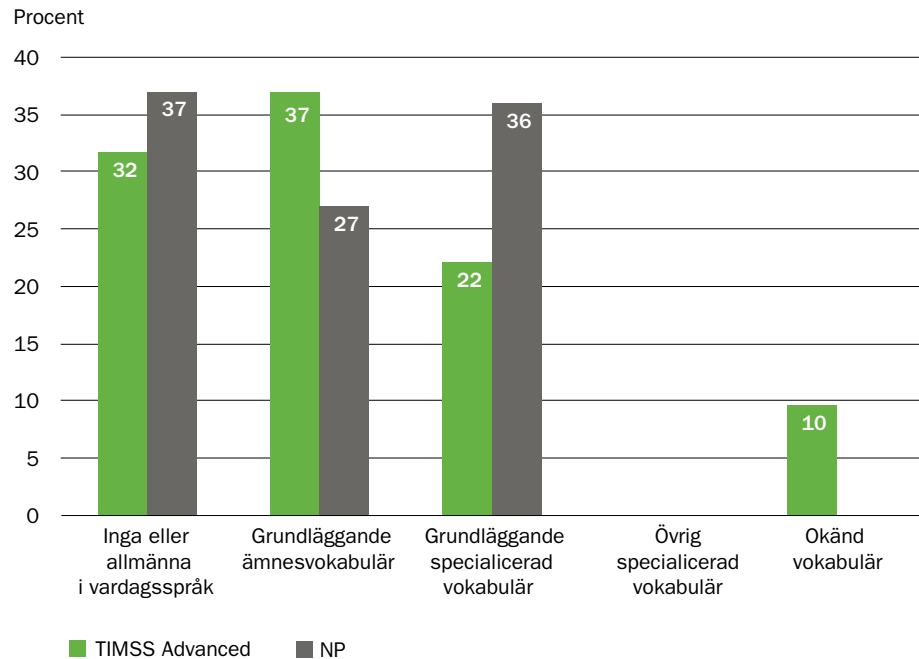
Svårighetsgraden på de ämnesord som ingår i uppgiftens text klassificeras efter hur sent i utbildningen orden har introducerats. Uppgifterna klassificeras enligt det ord i texten som har högst nivå (tabell 3.20).

**Tabell 3.20** Kategorier för uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån förekomsten av ämnesspecifika ord

Ämnesord	Kod	I presentationen av uppgifterna förekommer
Inga eller allmänna i vardags-språk	0	inga ord som är speciella för ämnet eller ämnesspecifika ord som förklarats samt begrepp inom ämnessfären som används i vanligt tal
Grundläggande ämnesvokabulär	1	ord som är specifika för det aktuella ämnet, och som eleven mött i Fysik 1
Specialiserad vokabulär	2	ord som är specifika för det aktuella ämnet, och som eleven vanligen förväntas ha lärt sig i Fysik 2
Övrig specialiserad vokabulär	3	ord som är specifika för det aktuella ämnet och som eleven vanligen förväntas ha lärt sig under det senaste skolåret och som inte ingår bland orden i koden grundläggande specialiserad vokabulär
Okänd vokabulär	4	ord som är specifika för det aktuella ämnet och som eleven sannolikt aldrig har stött på

Figur 3.22 visar resultatet. I vissa fall anses en uppgift vara möjlig att genomföra utan fysikförståelse trots att uppgiften innehåller ämnesspecifika ord. Ett exempel är en uppgift som innehåller ordet halveringstid och som går att lösa med enbart matematik, men det fanns inga sådana uppgifter i TIMSS Advanced eller NP. De svenska proven en större andel ord som är specifika för fysik, TIMSS Advanced har något större andel ord som man kan anta att eleverna aldrig har stött på.

**Figur 3.22** Fysikuppgifterna i NP och TIMSS Advanced kategoriserade utifrån ämnesorden i texten.



### Verklighetsanknytning

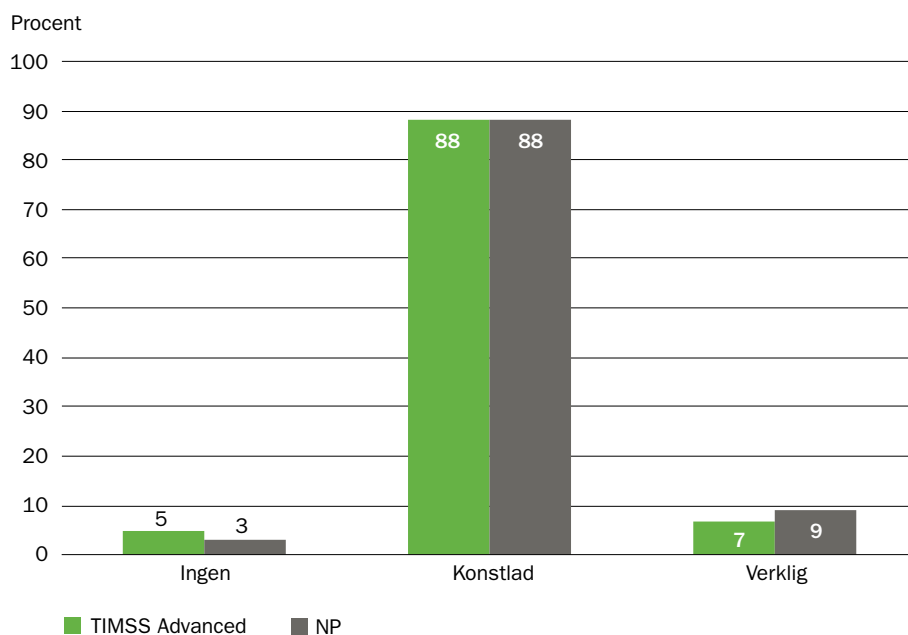
Aspekten verklighetsanknytning är till största del samma som i matematik (tabell 3.21). Eftersom fysik handlar just om att beskriva verkligheten handlar det här om huruvida uppgiften anknyter till en värld utanför ämnesteorin eller inte. Även om lampor i elektriska kretsar förekommer överallt i vardagen, klassificeras inte alla uppgifter som handlar om lampor i elektriska kretsar som att de har verklighetsanknytning.

**Tabell 3.21** Kategorier för uppgifter från NP och TIMSS Advanced utifrån uppgifternas verklighetsanknytning

Verklighetsanknytning	Kod	Uppgifter som beskriver ett sammanhang
Ingen	0	som inte anknyter till en värld utanför ämnet
Konstlad	1	som baseras på en verklighet utanför ämnesteorin och anknyter till praktiska situationer, men med frågor som troligen inte skulle ställas i dessa situationer
Verklig	2	som är verklighetsanknutet (vardagsliv, samhälle, yrkesliv, forskning), med frågeställningar som är relevanta i sammanhanget

De flesta uppgifterna i både TIMSS Advanced och NP har en konstlad verklighetsanknytning, dvs. frågorna är sådana att de förmodligen inte skulle ställas i verkligheten alternativt lösas med betydligt enklare metoder (figur 3.23).

**Figur 3.23** Procentuell fördelning enligt grad av verklighetsanknytning i fysikuppgifter, för NP respektive TIMSS Advanced.



### Sammanfattningsvis om samstämmigheten mellan uppgifter i det nationella bedömningsstödet i fysik och proven i TIMSS Advanced 2015

Ämnesinnehållet skiljer sig övergripande åt genom att det nationella bedömningsstödet i fysik innehåller större andel uppgifter om mekanik, och mindre andel uppgifter om elektricitet och magnetism än TIMSS Advanced 2015. Omfattningen av huvudområdena atom- och kärnfysik samt värme och temperatur skiljer sig däremot inte åt. För mekanikens del är det främst delområdena som handlar om Newtons första och andra lag, vätsketryck och jämviktsvillkor som får större plats i bedömningsstödet än i TIMSS Advanced, samt krafter (inklusive friktionskrafter) på likformigt accelererade kroppar, krafternas betydelse för rörelsen och beräkning av hastighet och acceleration. TIMSS Advanced har mer om elektricitet och magnetism i alla delområden.

Kategoriseringen av vilka tankeprocesser som krävs för att lösa uppgifterna visar en tydlig förskjutning mot vetande i fysik för TIMSS Advanced och mot resonemang i fysik för det svenska bedömningsstödet. I båda fallen skiljer sig andelarna med en faktor tre. Andelen uppgifter som handlar om att tillämpa fysiken är ungefär lika, men med viss övervikt för TIMSS Advanced. Till denna kategori räknar vi också frågan om vilka beräkningar som krävs för att lösa uppgifterna, andelen som inte kräver några beräkningar eller endast triviala sådana är mycket större i TIMSS Advanced. För komplexa beräkningar gäller motsatsen, de är mycket vanligare i de svenska proven.

Vi har också analyserat hur viktiga formelsamlingar och miniräknare är för elevernas möjligheter att lösa provuppgifterna. Andelen uppgifter där inget av dessa hjälpmedel behövs är mycket större i TIMSS Advanced, och i så mycket som hälften av fysikuppgifterna i det nationella bedömningsstödet är både miniräknare och formelsamlingar till hjälp. Skillnaden ligger framför allt i hur

användbar formelsamlingen är, det beror troligen på att formelsamlingen som är tillåten i proven från bedömningsstödet innehåller mer.

Nästa övergripande jämförelse handlar om vilka krav som ställs på elevernas svar. Här visar analysen på stora skillnader när det gäller svarstyp. Över hälften av uppgifterna i TIMSS Advanced är av flervalstyp, och knappt några uppgifter alls i det nationella bedömningsstödet. Motsatsen gäller för både korta och långa egenproducerade svar. Stora skillnader i kraven på elevernas svar visar sig också i att andelen uppgifter där redovisning av beräkningar eller resonemang krävs är tre gånger så stor i det nationella bedömningsstödet.

Uppgifternas presentation av innehållet har vi analyserat genom att räkna antalet ord som ett grovt mått på läsbarhet. I antalet ord per uppgift skiljer sig inte bedömningsstödet i fysik och TIMSS Advanced 2015. Andelen uppgifter som saknar grafiska inslag är större i TIMSS Advanced, och det är framför allt tabeller som är vanligare i det nationella bedömningsstödet i fysik. Andelen uppgifter som endast använder sig av vardagliga ord är ungefär densamma i båda uppsättningarna provuppgifter, men det nationella bedömningsstödet provuppgifter har en större andel ord som är specifika för mer avancerad fysik. I en tiondel av uppgifterna från TIMSS Advanced förekommer ord som är specifika för fysik men som eleverna sannolikt aldrig stött på. I bedömningsstödet fysikprov finns inga sådana uppgifter.

Nästan alla uppgifter i både det nationella bedömningsstödet och i TIMSS Advanced har någon form av verklighetsanknytning. Analysen visar på att det i nästan alla uppgifter handlar om en konstlad verklighetsanknytning, dvs. att den baseras på en verklighet utanför ämnesteorin och anknyter till praktiska situationer, men med frågor som troligen inte skulle ställas i dessa situationer.

### 3.7 Sammanfattning och diskussion av delstudie 2

I det här kapitlet jämför vi provuppgifter från TIMSS Advanced 2015 med provuppgifter från de skriftliga delarna av svenska nationella kursprov och bedömningsstöd. Proven ger en bild<sup>2</sup> av vad eleverna förväntas ha lärt sig och hur de förväntas visa vad de lärt sig, och analysen kompletterar därmed den analys av ämnesplaner och ramverk som redovisats i kapitel 2. Om de nationella proven visar vad den svenska gymnasieskolan förväntar sig att eleverna ska kunna kan samstämmigheten med proven i TIMSS Advanced 2015 visa vilka möjligheter eleverna har haft att visa vad de kan i de proven.

Analysen visar på både likheter som skillnader mellan provuppgifterna från nationella prov i matematik för kurserna Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4 och matematikuppgifterna i TIMSS Advanced 2015. De två uppsättningarna av provuppgifter skiljer sig åt när det gäller balansen mellan olika ämnesinnehåll, men detta förklaras i hög grad av att urvalet prov från det svenska systemet gjorts så brett. Även balansen mellan tankeprocesser skiljer sig åt, och här kan inte skillnaden lika självklart förklaras med provurvalet. Det svarsformat som används i proven skiljer sig åt i hög grad, där flervalsfrågor har en avsevärt större

---

2. När det gäller ämnen i den svenska gymnasieskolan betyder det inte nödvändigtvis att de nationella proven representerar hela bredden av vad eleverna förväntas lära sig, men de har samma möjligheter och begränsningar som proven i TIMSS Advanced, vilket gör jämförelsen meningsfull.

plats i TIMSS Advanced, men frågeformuleringarna och den språkliga utmaningen i uppgifterna är densamma.

För fysikens del jämfördes uppgifterna från prov som ingår i det nationella bedömningsstödet för Fy 1 och Fy 2 med fysikuppgifterna från TIMSS Advanced 2015. Likheterna och skillnaderna mellan dessa uppsättningar av provuppgifter är ungefär samma som för matematik.

## Ämnesinnehåll

För matematikens del innehåller de svenska proven större andel algebra, mindre andel differential- och integralkalkyl och lika stor andel geometri som provuppgifterna i TIMSS Advanced 2015. Men den mer detaljerade innehållsanalysen (figur 4) visar på övergripande god täckning av det innehåll som provas i TIMSS Advanced. Det finns skillnader i hur stor plats som olika områden tar i proven, men det är väldigt litet som inte finns med i båda uppsättningarna provuppgifter.

Skillnaden i tyngdpunkt beror delvis på urvalet av prov från det nationella provsystemet. Innehåll i TIMSS Advanced kan återfinnas i alla fyra av de inledande matematikkurserna, dvs. Ma 1c, Ma 2c, Ma 3c och Ma 4, och vi har därför tagit med nationella prov från alla dessa kurser i analysen av samstämmighet. Samtidigt innebär det att matematikinnehåll som i ett TIMSS Advanced-perspektiv knappast skulle betecknas som ”Advanced” kommer med bland uppgifterna från nationella prov. Det gäller till exempel mer grundläggande algebra, vilket möjligen kan förklara att detta område är överrepresenterat i de svenska proven.

I fysik har de svenska proven mindre andelar av uppgifter som handlar om mekanik samt elektricitet och magnetism, samt lika stora andelar som handlar om kärnfysik samt värme och temperatur, jämfört med TIMSS Advanced 2015. Här är skillnaderna ännu mindre än i matematik och de skillnader som finns kan på motsvarande sätt som för matematiken bero på urvalet. Fy 1 och Fy 2 har i vissa avseenden en bredare täckning än fysiken i TIMSS Advanced, vilket kan ge skillnader i tyngdpunkten på ämnesområden. Det som tas upp i de svenska proven täcker i alla fall i hög grad det ämnesinnehåll som tas upp i TIMSS Advanced 2015.

## Tankeprocesser

Analysen handlar också om vilka tankeprocesser som eleverna förväntas använda sig av när de löser provuppgifterna. I matematik präglas de svenska provuppgifterna mer av vetande och resonering och mindre av tillämpning än provuppgifterna i TIMSS Advanced 2015. Typen av beräkningar skiljer sig inte åt, men de svenska nationella proven har större andel uppgifter där miniräknaren har betydelse för möjligheten att lösa uppgiften. Skillnaden när det gäller miniräknar användning beror delvis på att de nationella proven innehåller uppgifter som är närmast omöjliga att lösa utan miniräknare, och något motsvarande finns inte i TIMSS Advanced 2015. Eleverna har tillgång till samma avancerade miniräknare i båda proven och skillnaden i miniräknarens roll innebär inte att TIMSS Advanced ställer högre kognitiva än de nationella proven, snarare tvärtom.

I fysik fanns också skillnader mellan provuppgifterna från de svenska proven och TIMSS Advanced 2015, men skillnaderna hade något annorlunda karaktär. De svenska provuppgifterna hade mindre andel vetande och större andel resonerande än uppgifterna i TIMSS Advanced 2015. Enligt analysen var krav på komplexa beräkningar vanligare i de svenska proven, och andelen uppgifter där inga eller endast triviala beräkningar behövdes var mindre. Men i fysiken är det framför allt formelsamlingen som spelar roll vid lösningen av uppgifterna i de svenska proven.

Det matematiska inslaget i fysikuppgifterna i TIMSS Advanced analyserar vi närmare i kapitel 4 och diskuterar därför inte skillnaderna i krav på beräkningar här, men det står klart att skillnaden snarare tyder på högre beräkningskrav i de svenska proven än i TIMSS Advanced 2015. Vidare spelar formelsamlingen större roll för lösandet av de svenska provuppgifterna, vilket kan bero på att eleverna vid de proven har en mer innehållsrik formelsamling än i TIMSS Advanced. Det är alltså inte så mycket en skillnad i uppgifterna som i det hjälpmedel som eleverna har tillgång till. Detta är möjligen en relevant skillnad mellan vad svenska elever är vana vid och vad de förväntas göra när de genomför proven i TIMSS Advanced. Denna skillnad är också kopplad till inriktningen på vetande i uppgifterna, med en mindre utförlig formelsamling blir kraven högre på att eleverna minns delar av fysikinnehållet.

### Krav på svar i uppgifterna

I både matematik och fysik är det avsevärt större andelar flervalsuppgifter i TIMSS Advanced än i svenska nationella prov och bedömningsstöd, och följaktligen har de svenska proven större andelar uppgifter som kräver redovisning av beräkningar eller resonemang. Skillnaden kan innebära att svenska elever är ovana vid flervalsfrågor och har svårt att besvara dem. Till exempel finns en risk att eleven inte uppmärksammar komplexiteter i flervalsfrågor, som nödvändigheten av att utföra beräkningar och resonemang även om de inte redovisas, utifrån en förväntan på att flervalsfrågor ska vara enkla och okomplicerade.

### Presentation av uppgiften

Varken i matematik eller fysik skiljer sig uppgifterna i de svenska proven från uppgifterna i TIMSS Advanced 2015 när det gäller antal ord per uppgift. Det tyder på att läsutmaningen i de två uppsättningarna provuppgifter är ungefär lika stor. Analysen av ordanvändning visar också på likheter för både matematik och fysik i de svenska proven och TIMSS Advanced 2015. Visserligen innehåller TIMSS Advanced 2015 några fysiktermer som eleverna troligen aldrig stött på och det nationella bedömningsstödet i fysik har något större andel ord som är specifika för avancerad fysik, men övergripande är skillnaderna små.

I användningen av grafiska inslag som figurer och tabeller finns heller inga skillnader i matematik men i fysik är framför allt tabeller vanligare i det svenska nationella bedömningsstödet än i TIMSS Advanced 2015. De två uppsättningarna provuppgifter skiljer sig inte åt när det gäller uppgifternas verklighetsanknytning. I båda systemen är matematikuppgifterna i hög grad inommatematiska och fysikuppgifterna i lika hög grad kopplade till fenomen och



företeelser med verklighetskoppling. Sammantaget presenteras uppgifterna på ett likartat sätt i de svenska prov som undersökts och i TIMSS Advanced 2015.

### Jämförelse med motsvarande analys av TIMSS Advanced 2008

Eftersom en liknande analys genomfördes i förhållande till TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a) är det intressant att se om resultaten skiljer sig åt, och om samstämmigheten i något avseende förändrats. Det finns en hel del likheter mellan studierna, till exempel när det gäller den taxonomi som använts, men några skillnader gör att jämförelsen måste göras med försiktighet. För det första är kategoriseringarna gjorda av olika grupper av bedömare, och det finns ingen kontroll av om den genomförts i alla avseenden lika. Även om definitionerna av de flesta av kategorierna är samma så finns det alltid ett tolkningsutrymme som gör att en ny grupp bedömare kan göra något andra tolkningar. Inom varje studie finns en stabilitet som baseras på att samma bedömare kategoriseras såväl svenska provuppgifter som provuppgifter från TIMSS Advanced 2015, men detta är inte lika självklart mellan studierna.

För det andra finns en viktig skillnad mellan den studie som presenterats här och motsvarande studie i samband med TIMSS Advanced 2008 som handlar om urvalet av de svenska prov som analyserats. Då analyserades endast nationella prov från kurserna Matematik D och Matematik E, dvs. kurser som rimligen kan beskrivas innehålla avancerad matematik på gymnasienivå. Dessa kurser motsvarade i hög grad det som i dag finns i Ma 3c och Ma 4 (och i viss mån Ma 5). I fysik användes enbart prov i Fy B (den högre av de två första fysikkurserna i gymnasieskolan) i jämförelsen med TIMSS Advanced 2008, medan vi i denna analys har använt oss av prov från både Fy 1 och Fy 2.

Urvalet motiverades i rapporten från den studien (Skolverket, 2009a) med att ”de ligger närmast TIMSS när det gäller bland annat ämnesinnehåll och elevernas ålder” (s. 79). Samtidigt konstaterades att ”valet att endast jämföra uppgifter från de här kurserna med TIMSS leda till en skev jämförelse eftersom det finns visst ämnesinnehåll som endast berörs i de tidigare kurserna” (ibid. s. 79–80). Detta är även huvudargumentet till att göra ett annat urval av svenska prov till studien av samstämmighet mellan svenska prov och TIMSS Advanced 2015. I det ena fallet kommer vissa områden inte med i de svenska proven på grund av ett snävare urval av avancerade kurser, och i det andra fallet kommer även mer grundläggande innehåll med som möjligen inte ingår i den mer avancerade matematiken och fysiken som prövas i TIMSS Advanced.

En tredje skillnad är att den förra studien jämförde andelen utdelade poäng i olika kategorier, medan denna i stället jämför andelen uppgifter med olika karakteristika. Även här finns fördelar och nackdelar med att välja den ena eller andra modellen. I analysen av TIMSS Advanced 2015 har vi valt att redovisa resultat som andel av uppgifter eftersom det är mindre komplext och lättare att förklara och förstå. Även om principerna för poängsättning skiljer sig åt mellan de svenska proven och TIMSS Advanced (de svenska proven är mer generösa) så finns det ingen anledning att misstänka att resultatbilden förändras radikalt med valet av den ena eller andra modellen för jämförelse. Tolkningen av poäng på enskilda uppgifter och hur de påverkar resultatbilden på provet som helhet är också svår eftersom TIMSS Advanced använder sig av en komplex modell för beräkning av provresultat, där den enskilda uppgiftens bidrag inte är självklart och enkelt att fastställa.

Med ovanstående i minnet ska vi ändå kortfattat diskutera likheter och skillnader i samstämmighet mellan nationella och bedömningsstöd och TIMSS Advanced, mellan 2008 och 2015.

För matematiken såg bilden av ämnesinnehållet i jämförelse med TIMSS Advanced annorlunda ut 2008 jämfört med 2015. I den förra studien kännetecknades de analyserade svenska proven av mycket mer integral- och differentialkalkyl, ungefär lika mycket algebra och avsevärt mindre geometri än TIMSS Advanced. Att det 2015 i stället är algebran som framför allt tar plats i de svenska proven kan bero på att prov från lägre gymnasiekurser tagits med och därmed mer grundläggande matematikområden. Analysen av tankeprocesser i förhållande till TIMSS Advanced 2008 visade på lika stora andelar av de tre huvudområdena i TIMSS Advanced och i de nationella proven. I förhållande till TIMSS Advanced 2015 tyder resultaten på en viss förskjutning mot vetande och resonering i de svenska proven. På grund av att kategoriseringen av tankeprocesser är en av de svåraste att göra konsekvent mellan bedömare, utan särskilda åtgärder för att skapa likvärdighet, måste denna förskjutning tolkas med stor försiktighet.

På samma sätt som i TIMSS Advanced 2015 präglades proven i TIMSS Advanced 2008 av en stor andel uppgifter där inga hjälpmedel behövs, och i de nationella proven var det framför allt formelsamlingen som var mer användbar i de svenska proven. Formelsamlingen är omarbetad TIMSS Advanced 2015 och möjligen kan skillnaden i användbarhet för formelsamlingen ha minskat något till TIMSS Advanced 2015 på grund av det. Även i TIMSS Advanced 2008 var kortsvar mycket vanligare än i de nationella prov som ingick i jämförelsen, och där är resultatbilden densamma 2015. I presentationen av uppgifterna kunde några små skillnader identifieras mellan nationella prov och proven i TIMSS Advanced 2008.

För fysiken så var också bilden av det ämnesinnehåll som representeras i svenska prov och prov från TIMSS Advanced något annorlunda 2008, vilket beror på urvalet av svenska prov för analysen. I den jämförelse som gjordes med TIMSS Advanced 2008 konstaterades att de svenska proven från Fy B innehöll mer om mekanik och mindre om värme och temperatur än proven i TIMSS Advanced. Jämförelsen av prov från Fy 1 och Fy 2 med proven från TIMSS Advanced 2015 visar däremot på mindre andel mekanik och mindre andel elektricitet och magnetism. Förutom att detta har med urvalet av prov att göra kan möjligen en skillnad ligga i de nuvarande ämnesplanerna är mer preciserade om innehållet, vilket kan ha inneburit att detta innehåll fått en tydligare plats i bedömningsstöden. Det gäller till exempel området värme och temperatur.

I både TIMSS Advanced 2015 och TIMSS Advanced 2008 var det vanligare med uppgifter som krävde vetande och mindre vanligt med uppgifter som krävde resonering, än i de svenska proven. Även betoningen av typen av beräkningar var samma 2008 som 2015, med större fokus på uppgifter med inga eller triviala beräkningar i TIMSS Advanced och mer av komplexa beräkningar i de svenska proven. TIMSS Advanced hade avsevärt större andel uppgifter där hjälpmedel inte hade någon större betydelse, och både formelsamling och miniräknare var viktigare i de svenska fysikproven. Även här har resultatbilden knappast ändrats till 2015.

Flervalsuppgifter var mycket vanligare i TIMSS Advanced 2008 än i de svenska proven, ett resultat som också gäller för TIMSS Advanced 2015.

Slutligen kan vi konstatera att inte heller bilden av hur uppgifterna presenteras har förändrats nämnvärt från 2008 till 2015. Vissa skillnader mellan svenska prov och proven i TIMSS Advanced 2008 kunde identifieras, till exempel större andel uppgifter utan grafiska inslag i TIMSS Advanced och större andel specialiserad vokabulär i de svenska proven. Varken 2008 eller 2015 upptäcktes någon skillnad i uppgifternas verklighetsanknytning.

### Slutsats

Vår bedömning är att samstämmigheten är god mellan svenska nationella prov i matematik respektive prov i fysik från det svenska nationella bedömningsstödet och proven i TIMSS Advanced 2015, trots de skillnader vi beskriver. Framför allt innehåller de svenska proven det mesta av det som TIMSS Advanced prövar, vilket innebär att jämförelsen tyder på att de svenska eleverna bör ha fått möjlighet att lära sig det som ingår i proven för TIMSS Advanced.

En intressant skillnad mellan de svenska proven och TIMSS Advanced 2015 är att olika kognitiva nivåer har olika tyngd. Resultaten för den kognitiva kategoriseringen måste tolkas med försiktighet eftersom kategoriseringen är svår att göra och eftersom det inte är ovanligt att uppgifterna kan täcka ett brett spektrum av kognitiva utmaningar. Dessutom är ju användningen av tankeprocesser individuell och kategoriseringen bygger på en bedömning av vad elever i allmänhet borde göra när de löser uppgiften. Skillnaderna i kognitiv kategorisering är alltså inget allvarligt hot mot de svenska provens relevans för TIMSS Advanced 2015.

Skillnaderna i hur eleverna förväntas svara på uppgiften och vilka hjälpmedel de har till hands är också intressanta och väl värda att studera vidare. Även om elever inte är vana vid flervalfrågor i sina prov i matematik och fysik är det ju ingen ovanlig form av fråga i andra sammanhang i Sverige. Som hjälpmedel och trygghet kan eleverna möjligen sakna en rik formelsamling vid proven i fysik i TIMSS Advanced, men elever som kan fysik bör ändå inte ha något problem att lösa uppgifterna.



KAPITEL 4

# Relationen mellan matematik och fysik i TIMSS Advanced 2015



## 4. Relationen mellan matematik och fysik i TIMSS Advanced 2015

I den svenska nationella rapporten från TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009b) diskuterades relationen mellan matematik och fysik som en möjlig förklaring till de kraftigt försämrade resultat som kunde observeras jämfört med TIMSS Advanced 1995. Denna hypotes fick ytterligare stöd genom en studie från 2013 som visade att praktiskt taget hela resultatnedgången i fysik från 1995 till 2008 i Sverige kan kopplas till fysikuppgifter som har ett tydligt matematikinslag (Nilsen, Agnell och Grønmo, 2013). Elevernas förståelse när det gäller renodlade fysikaliska begrepp var alltså lika bra 2008 som 1995, men deras förmåga att använda relevant matematik i fysiken hade försämrats. Sådana resultat ger oss anledning att särskilt studera kopplingen mellan fysik och matematik i ämnesplanerna och hur den förändrats, och att fortsätta följa resultatutvecklingen på fysikuppgifter med och utan matematikinslag i TIMSS Advanced.

### 4.1 Inledning

I ramverket för TIMSS Advanced 2015 (Mullis & Martin, 2014) identifieras tre kategorier av tankeprocesser som eleverna förväntas använda för att besvara provfrågorna. *Veta* omfattar förmågor som att komma ihåg, känna igen och beskriva fakta, begrepp och procedurer som behövs för en solid grund i fysik. *Tillämpa* fokuserar på att använda vetande för att generera uttryck och lösa problem. *Resonera* innefattar att kunna använda bevis och fysikalisk förståelse för att analysera, syntetisera och generalisera, ofta i okända situationer och komplexa sammanhang. I detta ramverk blir matematikens betydelse för fysik särskilt synlig inom områdena tillämpa och resonera. I tillämpa nämns till exempel att eleverna ska ”kunna använda diagram eller andra modeller för att visa förståelse för fysikaliska begrepp” samt att de ska kunna ”använda fysikaliska samband, ekvationer eller formler för att kunna bestämma kvalitativa eller kvantitativa lösningar”. Inom resonera anges bland annat att eleverna ska kunna ”integrera matematiska begrepp i lösningen till fysikaliska problem”. Det nämns vidare i ramverket att fysikstudenter måste behärska ett fysikaliskt arbetssätt, vilket inkluderar matematiska färdigheter för att till exempel kunna bearbeta och tolka data och föreslå lämpliga förklaringsmodeller. Eftersom ramverket ska styra hur TIMSS-proven utformas innehåller TIMSS Advanced en hel del uppgifter som har ett matematikinslag.

Även ämnesplanen för fysik i den svenska gymnasieskolan innehåller beskrivningar av matematikinslag i fysiken, och i den senaste ämnesplanen (Skolverket, 2011b) har fysikens koppling till matematiken snarast förstärkts jämfört med tidigare. Det anges nu att *elever ska ges möjlighet att analysera och lösa problem genom resonemang baserade på begrepp och modeller, såväl med som utan matematik*. Vidare ingår området *Fysikens karaktär, arbetssätt och matematiska metoder* som centralt innehåll i alla fysikkurser. I detta område ingår till exempel för Fysik 1 *avgränsning och studier av problem med hjälp av fysikaliska resonemang och matematisk modellering innefattande linjära ekvationer, potens- och exponentialekvationer, funktioner och grafer, samt att utvärdera data och resultat med hjälp av analys av grafer, enhetsanalys och storleksuppskattningar* (Skolverket,

2011b). För Fysik 2 är det krav på än mer avancerad matematik som till exempel *användning av icke-linjära funktioner, derivator och vektorer samt regressionsanalys*.

Detta är en tydligare precisering av den matematik som det förväntas att gymnasielever behärskar för att uppfylla målen för fysikkurserna, jämfört med gymnasieskolans tidigare fysikkurser. De tidigare kurserna Fysik A och B (Skolverket, 2000) reglerades av kursplaner där ett av målen var att eleverna utvecklar sin förmåga att kvantitativt och kvalitativt beskriva, analysera och tolka fysikaliska fenomen och skeenden. För Fysik A angavs att *eleverna ska kunna utföra enklare beräkningar* och för Fysik B att *de ska kunna matematiskt behandla fysikaliska problemställningar med hjälp av adekvata storheter, begrepp och modeller*. Det var explicit uttryckt att kraven på en matematisk behandling av fysiken är högre i Fysik B än i Fysik A, men inte vad/vilken matematik de högre kraven är (Skolverket, 2000).

Mot bakgrund av att relationen mellan matematik och fysik lyfts fram som en möjlig förklaring till svenska elevers försämrade fysikresultat i TIMSS Advanced från 1995 till 2008, och att forskning visat på att svenska elevers resultat framförallt försämrats på fysikuppgifter med tydliga matematikinslag, finns det anledning att studera hur elevresultaten på fysikuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 har förändrats i relation till de tidigare studierna. Utifrån det ökade inslaget av matematik i nuvarande ämnesplaner skulle vi möjligen kunna förvänta oss förbättrade resultat i den del av fysiken som har tydliga kopplingar till matematiken.

## 4.2 Kategorisering av fysikuppgifter

För att kunna studera hur elevers matematikkunskaper påverkar deras resultat på fysikuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 behöver uppgifterna kategoriseras med avseende på om de kräver någon typ av matematik för att lösas eller inte. Matematik är en naturlig del av fysiken, och det har tidigare visats att elever behöver kunna resonera matematiskt för att kunna lösa 75 procent av fysikuppgifterna på de svenska nationella provbanksproven (Johansson, 2016). Kompetensen att resonera matematiskt utgör bara en del av vad det innebär att kunna matematik. För att kategorisera fysikuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 behöver man ta hänsyn till alla de matematiska kompetenser som kan anses nödvändiga för att kunna fysik på denna nivå, samtidigt som man kan bortse från de som inte är nödvändiga inom fysiken. Nilsen m.fl. (2013) har utvecklat ett ramverk där de identifierar vilka matematiska kompetenser som kan anses nödvändiga i fysik. De utgår ifrån Dolins (2002) ramverk för kompetens i fysik och genom att analysera varje delkompetens för sig, identifierar de vilka delkompetenser i matematik (enligt Niss, 2003) som kan identifieras och anses integrerade i varje delkompetens i fysik. Deras analys leder fram till att tre delkompetenser i matematik anses vara nödvändiga i fysik, nämligen matematisk modellering, matematisk representation samt hantering av matematiska symboler. Kopplingen mellan delkompetenser i matematik och fysik visas i tabell 4.1.

**Tabell 4.1** Delkompetenser i fysik, och deras koppling till delkompetenser i matematik, enligt Nielsen m.fl. (2013)

Delkompetenser i fysik (från Dolin, 2002)	Relevanta delkompetenser i matematik (från Niss, 2003)
<b>Tänka och resonera i fysik</b> (till exempel identifiera och behandla centrala begrepp för att lösa uppgifter, ställa relevanta frågor, hantera begrepp, tal och enheter och koppla dem till fenomen, förstå och använda symboler och ekvationer, följa fysikaliska samtal, och härleda formler)	<b>Symbolhantering</b> <b>Matematisk modellering</b>
<b>Planera, genomföra och beskriva experiment</b> (och använda utrustning, fastställa resultatens reliabilitet och osäkerhet, och förstå relationen mellan teori och experiment)	<b>Symbolhantering</b> <b>Matematisk representation</b> <b>Matematisk modellering</b>
<b>Skapa och analysera modeller</b> (Beskriva ett fysikproblem och välja relevanta variabler, och skapa en matematisk modell som beskriver problemet)	<b>Matematisk modellering</b>
<b>Arbeta med olika representationer för samma fenomen</b> (förstå, använda och/eller växla mellan representationer såsom grafer, bilder och experiment)	<b>Matematisk representation</b>
<b>Kommunicera i, med och om fysik</b> (söka och använda information om begrepp, enheter och tal i tabeller databaser etc, lösa och utforska problem av mer generell vetenskaplig eller teknisk natur, och kommunicera med fysikaliskt språkbruk)	<b>Symbolhantering</b> <b>Matematisk representation</b> <b>Matematisk modellering</b>

Med utgångspunkt i denna analys kategoriserar Nilsen m.fl. (2013) uppgifter från TIMSS Advanced utifrån matematikinnehåll, och samma procedur har använts i den studie som presenteras här.

### 4.3 Kategorisering av uppgifter

Först grupperades fysikuppgifterna i de studerade proven från TIMSS Advanced baserat på om de kräver matematik eller inte någon matematik alls för att lösas. En uppgift kategoriserades som *Matematisk* om den kräver aktivering av minst en av de matematiska delkompetenser som kopplas till fysiken enligt tabell 4.1, det vill säga symbolhantering, representationshantering och matematisk modellering. Övriga uppgifter kategoriserades som *IckeMatematiska*. Vissa av uppgifterna består av deluppgifter, till exempel A och B och i dessa fall kategoriserades deluppgifterna var och en för sig.

Nästa steg innebar att kategorisera de *Matematiska* uppgifterna utifrån vilken av de tre matematikkompetenserna som är den dominerande i uppgiften. I den första kategorin handlar det om att *hantera symboler*, vilket innebär att det krävs att eleven manipulerar ett uttryck/en formel, löser en ekvation eller sätter in värden i en ekvation. I den andra kategorin hamnar uppgifter där eleverna ska *hantera matematiska representationer*, det vill säga skifta mellan, förstå eller använda grafer och/eller vektorer. Den tredje kategorin innehåller *matematisk modellering*, och där hamnar uppgifter där eleven behöver komma fram till/härleda en formel eller en relation mellan begrepp.

Kategoriseringen genomfördes av två erfarna lärare i matematik och fysik, som även är meriterade inom forskning på det matematikdidaktiska området. Samtliga fysikuppgifter från TIMSS Advanced 1995, 2008 och 2015 kodades av bedömarna var för sig enligt ovanstående schema. Därefter identifierades



de kategoriseringar som skiljde sig åt, och bedömarna diskuterade sig fram till konsensus. Överensstämmelsen mellan bedömarna vid den enskilda kategoriseringen redovisas i resultatdelen med hjälp av procentuell överensstämmelse och Cohen's kappas (Cohen, 1960).

För att illustrera vad de olika kategorierna av uppgifter representerar följer här några exempel på hur frisläppta fysikuppgifter i TIMSS Advanced 2015 kategoriserats.

#### Exempel 1

När Tina gnider en luftfylld ballong mot sin ylletröja blir ballongen negativt laddad. Hon lägger sedan märke till att ballongen fastnar när hon sätter den mot väggen.

Förklara varför den laddade ballongen fastnar mot väggen

Denna uppgift går att lösa utan att använda någon matematik och uppgifter som denna kategoriserar därför som IckeMatematiska.

#### Exempel 2

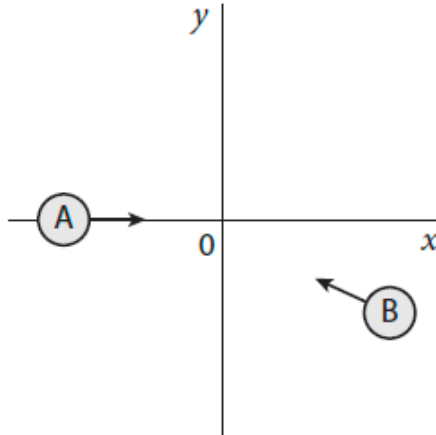
Föreställ dig att en ny planet, planet X, nyligen upptäckts i vårt solsystem. Planeten X har lika stor massa som jorden och befinner sig dubbelt så långt från solen som jorden gör. Hur stor är den kraft som solen utövar på planet X jämfört med den kraft som solen utövar på jorden?

- (A) Den är en fjärdedel så stor.
- (B) Den är hälften så stor.
- (C) Den är lika stor.
- (D) Den är dubbelt så stor.

Denna uppgift kan lösas genom att använda Newtons formel för gravitationskraft,  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , vilken finns angiven på det formelblad som eleverna har tillgång till under provet. Genom att sätta avståndet till planet X lika med två gånger avståndet till jorden,  $r_X = 2r$ , och använda detta i formeln fås att kraften från solen på planet X är en fjärdedel av kraften från solen på jorden,  $F_X = G \frac{m_1 m_2}{(2r)^2} = G \frac{m_1 m_2}{4r^2} = \frac{1}{4} F$ . Eftersom formeln finns angiven på formelbladet och inget eleverna själva behöver resonera sig fram till anses den mest framträdande matematikkompetensen vara att hantera symboler. Uppgifter som liknar denna kategoriserar alltså som Matematiska – hantera symboler.

### Exempel 3

TVÅ HÅRDA KLÖT, A OCH B, HAR LIKA STOR MASSA. DE NÄRMAR SIG VARANDRA ENLIGT PILARNA I FIGUREN. RÖRELSEMÄNGDENS  $x$ -KOMPOSANT FÖR KLÖT B ÄR LIKA STOR SOM RÖRELSEMÄNGDENS  $x$ -KOMPOSANT FÖR KLÖT A, MEN HAR MOTSAKT RIKTNING.



KLÖTEN KOLLIDERAR OELASTISKT. I VILKEN RIKTNING KOMMER DE BÅDA KLÖTEN ATT FÄRDAS EFTER KOLLISIONEN?

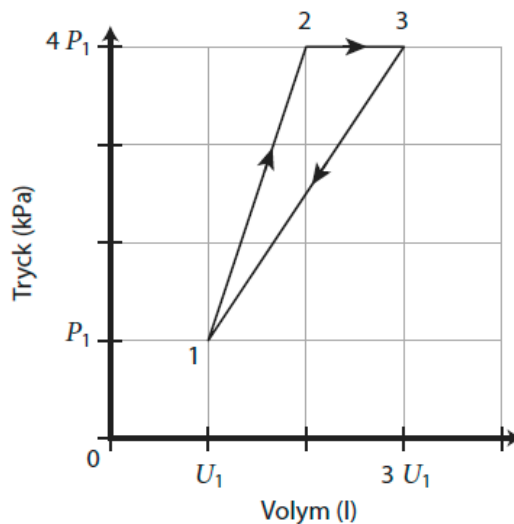
- (A) ↖
- (B) ↗
- (C) ↑
- (D) →

FÖR ATT LÖSA DENNA UPPGIFT BEHÖVER ELEVERNA HA KUNSKAP OM VEKTORER OCH KOMPOSANTUPPDELNING. DEN FRAMTRÄDANDE MATEMATIKKOMPETENSEN ÄR DÅ ATT HANTERA MATEMATISKA REPRESENTATIONER. UPPGIFTER SOM DENNA KATEGORISERAS FÖLJAKTLIGEN SOM MATEMATISKA – HANTERA MATEMATISKA REPRESENTATIONER.

I kategorin Matematisk – hantera matematiska representationer, ingår även uppgifter där eleverna på något sätt behöver använda sig av diagram eller grafer. En sådan uppgift visas i exempel 4.

#### Exempel 4

Tre mol syre genomgår den process som visas i figuren. Siffrorna 1, 2 och 3 anger tre positioner i processens cykliska förlopp.

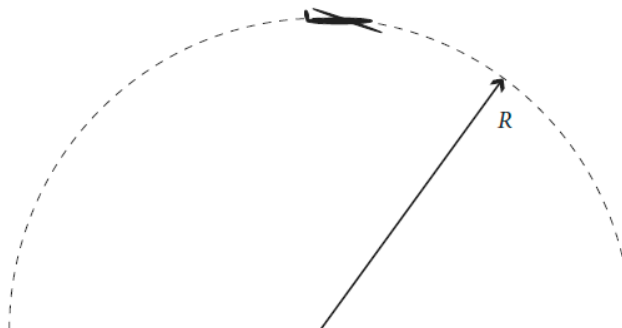


Vad är kvoten mellan den högsta och den lägsta temperatur i den här processen?

- (A) 12
- (B) 8
- (C) 4
- (D) 3

#### Exempel 5

Ett flygplan flyger med konstant fart i en vertikal, cirkulär bana med radien  $R$ . När flygplanet befinner sig i den cirkulära banans högsta punkt upplever passagerarna en känsla av "tyngdlöshet". Tyngdaccelerationen =  $g$ .



Vilken fart har flygplanet i banans högsta punkt?

Ett sätt att lösa uppgiften är att utgå ifrån de krafter som verkar på flygplanets passagerare under en cirkelrörelse, tyngdkraft  $F_g = mg$  och normalkraft  $N$ . I banans högsta punkt är dessa motriktade varandra, tyngdkraft nedåt och normalkraft uppåt. Om passagerarna upplever tyngdlöshet innebär detta att  $N = 0$ .  $F_g$  är då den enda kraft som verkar och motsvarar därför den resulterande kraften på passagerarna,  $F_{res} = ma = mg$ . Utnyttja sedan att accelerationen i uttrycket för den resulterande kraften motsvaras av centripetalaccelerationen,  $a = \frac{v^2}{r}$ . Då fås relationen  $m \frac{v^2}{r} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gr}$ , vilket ger alternativ B som svar.

I formelbladet har eleverna tillgång till formlerna  $F_{res} = ma$  och  $a = \frac{v^2}{r}$ . Eftersom det krävs att eleverna själva ställer upp relationer mellan olika begrepp för att härleda uttrycket så anses den dominerande matematiska kompetensen vara modellering. Uppgifter som på liknande sätt kräver att elever själva sätter upp relationer mellan olika begrepp/uttryck kategoriseras som Matematiska – matematisk modellering.

#### 4.4 Beräkning av lösningsproportioner

För att kunna jämföra hur väl elever presterar på olika typer av uppgifter har svenska elevers lösningsproportioner beräknats för samtliga fysikuppgifter i TIMSS Advanced 1995, 2008 och 2015. I TIMSS Advanced gör ju eleverna som deltar endast en mindre del av de uppgifter som ingår. Med hjälp av så kallad roterad design fördelas uppgifterna på provhäften, med vissa uppgifter gemensamma mellan provhäften. På det sättet blir det möjligt att täcka ett stort innehåll, samtidigt som varje elev får besvara ett rimligt antal uppgifter. Provhäften fördelas slumpmässigt på elever, vilket innebär att de elever som gör en viss uppgift visserligen är en mindre grupp men ändå i hög grad representativ för hela populationen. Uppgifterna i TIMSS Advanced bedöms med upp till 3 poäng, men vanligtvis med 0/1 eller 0/1/2. Lösningsproportioner är helt enkelt poängmedelvärdet för alla elever på en viss uppgift.

#### 4.5 Resultat

Sammanlagt har bedömarna gjort 183 unika kategoriseringar, vilket alltså motsvarar antalet unika uppgifter i de tre omgångarna av TIMSS Advanced. Vissa uppgifter finns i mer än en studie för att skapa möjligheter att följa resultatutveckling över tid. I den individuella kategoriseringen var de två bedömarna överens för 154 uppgifter, vilket innebär en bedömaröverensstämmelse på 84 procent. Beräkningar av Cohen's kapp gav värdet 0,74, vilket motsvarar en god på gränsen till stark överensstämmelse mellan de två oberoende kategoriseringarna i fyra kategorier (Watkins & Pacheco, 2000). Om vi slår ihop de tre matematikkategorierna till en och endast undersöker överensstämmelse när det gäller kategorisering i matematiska och icke-matematiska fysikuppgifter blir naturligtvis överensstämmelsen ännu högre. I detta avseende är bedömarna överens för 168 uppgifter, vilket motsvarar en bedömaröverensstämmelse på 92 procent. Bedömarna diskuterade de uppgifter där de skiljde sig åt, och enades i sin kategorisering av alla uppgifter. Denna slutliga kategorisering användes i den fortsatta analysen. I tabell 4.2 och 4.3 redovisas medelvärden av lösningsproportioner för fysikuppgifter i TIMSS Advanced som kategoriserats med avseende på matematikinslag.

**Tabell 4.2** Lösningsproportioner för fysikuppgifter i TIMSS Advanced 1995, 2008 och 2015, med och utan matematikinslag

	Antal uppgifter			Lösningsproportion (%)			Förändring i lösningsproportion		
	1995	2008	2015	1995	2008	2015	1995–2008	2008–2015	1995–2015
<b>Fysikuppgifter i TIMSS Advanced</b>									
med matematikinslag	30 (46%)	25 (37%)	44 (43%)	50	37	42	-13	5	-8
utan matematikinslag	35 (54%)	42 (63%)	58 (57%)	49	49	45	-	-4	-4
<b>Totalt</b>	<b>65</b>	<b>67</b>	<b>102</b>	<b>50</b>	<b>45</b>	<b>44</b>	<b>-5</b>	<b>-1</b>	<b>-6</b>

Av tabell 2 framgår för det första att antalet fysikuppgifter totalt har ökat kraftigt i TIMSS Advanced 2015 jämfört med de tidigare studierna. Där framgår också att andelen fysikuppgifter med matematikinslag var lägre i TIMSS Advanced 2008 jämfört med de två andra studierna. Resultatet bekräftar att de svenska elevernas resultat i TIMSS Advanced 2008 i första hand präglas av försämrade resultat när det gäller fysikuppgifter med matematikinslag, jämfört med 1995. Till TIMSS Advanced 2015 verkar det ha skett en viss återhämtning i det här avseendet, men samtidigt har resultatet på icke-matematiska uppgifter försämrats.

**Tabell 4.3** Lösningsproportioner för fysikuppgifter i TIMSS Advanced 1995, 2008 och 2015, med olika typer av matematikinslag

	Antal uppgifter			Lösningsproportion (%)			Förändring i lösningsproportion		
	1995	2008	2015	1995	2008	2015	1995–2008	2008–2015	1995–2015
<b>Fysikuppgifter i TIMSS Advanced med matematikinslag som handlar om</b>									
symbolhantering	15	17	30	51	33	43	-18	10	-8
matematiska representationer	9	4	10	50	55	41	6	-15	-9
matematiska modeller	6	4	4	49	36	37	-13	1	-12
<b>Totalt</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>44</b>	<b>50</b>	<b>37</b>	<b>42</b>	<b>-13</b>	<b>5</b>	<b>-8</b>

Tabell 4.3 visar resultat när det gäller de tre underkategorierna av fysikuppgifter med matematikinslag. Nedgången från 1995 till 2008 gällde framförallt uppgifter som innehåller matematisk symbolhantering, och det är inom den kategorin som uppgången också är störst från 2008 till 2015. Det relativt stora antalet uppgifter i denna kategori i alla tre studierna gör även detta resultat särskilt trovärdigt.

## 4.6 Diskussion

Den studie som presenteras här är angelägen eftersom matematikens roll i fysiken har framförts som en tänkbar förklaringsgrund för resultaten i föregående omgångar i TIMSS Advanced och eftersom svenska ämnesplaner har förändrats på senare tid i riktning mot en förstärkning av matematikinslagen i fysiken. Genom att studera elevers resultat på fysikuppgifter med och utan matematik-

inslag i TIMSS Advanced 2015, och jämföra med motsvarande elevresultat från tidigare år, har vi kunnat ge en bild av hur fysikkunskaperna förändrats.

Analysen av TIMSS Advanced 2015 visar att det krävs matematiska delkompetenser för att lösa drygt två femtedelar av fysikuppgifterna och att de svenska eleverna klarar uppgifter utan matematikinslag ungefär lika bra som uppgifter med matematikinslag. Analysen har även omfattat tidigare omgångar av TIMSS Advanced (1995 och 2008), vilket gjort det möjligt att studera förändringar över tid både när det gäller förekomsten av matematikinslag i fysikuppgifterna och svenska elevers prestationer på uppgifter med olika matematikinslag. Andelen fysikuppgifter med matematikinslag i TIMSS Advanced var högst 1995 och lägst 2008. Elevernas prestationer på fysikuppgifter med matematikinslag var också högst 1995 och lägst 2008.

I kapitel 3 (figur 3.16) redovisas också en analys av matematikinslag i fysikuppgifterna, och där framkommer att 27 procent av uppgifterna i TIMSS Advanced 2015 kräver beräkningar, det vill säga en avsevärt lägre andel än den som redovisas här. Skillnaden beror på att analyserna genomförts utifrån två olika definitioner av matematikinslag i fysikuppgifter. Motsvarande analys av det svenska nationella bedömningsstödet i fysik kommer fram till att 60 procent av uppgifterna kräver beräkningar (figur 3.16), vilket är i paritet med resultat från annan forskning (Johansson, 2016). De svenska fysikproven innehåller alltså en avsevärt större andel uppgifter med matematikinslag än TIMSS Advanced 2015, vilket pekar på en relativt låg samstämmighet mellan de två materialen i detta avseende. Samtidigt skulle det större matematikinslaget i det svenska bedömningsstödet i fysik kunna tyda på att eleverna erbjuds relativt goda möjligheter att utveckla sin matematikanvändning i fysik, vilket borde ge dem bättre förutsättningar att klara fysikuppgifterna med matematikinslag i TIMSS Advanced.

Analysen av elevers lösningsproportioner bekräftar resultaten från tidigare forskning som visat på att elevers nedåtgående resultat på fysikuppgifterna mellan 1995 och 2008 i hög grad kan kopplas till fysikuppgifter med matematikinslag (Nilsen m.fl., 2013). Under samma period har lösningsproportionen för fysikuppgifter utan matematikinslag inte förändrats signifikant.

I TIMSS Advanced 2015 presterar de svenska eleverna bättre på fysikuppgifter med matematikinslag jämfört med eleverna som deltog 2008, men inte lika bra som eleverna 1995. Den största nedgången i resultatet mellan 1995 och 2008 var inom kategorin *hantera symboler*, och det är också inom denna kategori den största uppgången mellan 2008 och 2015 skett. Samtidigt visar resultaten att elevers resultat på de fysikuppgifter som inte kräver någon matematik har försämrats mellan 2008 och 2015. Vi har alltså en positiv utveckling på uppgifter med matematikinslag och en negativ utveckling på uppgifter utan matematikinslag.

En möjlig förklaring till det uppåtgående resultatet på fysikuppgifterna med matematikinslag kan vara den starkare kopplingen till matematiken i den nya ämnesplanen för fysik. Jämfört med tidigare är det nu en tydligare precisering av både vilken matematik som ska fokuseras på och i vilka sammanhang matematik ska ingå. Resultatet att elever lyckas sämre än tidigare är på fysikuppgifter som kan lösas utan matematik kan tolkas som att elevers begreppsliga förståelse av fysik har försämrats. Eftersom elevresultaten samtidigt förbättrats mest på fysikuppgifter som kräver att eleverna kan hantera matematiska metoder, skulle det kunna vara så att undervisningen fått ett ökat fokus på formelhantering och

manipulering av formler och minskat fokus på den begreppsliga förståelsen av de bakomliggande fenomenen, men andra studier måste till för att undersöka detta.

Precis som Nilsen m.fl. (2013) diskuterar i sin studie så är kunskap i algebra en övervägande del av matematikkompetensen Hantera symboler så som den definieras i deras studie. De diskuterar möjligheten att nedgången i svenska elevers kunskap inom algebra fram till 2008 skulle kunna förklaras med ett förändrat fokus i undervisningen, med minskad träning i symbolhantering och användning av metoder/algorithmter och mer lösning av verklighetsanknutna problem. Vår analys, som visar att elevers resultat inom Hantera symboler har ökat mellan 2008 och 2015, skulle på motsvarande sätt kunna tolkas som att svenska elevers kunskaper inom algebra nu har ökat. En sådan förändring skulle möjligen kunna förväntas utifrån förändringar i ämnesplanen i matematik (Skolverket, 2013) där en del matematikinnehåll tidigare lagts, en del har tillkommit och innehållet har blivit mer specificerat (se sidorna 21–22 i denna rapport). Nilsen m.fl. (2013) tar också upp hur ett ”algebraiskt flyt” kan vara en av förutsättningarna för elevers förmåga att kunna se sambanden mellan matematik och fysik. Samtidigt är det viktigt att elever inte bara fokuserar på att lära sig algoritmer och procedurer eftersom detta kan motverka en begreppslig förståelse och påverka lärande i matematik negativt (se till exempel Lithner, 2008). På samma sätt kan man anta att om fokus läggs på att manipulera formler inom fysik så kan den begreppsliga förståelsen av de fysikaliska fenomenen påverkas negativt. Det är positivt med uppåtgående resultat av elevers hantering av symboler, men det ska inte behöva ske på bekostnad av minskad begreppslig förståelse av fysik. Fysikundervisningen behöver ha en balans mellan att göra beräkningar och hantera formler och att diskutera begrepp och relationer mellan fysikaliska fenomen.





KAPITEL 5

# Test curriculum matching analysis (TCMA)



## 5. Test curriculum matching analysis (TCMA)

Provuppgifterna som användes i TIMSS Advanced 2015 har valts för att de representerar ramverket för studien (Mullis & Martin, 2014) och utformats för att passa ämnesinnehållet i så många av de deltagande länderna som möjligt. Trots det är det oundvikligt att proven inte helt och hållet matchar ämnesplanerna i varje land. Om TIMSS Advanced endast skulle innehålla uppgifter som var helt relevanta för alla deltagande länder skulle studien bli mycket begränsad och den skulle inte kunna svara på de forskningsfrågor som ställs. Därför kommer proven att ha visst ämnesinnehåll som är okänt för vissa elever i vissa länder.

TCMA (Test Curriculum Matching Analysis) är en analys som undersöker hur väl det ämnesinnehåll som eleverna mött i varje land överensstämmer med proven i TIMSS Advanced 2015 och hur resultatet påverkas av att vissa elever inte mött det ämnesinnehåll som prövas i vissa uppgifter i proven.

I denna analys gör varje deltagande land en bedömning av om minst 50 procent av eleverna som deltar i studien fått möta ämnesinnehållet i uppgifterna, vid tiden för provets genomförande. I Sverige genomfördes TIMSS Advanced i mars-april 2015, och en provuppgift kategoriserades alltså som relevant om minst hälften av de svenska eleverna som deltog i studien kan förväntas ha mött ämnesinnehållet i uppgiften vid den tiden. Detta är en grannlaga uppgift, i synnerhet i det svenska systemet med så stor frihet för skolor att planera undervisningen.

Kategoriseringen i förhållande till svenska elevers erfarenheter gjordes av fyra aktiva gymnasielärare tillsammans med forskare på universitetet. Lärarna diskuterade sig fram till konsensus. Resultat präglas av en relativt sträng tolkning av kriteriet, dvs. uppgifter som var tveksamma tenderade att kategoriseras som inte relevanta för de svenska eleverna. Det är angeläget att de uppgifter som bedöms relevanta med stor sannolikhet har ett ämnesinnehåll som eleverna mött, och det är därför bättre att utesluta en tveksam uppgift.

I Sverige bedömdes åtta uppgifter i matematik och åtta uppgifter i fysik ha ett sådant ämnesinnehåll som mindre än hälften av eleverna mött innan provtillfället, av de totalt 102 respektive 101 uppgifter som användes i proven. Uppgifter i matematik som uteslöts i analysen handlade bland annat om geometriska serier och deriverbarhet, två områden som inte återfinns i gällande ämnesplaner. Uteslutna uppgifter i fysik handlade om vågfenomen och atomfysik, baserat på bedömningen att många elever kanske inte hunnit med det innan provtillfället, och om elektricitet respektive mekanik med motivet att uppgifternas innehåll inte finns med i ämnesplanen.

I tabell 5.1 och 5.2 redovisas lösningsproportioner för varje land, dels totalt och dels baserat på det urval av uppgifter som bedömts relevanta för varje land, i matematik respektive fysik. Tabellerna kan läsas horisontellt vilket gör det möjligt att avläsa lösningsproportioner totalt och vad landets lösningsproportion är på de uppgifter som bedömts relevanta för vart och ett av de andra länderna. Tabellerna kan också läsas vertikalt för varje land, och då visar värdena hur väl eleverna i vart och ett av de andra länderna klarat de uppgifter som bedömts relevanta för just det landet.

**Tabell 5.1** Genomsnittlig poängandel (%) på samtliga matematikuppgifter i TIMSS Advanced 2015, samt på de uppgifter som varje land bedömt ha ett relevant ämnesinnehåll för sina deltagande elever

Land	Genomsnittlig andel korrekta svar på alla uppgifter	Libanon	Ryssland	USA	Portugal	Norge	Slovenien	Frankrike	Sverige	Italien
Libanon	50 (0,7)	51	49	50	51	50	50	50	51	51
Ryssland	43 (1,1)	44	44	43	44	43	43	43	42	43
USA	43 (1,0)	43	41	43	43	43	43	42	42	43
Portugal	40 (0,5)	39	40	40	42	40	39	40	40	40
Norge	37 (0,9)	37	37	37	37	37	37	37	36	36
Slovenien	37 (0,6)	37	37	37	37	36	37	37	36	36
Frankrike	36 (0,5)	36	36	36	36	36	36	36	35	36
Sverige	33 (0,6)	33	33	33	33	33	33	32	32	33
Italien	31 (0,7)	32	30	32	32	32	31	31	31	32
Internationellt medelvärde	39 (0,3)	39	38	39	39	39	39	39	38	39
Antal relevanta uppgifter (poäng) <sup>3</sup>	120	112	91	119	111	118	119	109	111	117

Totalt var det alltså möjligt att få 120 poäng på matematikuppgifterna i TIMSS Advanced och 111 av dessa bedömdes vara sådana som de svenska eleverna borde ha möjlighet att klara genom att de mött uppgifternas innehåll i undervisningen. Det är alltså mycket liten andel av poängen som faller bort och de svenska elevernas poängmedelvärde för relevanta uppgifter (32 procent) skiljer sig inte signifikant från det svenska poängmedelvärdet för samtliga uppgifter (33 procent). Horisontellt visar tabellen att varje lands poängmedelvärde inte ändras nämnvärt om urvalet uppgifter ändras. Poängmedelvärdet är ungefär detsamma för alla uppgifter, de uppgifter som bedömts relevanta för landet och de uppgifter som bedömts relevanta för vart och ett av de andra länderna. Överhuvudtaget visar resultaten i tabell 5.1 att uteslutning av matematikuppgifter som inte är relevanta har mycket liten påverkan på resultatet. Detsamma gäller för fysik (se tabell 5.2).

3. Matematikproven i TIMSS Advanced innehöll totalt 102 uppgifter. De flesta bedömdes med noll eller en poäng, men ett litet antal kunde ge upp till två poäng. Sammanlagt kunde uppgifterna ge 123 poäng. Efter en granskning togs en uppgift bort och två tvåpoängsuppgifter gjordes om till enpoängsuppgifter, vilket gav en slutlig uppgiftsbank med 101 uppgifter och 120 poäng.

**Tabell 5.2** Genomsnittlig poängandel (%) på samtliga fysikuppgifter i TIMSS Advanced 2015, samt på de uppgifter som varje land bedömt ha ett relevant ämnesinnehåll för sina deltagande elever

Land	Genomsnittlig andel korrekta svar på alla uppgifter	Slovenien	Ryssland	Norge	Portugal	Sverige	USA	Libanon	Italien	Frankrike
Slovenien	52 (0,5)	52	54	51	52	53	53	52	52	52
Ryssland	50 (1,1)	50	51	49	49	50	50	50	50	49
Norge	49 (0,7)	49	49	51	50	49	50	50	49	49
Portugal	42 (0,6)	42	44	43	44	43	43	42	42	44
Sverige	42 (0,8)	42	43	42	42	42	42	42	42	42
USA	39 (1,1)	39	40	40	40	39	39	39	39	40
Libanon	35 (0,4)	35	36	35	34	35	35	36	35	35
Italien	32 (0,6)	32	33	32	31	32	33	31	32	31
Frankrike	31 (0,4)	31	31	32	31	31	31	31	31	32
Internationellt medelvärde	41 (0,2)	41	42	42	41	42	42	42	41	42
Antal identifierade uppgifter (poäng) <sup>4</sup>	115	115	104	107	94	107	111	93	115	92

Vi kan alltså konstatera att samstämmigheten är god mellan det ämnesinnehåll som svenska elever hade mött när de gjorde proven i TIMSS Advanced och det ämnesinnehåll som ingår i provuppgifterna.

I matematik kommer 111 av 120 poäng från uppgifter med ett ämnesinnehåll som en majoritet av eleverna bör ha mött vid tiden för genomförandet av proven i TIMSS Advanced 2015, och motsvarande för fysik är 107 av 115 poäng. Det betyder att det bara är cirka 7 procent av poängen som faller bort, med den relativt stränga tolkning av relevans som tillämpas här.

Vi kan också konstatera att det fåtal uppgifter i TIMSS Advanced 2015 som kan anses ha ett ämnesinnehåll som inte svenska elever mött, har mycket liten påverkan på resultatbilden i stort. Resultatet på relevanta uppgifter är inte bättre än resultatet på alla uppgifter och relationen till resultaten i andra länder ändras inte om hänsyn tas till uppgifternas relevans innehållsmässigt.

4. Fysikproven i TIMSS Advanced innehöll totalt 101 uppgifter. De flesta bedömdes med noll eller en poäng, men ett litet antal kunde ge upp till två poäng. Sammanlagt kunde uppgifterna ge 117 poäng. Efter en granskning togs två uppgifter bort vilket gav en slutlig uppgiftsbank med 101 uppgifter och 115 poäng.

KAPITEL 6

# Slutdiskussion



## 6. Slutdiskussion

Den här rapporten handlar om TIMSS Advanced 2015, en internationell jämförande studie av vad de elever som läst mycket matematik och fysik i gymnasieskolan vet och kan göra i dessa ämnen. Mer bestämt har de undersökningar som presenterats försökt svara på frågan om svenska elever som deltog i TIMSS Advanced 2015 hade en ärlig chans att prestera bra på de prov som ingår i studien. För tolkningen av resultat är det angeläget att veta hur samstämmig TIMSS Advanced är med svenska styrdokument och nationella prov och bedömningsstöd. Rapporten byggs upp av fyra delstudier.

Den första studien tar sin utgångspunkt i vad ramverket för TIMSS Advanced 2015 ger för bild av vad eleverna böra veta och kunna göra i matematik och fysik, och jämför det med vad ämnesplanerna för gymnasieskolan säger. För matematikens del är slutsatsen att det mesta av ämnesinnehållet som beskrivs i TIMSS ramverk täcks av kurserna 1–4 i den svenska ämnesplanen i matematik. Det innebär att eleverna i hög grad bör ha mött det ämnesinnehåll som prövas i TIMSS Advanced. Dessutom blir det inte mycket över av ämnesplanernas centrala innehåll när ämnesinnehållet i TIMSS ramverk har beaktats. Samstämmigheten på innehållsområdet är i hög grad dubbelriktad.

Även i fysik täcks ämnesinnehållet i ramverket i hög grad av ämnesplanen, vilket innebär att svenska elever i hög grad bör ha mött det innehåll som prövas i TIMSS Advanced i undervisningen. Däremot är den svenska ämnesplanen mer omfattande än ramverket när det gäller fysikinnehåll, och det finns alltså flera delar i den svenska ämnesplanen som inte prövas i TIMSS Advanced. När det gäller de kognitiva dimensionerna av att kunna matematik och fysik som beskrivs i ramverket för TIMSS Advanced (veta, tillämpa och resonera) är också samstämmigheten med svenska ämnesplaner hög. De svenska ämnesplanerna täcker i hög grad ramverket, även om de definitioner av vetande i matematik som finns i TIMSS Advanced inte helt och fullt har en motsvarighet i ämnesplanen. Det finns också vissa aspekter av att kunna matematik och fysik i de svenska ämnesplanerna som inte är särskilt framträdande i TIMSS Advanced. Det gäller framförallt kommunikativa aspekter.

I studie två jämförs provuppgifterna i TIMSS Advanced 2015 med provuppgifter från nationella prov i matematik kurs 1–4 och uppgifter från nationella bedömningsstöd i fysik kurs 1 och 2. Provuppgifterna jämförs utifrån en rad olika aspekter. Resultatet visar att de svenska proven i många avseenden motsvarar proven i TIMSS Advanced. Om vi antar att de svenska proven representerar vad svenska elever förväntas kunna och även hur de förväntas visa det, tyder analysen på att proven i TIMSS Advanced har en utformning som gör det möjligt för svenska elever att visa vad de kan, även om TIMSS-proven inte innehåller alla aspekter av ämneskunnande som finns i de svenska proven. Två områden där skillnaderna mellan de svenska proven och TIMSS Advanced är framträdande är användning av flervalsfrågor och tillgängliga formelsamlingar. TIMSS Advanced innehåller en avsevärt större andel av flervalsfrågor än de svenska proven, och svenska elevers ovana vid svarstypen kan möjligen skapa vissa svårigheter. Skillnaden när det gäller formelsamlingar består i att svenska elever kan vara vana vid att ha tillgång till rika formelsamlingar och den formelsamling de får använda vid proven i TIMSS Advanced är mycket mer kortfattad.

Eleverna har inte samma möjlighet att slå upp sådant som de inte har lärt sig utantill, vilket i viss grad ställer andra krav på eleverna än vad de är vana vid.

Den tredje studien handlar specifikt om matematikens roll i gymnasieskolans fysik. Svaga kopplingar mellan fysik och matematik i gymnasieskolans styrdokument har framförts som en möjlig förklaring till försämrade fysikresultat i TIMSS Advanced från 1995 till 2008. I den senaste ämnesplanen i fysik från 2011 har matematikens roll lyfts fram och förstärkts, vilket lett till ökad samstämmighet med ramverket för TIMSS Advanced och förhoppningsvis bättre möjligheter för eleverna att klara fysikuppgifter med matematikinslag. Den här studien bekräftar resultat från tidigare forskning som visat att nedgången i fysikresultat från 1995 till 2008 i TIMSS Advanced framförallt kan kopplas till fysikuppgifter med matematikinslag. Studien visar också att resultaten på sådana uppgifter förbättrats i TIMSS Advanced 2015 jämfört med 2008. Samtidigt har dock resultaten på uppgifter utan matematikinslag försämrats, dvs. uppgifter som handlar om mer renodlade fysikaliska begrepp. Studie tre har med samstämmighet att göra, eftersom den handlar om hur svenska styrdokument och undervisning i svenska gymnasieskolor hanterar relationen mellan fysik och matematik, jämfört med hur TIMSS Advanced hanterar den relationen. Samtidigt är resultatet som presenterats möjligen en ledtråd till fördjupad förståelse av den övergripande resultatbilden i TIMSS Advanced 2015. Svenska elever har blivit bättre på fysikuppgifter som har ett matematikinslag, men samtidigt sämre på fysikuppgifter där matematiken inte spelar någon roll. Förbättringen för uppgifter där matematiken spelar en roll kan möjligen ha att göra med att ämnesplanen i fysik har fått en tydligare koppling till matematiken.

Studie nummer fyra beskriver en så kallad TCMA (Test Curriculum Matching Analysis) som genomförs internationellt i samband med varje omgång av TIMSS Advanced. I varje deltagande land bedöms varje provuppgift utifrån kriteriet att minst hälften eleverna som deltar ska ha mött uppgiftens innehåll innan provtillfället. Analysen visar att andelen uppgifter som inte bedöms relevanta är liten för alla deltagande länder, att Sveriges resultat påverkas mycket marginellt av att endast sådana relevanta uppgifter används, och att skillnaden mot andra länder bibehålls även om jämförelsen baseras på uppgifter som är relevanta för deltagande länder.

Den samlade bilden från de fyra studierna som presenterats är att samstämmigheten är mycket god mellan det som svenska gymnasieelever mött i undervisning och prov och det som prövas i TIMSS Advanced 2015.

Slutsatsen baseras på analyser av ämnesplaner, nationella prov och bedömningsstöd samt bedömningar av lärare. En begränsning är naturligtvis att analysen fokuserar det som kallats för avsedd läroplan, dvs. dokument som på ett eller annat sätt visar vad eleverna förväntas lära sig. Att studera i vilken grad detta också tar sig uttryck i hur undervisningen ser ut och i vad eleverna engageras skulle kräva en annan ansats och en helt annan studie. Såväl ämnesplaner som nationella prov och bedömningsstöd kan dock anses vara viktiga drivkrafter när det gäller innehållet i matematik- och fysikundervisningen i gymnasieskolan, och samstämmighet på denna nivå torde vara en förutsättning för samstämmighet även i praktiken.

Jämfört med TIMSS Advanced 2008, tyder mycket på att samstämmigheten snarast har ökat mellan vad svenska elever erbjuds möjlighet att lära sig och vad som prövas i TIMSS Advanced. En sådan ökad samstämmighet är förstas bra

för relevansen hos studier som TIMSS Advanced, men den har inget egenvärde. Det är angeläget att diskutera hur internationella ramverk och ämnesplaner och ämnestraditioner från andra länder kan och bör påverka utformningen av den svenska skolan. Vi menar att internationella studier och ramverk för dessa studier spelar en viktig roll som spegel för vad vi gör i Sverige. Genom att sätta oss in i hur det ser ut på andra håll får vi möjlighet att betrakta oss själva och få syn på sådant som fungerar bra och sådant som fungerar mindre bra. Det ger oss en bättre grund för beslut. Vetskapen att saker och ting görs annorlunda på annat håll är inte tillräckligt skäl att ändra något här, men det är en signal som vi behöver förhålla oss till och ta på allvar.



## Referenser

- Andersson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., m.fl. (Red.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing. A revision of Bloom's taxonomy of educational outcomes*. New York: Longman.
- Bergqvist, E., & Lind, A. (2005). *Är det svårare att dela med fyra än med två när man läser matte C? En jämförelse av svårighetsgrad mellan olika versioner av matematikuppgifter i Nationella kursprov* (BVM Nr. 12:2005). Umeå: Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar.
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 37–46.
- College Board. (2012a). *AP calculus course description*. New York, NY: Author. Retrieved from <http://apcentral.collegeboard.com/apc/public/repository/ap-calculus-course-description.pdf>
- College Board. (2012b). *AP physics course description*. New York, NY: Author. Retrieved from <http://apcentral.collegeboard.com/apc/public/repository/ap-physics-course-description.pdf>
- Dahl, J., & Johansson, M. C. (2013). The citizen in light of the mathematics curriculum. *Educare* (2), 27–42.
- Dolin, J. (2002). *Fysikfaget i förändring*. (Doktorsavhandling). Roskilde, Danmark: Roskilde Universitet.
- Education Bureau, Hong Kong SAR. (2007a). *Mathematics curriculum and assessment guide (Secondary 4–6)*. Kowloon, Hong Kong: Author. Retrieved from <http://www.edb.gov.hk/en/curriculumdevelopment/kla/ma/curr/ss-math-2007.html>
- Education Bureau, Hong Kong SAR. (2007b). *Physics curriculum and assessment guide (Secondary 4–6)*. Kowloon Tong, Hong Kong: Author. Retrieved from [http://www.edb.gov.hk/attachment/en/curriculum-development/kla/scienceedu/phy\\_final\\_e\\_20091005.pdf](http://www.edb.gov.hk/attachment/en/curriculum-development/kla/scienceedu/phy_final_e_20091005.pdf)
- Englund, T. (1997). Undervisning som meningserbjudande. I M. Uljens (Red.). *Didaktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Friestad Pedersen, I. (2013). Is TIMSS Advanced an appropriate instrument for evaluating mathematical performance at the advanced level of Norwegian upper secondary school? An analysis of curriculum documents and assessment items. *Acta Didactica Norge*, 7(1), Art. 5.
- Garden, R. A., Lie, S., Robitaille, D. F., Angell, C., Martin, M. O., Mullis, I. V. S., m.fl. (2006). *TIMSS Advanced 2008 Assessment Frameworks*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

- Johansson, H. (2016). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish National Physics Tests. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(6), 1133–1152.
- Kiselman, C., & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.
- Landry, S. D. (2009). *Degrees of alignment among K-12 mathematics content standards of instruction: an analysis of high-performing and low-performing data sets*. Fort Worth.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Robitaille, D.F., & Foy, P. (2009). *TIMSS Advanced 2008 International Report: Findings from IEA's Study of Achievement in Advanced Mathematics and Physics in the Final Year of Secondary School*. Chesnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (Red.). (2014). *TIMSS Advanced 2015 Assessment Framework*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.
- National Research Council. (2012). *A framework for K-12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Ndlovu, M., & Mji, A. (2012). Alignment between South African mathematics assessment standards and the TIMSS assessment frameworks. *Pythagoras*, 33 (3).
- Nilsen, T., Agnell, C. & Grønmo, L. S. (2013). Mathematical competencies and the role of mathematics in physics education: A trend analysis of TIMSS Advanced 1995 and 2008. *Acta Didactica Norge*, 7(1).
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. I A. Gagatsis & S. Papastavridis (Red.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education: Mathematics in the modern world, mathematics and didactics, mathematics and life, mathematics and society*; Athens, Hellas, 3, 4, 5 January 2003, (116–124). Athens: Hellenic Mathematical Society.
- Niss, M., Emanuelsson, J., & Nyström, P. (2013). Methods for studying mathematics teaching and learning internationally. I M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Red.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 27, pp. 975–1008). New York: Springer.

- Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18). København: Undervisningsministeriet.
- Nyström, P. (2013). TIMSS in Sweden: Trends, curriculum and school reform – conclusions and impact of TIMSS and TIMSS Advanced. I L. S. Grønmo & T. Onstad (Red.), *The significance of TIMSS and TIMSS Advanced*. Oslo: Akademika Publishing.
- Nyström, P., & Kjellsson Lind, A. (2010). *Alignment between TIMSS Advanced and the Swedish national curriculum*. Paper presented at the The fourth IEA International Research Conference: Proceedings of the IRC-2010.
- Näsström, G., & Henriksson, W. (2008). Alignment of standards and assessment: A theoretical and empirical study of methods for alignment. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 6(3), 667–690.
- Petway, R. G. (2000). *An analysis and comparison of three eighth-grade mathematics assessments: Third International Mathematics and Science Study, National Assessment of Educational Progress, and North Carolina End-of-Grade Test*. Raleigh.
- Porter, A. C. (2002). Measuring the content of instruction: Uses in research and practice. *Educational Researcher*, 31(7), 3–14.
- Robitaille, D. F., & Maxwell, B. (1996). The conceptual framework and research questions for TIMSS. I D. F. Robitaille & R. A. Garden (Red.), *Research questions and study design* (s. 34–43). Vancouver: University of British Columbia.
- Rothman, R., Slattery, J. B., Vranek, J. L., & Resnick, L. B. (2002). *Benchmarking and alignment of standards and testing* (CSE Technical Report Nr. 566). Los Angeles, CA: Center for the Study of Evaluation, University of California.
- Ruddock, G., Clausen-May, T., Purple, C., & Ager, R. (2006). *Validation study of the PISA 2000, PISA 2003 and TIMSS-2003 international studies of pupil attainment* (Research Report Nr. 772). London: Department for Education and Skills.
- Singapore Examinations and Assessment Board. (2013a). *Mathematics higher 2 syllabus*. Singapore: Author. Retrieved from [http://seab.gov.sg/aLevel/2013Syllabus/9740\\_2013.pdf](http://seab.gov.sg/aLevel/2013Syllabus/9740_2013.pdf)
- Singapore Examinations and Assessment Board. (2013b). *Physics higher 2 syllabus*. Singapore: Author. Retrieved from [http://seab.gov.sg/aLevel/2013Syllabus/9646\\_2013.pdf](http://seab.gov.sg/aLevel/2013Syllabus/9646_2013.pdf)
- Skolverket. (1998). *TIMSS: Kunskaper i matematik och naturvetenskap hos svenska elever i gymnasieskolans avgångsklasser* (Skolverkets rapport nr. 145). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2000). *Ämne – Fysik, gymnasieskolan*. Hämtad 20160801 från [http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/kursplaner-fore-2011/subjectKursinfo.htm?subjectCode=FY&courseCode=FY1201&lang=sv#anchor\\_FY1201](http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/kursplaner-fore-2011/subjectKursinfo.htm?subjectCode=FY&courseCode=FY1201&lang=sv#anchor_FY1201)

Skolverket. (2006a). *Med fokus på läsförståelse. En analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner* (Skolverkets aktuella analyser 2006). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2006b). *Med fokus på matematik och naturvetenskap. En analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner* (Skolverkets aktuella analyser 2006). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2008). *Med fokus på matematik och naturvetenskap. En jämförelse mellan TIMSS 2007 för årskurs 4 och de nationella målen för årskurs 5* (Aktuella analyser 2008). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2009a). *Hur samstämmiga är svenska styrdokument och nationella prov med ramverket och uppgifter i TIMSS Advanced 2008?* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2009b). *TIMSS Advanced 2008. Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv* (Rapport Nr. 336). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011a). *Gymnasieskola 2011*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2011b). *Ämne – Fysik*. Retrieved from <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/fys/subject.pdf?subjectCode=FYS&tos=gy&lang=sv>.

Skolverket. (2011c). *Ämne – Matematik*. Retrieved from <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/mat/subject.pdf?subjectCode=MAT&tos=gy&lang=sv>.

Skolverket. (2012). *Med fokus på läsande. Analys av samstämmighet mellan svenska styrdokument, ämnesprov i svenska och PIRLS 2011* (Skolverkets aktuella analyser 2015). Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2013). *Matematik: Det centrala innehållet i kurserna i Gy 2011 i relation till kurserna i Gy 2000*. Retrieved from [http://www.skolverket.se/polopoly\\_fs/1.203938!/Menu/article/attachment/Matematik%20-%20J%C3%A4mf%C3%B6relse%20mellan%20Gy%202011%20och%20Gy%202000.pdf](http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.203938!/Menu/article/attachment/Matematik%20-%20J%C3%A4mf%C3%B6relse%20mellan%20Gy%202011%20och%20Gy%202000.pdf)

Skolverket. (2015). *Med fokus på matematik. Analys av samstämmighet mellan svenska styrdokument och den internationella studien PISA* (Skolverkets aktuella analyser 2015). Stockholm: Skolverket.

Watkins, M.W., & Pacheco, M. (2000). Interobserver Agreement in Behavioral Research: Importance and Calculation. *Journal of Behavioral Education*, 10(4), 205–212.

Webb, N. L. (1997). *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education* (Research Monograph Nr. 6). Madison: National Institute for Science Education.

Woolard, J. C. (2013). Prelude to the Common Core: Internationally Benchmarking a State's Math Standards. *Educational Policy*, 27 (4), 615–644.

## Bilaga 1. Samstämmighet

Samstämmighet betyder i det här sammanhanget hur väl delar av ett system överensstämmer med motsvarande delar av ett annat, för utbildning gäller det bland annat bedömningsinstrument, läroplaner, kursplaner och ämnesplaner. Webb (1997) talar om samstämmighet i teori och praktik, och *definierar att det teoretiska begreppet samstämmighet handlar om i vilken grad förväntningar och bedömningssituationer överensstämmer och samverkar för att leda utbildningssystemet mot att de studerande lär sig det som de förväntas kunna* (Webb, 1997, s. 4, egen översättning). Förväntningar betyder här mål för undervisningen som de uttrycks i läro- och ämnesplaner m.m.

De vanligaste modellerna för att studera samstämmighet är Webbs modell (Webb, 1997), Porters modell eller Survey of enacted curriculum (Porter, 2002) och den så kallade Achieve-modellen (Rothman, Slattery, Vranek, & Resnick, 2002). Porters modell skiljer sig från de två andra genom att den använder sig av en tvådimensionell matris för ämnesinnehåll och kognitiva krav. Innehållsdimensionen har ett antal kategorier och underkategorier som beskriver det relevanta innehållet. Den kognitiva dimensionen består av några kategorier som uttrycker olika typer av kunnande. Porter (2002) definierar själv fem sådana kategorier:

- (1) minnas fakta, definitioner och formler
- (2) utföra procedurer
- (3) visa förståelse för matematiska idéer
- (4) dra slutsatser, generalisera och bevisa
- (5) lösa icke rutinmässiga problem, koppla samman.

Alla delar (provuppgifter, kursplaner etc.) som ingår i analysen kategoriseras sedan i förhållande till matrisens alla rutor, med en fyrgradig skala som representerar hur betonad varje aspekt är. Därefter kan kategoriseringarna av olika delar jämföras kvantitativt med hjälp av ett index som anger hur lika eller olika de två kategoriseringarna är (Porters index).

De andra två bygger på direkta jämförelser mellan provuppgifter och läroplaner, men använder sig av något olika kriterier för studiet av samstämmighet. Achieve fokuserar uteslutande på samstämmighet inom system och framför allt hur samstämmiga prov är med de kursplaner eller motsvarande som proven ska representera. Provuppgifter värderas i förhållande till fyra dimensioner som stöd för bedömningen av samstämmigheten. Det handlar om innehållets relevans, kognitiva krav, utmaning, samt balans och täckning.

Webb (1997) diskuterar två aspekter av samstämmighet. Den vertikala samstämmigheten handlar om hur väl undervisningens syfte, policybeslut, undervisningsprogram och praktik (inklusive elevprestationer) talar ett gemensamt språk och drar åt samma håll. Den horisontella samstämmigheten handlar om hur väl det som tas upp i nationella prov och nationella bedömningsstöd speglar beskrivningarna i kurs- och ämnesplaner. Han utvecklar fem kriterier för bedömning av horisontell samstämmighet.

Det första kriteriet handlar om ämnesinnehåll och betonar att förväntningar och bedömningar ska fokusera elevernas kunskapsutveckling i ett ämne på ett samstämmigt sätt. Här finns i Webbs modell ett antal underkategorier att ta hänsyn till. Det andra kriteriet handlar om att förväntningar och bedömningar ska vara grundade i en gemensam syn på hur elever utvecklas genom hela sin skol-

gång och hur skolan bäst kan bidra till deras lärande i olika utvecklingsfaser. Det tredje kriteriet handlar om likvärdighet och rättvisa och säger att om förväntningarna är att alla elever ska kunna nå högt ställda lärandemål så måste bedömningar som är samstämmiga med förväntningarna ge varje elev en rimlig möjlighet att visa sina kunskaper. Det fjärde kriteriet handlar om pedagogiska implikationer, att förväntningar och bedömningar kan och ska ha ett inflytande på klassrumspraktiken, och ska skicka klara och konsekventa budskap till lärare om vilken pedagogik som är lämplig. Det femte kriteriet handlar om systemanpassning, om hur föräldrar, elever, lärare och andra kan förstå förväntningar och bedömningar, se hur de förhåller sig till varandra och tro på att de är möjliga att uppnå.

I ovan beskrivna exempel betraktas endast samstämmigheten inom ett system och det finns många sådana studier publicerade. Det är naturligtvis högst relevant att till exempel undersöka om eleverna haft möjlighet att lära sig det som de senare förväntas visa att de kan. I Sverige är det till exempel angeläget att studera hur väl det som tas upp i nationella prov och nationella bedömningsstöd speglar beskrivningarna i kurs- och ämnesplaner.

För trovärdigheten och användbarheten av resultat från TIMSS Advanced är dock en jämförelse mellan system ännu mer betydelsefull. Hög samstämmighet mellan det som den svenska skolan ger eleverna möjlighet att lära sig och vad som mäts i TIMSS är en förutsättning för meningsfulla tolkningar av resultaten. På motsvarande sätt skulle låg samstämmighet mellan systemen innebära att svenska elever troligen inte fått möjlighet att lära sig det som mäts i TIMSS Advanced. Sverige har sina ämnesplaner i matematik och fysik, och TIMSS Advanced har ett ramverk som på många sätt motsvarar ämnesplanerna. Proven som används i TIMSS Advanced är ju konstruerade för att täcka TIMSS ramverk, inte svenska ämnesplaner, och svenska nationella prov och bedömningsstöd är konstruerade för att täcka ämnesplanen, inte TIMSS ramverk. Antalet publicerade studier om samstämmighet mellan system är av naturliga skäl avsevärt färre jämfört med motsvarande inom system, och endast ett fåtal handlar om internationella jämförande studier.

Sökning i internationella forskningsdatabaser ger endast en handfull träffar när det gäller studier av samstämmighet kopplat till TIMSS och TIMSS Advanced. I synnerhet är det sällsynt med studier som undersöker hur väl ramverk och instrument för både TIMSS och TIMSS Advanced överensstämmer med läroplaner och nationella prov i de deltagande länderna.

Fyra publicerade studier använder ett generellt ramverk för att värdera såväl TIMSS som de nationella dokumenten, och sedan görs en kvantitativ jämförelse med hjälp av Porters modell (Näsström & Henriksson, 2008; Porter, 2002). I den första av dessa studier undersökte Woolard (2013) kursplanen i delstaten Ohio i jämförelse med TIMSS, PISA, högpresterande länder och den nya Common Core Standard som lanserats i USA. Slutsatsen är att kursplanen i Ohio täcker större innehållsliga områden än kursplanerna i de högpresterande länder som undersöktes, den är inte särskilt samstämmig med TIMSS och PISA, och har lägre förväntningar. En annan amerikansk studie som använder Porters modell presenterades i en avhandling från 2009 (Landry, 2009). Där görs en omfattande analys av många olika ramverk, kursplaner och prov. Avhandlingen säger sig även inkludera TIMSS år 12, vilket borde innebära TIMSS Advanced, men det är oklart vad som egentligen jämförs där.

En mycket tydligare beskrivning av en samstämmighetsstudie görs av Ndlovu & Mji (2012) i en artikel som handlar om ramverket för TIMSS och motsvarande dokument för matematikämnet i Sydafrika. De kommer fram till att samstämmigheten är låg, särskilt för kognitiva aspekter. En annan mycket intressant publikation är Ida Friestad Pedersens (2013) studie av samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2008 och norska kursplaner. Friestad Pedersen beskriver innehållet i tre versioner av norska kursplaner i matematik genom att kategorisera innehållet utifrån Blooms reviderade taxonomi (Andersson, m.fl., 2001). På samma sätt beskriver hon uppgifterna från proven i TIMSS Advanced 1995 (som genomfördes 1998 i Norge) och TIMSS Advanced 2008. Graden av överensstämmelse mellan två av kursplanerna och de två uppsättningarna matematikuppgifter kvantifierades med Porters index, och Friestad Pedersen konstaterar att det relativt låga indexvärdet kan tyda på vissa skillnader mellan de norska kursplanerna och det som prövas i TIMSS-proven.

I sökningen av publikationer som handlar om samstämmighet och TIMSS i internationella forskningsdatabaser fann vi bara två studier som inte använder sig av Porters modell, utan gör en mer direkt jämförelse mellan t.ex. ramverk och kursplaner. Den ena är en avhandling från USA som primärt handlar om horisontell samstämmighet, dvs. om prov och ramverk för bland annat TIMSS har god överensstämmelse (Petway, 2000). Den andra identifierade publikationen (Nyström & Kjellsson Lind, 2010) är en konferenspresentation av den svenska samstämmighetsstudien kopplad till TIMSS Advanced 2008 (Skolverket, 2009a).

Trots att mycket få publikationer om samstämmighet och TIMSS återfinns i internationella forskningsdatabaser finns det dock anledning att tro att det finns betydligt fler sådana studier. De flesta publiceras sannolikt nationellt och kommer inte med i internationella forskningsdatabaser, många är troligen skrivna på andra språk än engelska. En engelskspråkig nationell utvärdering som inte dyker upp i sökning via internationella forskningsdatabaser är Validation study of the PISA 2000, PISA 2003 and TIMSS 2003 international studies of pupil attainment (Ruddock, Clausen-May, Purple, & Ager, 2006). En grupp lärare bedömer där varje provuppgift i de internationella studierna för att avgöra om uppgiften passar eleverna i respektive årskurs. De bedömde också hur stor andel av eleverna som är bekanta med uppgiftens begrepp, sammanhang och format.

I naturvetenskap visade sig provuppgifterna i TIMSS (årskurs 8) och PISA (15-åringar) vara lika bekanta för eleverna, men i matematik ansågs uppgifterna vara mer relevanta i TIMSS, och även mer bekanta i TIMSS än i PISA när det gäller sammanhang och uppgiftsformat. Lärarna bedömde att TIMSS-uppgifterna var bekanta för 65–85 procent av eleverna, jämfört med 50–70 procent för PISA. I rapporten konstateras att resultatet är rimligt i förhållande till engelska kursplaner eftersom en del av innehållet bara är aktuellt för högpresterande elever. Studien jämför också TIMSS och PISA och nationella prov i England. Författarna konstaterar att uppgiftstyperna i huvudsak är desamma, flervalsfrågor samt frågor som kräver korta och långa svar finns i alla proven även om andelarna varierar.

För svensk del har Skolverket tidigare publicerat flera liknande samstämmighetsstudier som handlar om förhållandet mellan storskaliga internationella studier och svenska styrdokument.





---

TIMSS Advanced 2015 (Trends in International Mathematics and Science Study) är en internationell jämförande studie av elever i gymnasieskolans sista år som läst mycket matematik och fysik. För Sveriges del deltar ett urval elever på naturvetenskaps- och teknikprogrammet. De ska läsa eller ha läst Matematik 4 för kunna delta i matematikdelen och Fysik 2 för att delta i fysikdelen.

En viktig utgångspunkt för tolkning och analys av resultaten är att veta i vilken utsträckning svenska elever fått möjlighet att lära sig det som prövas i TIMSS Advanced. I denna rapport analyseras samstämmigheten mellan TIMSS Advanced 2015 och svenska ämnesplaner, nationella prov och bedömningsstöd. Mot bakgrund av ämnenas kopplingar mellan varandra genomförs också en analys som särskilt fokuserar på inslaget av matematik i fysikuppgifterna.

Övergripande visar resultaten från de genomförda studierna på god samstämmighet mellan det som svenska eleverna mött i matematik- och fysikundervisningen i gymnasieskolan och det som de förväntas visa i TIMSS Advanced 2015. En god samstämmighet mellan svenska ämnesplaner och motsvarande formuleringar i TIMSS Advanced kan ge starkt stöd för att resultatbilden är relevant och trovärdig.

**Denna publikation uttrycker inte nödvändigtvis Skolverkets ställningstagande. Författare svarar självständigt för innehållet och anges vid referens till publikationen.**

*Skolverket*

[www.skolverket.se](http://www.skolverket.se)